

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ  
 ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
 ΣΑΒΒΑΤΟ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001  
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ  
 ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ  
 ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A1.** Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, ισούται με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα.

Μονάδες 6,5

**A2.** Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β**, έτσι ώστε να προκύπτει ισότητα.

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο  $ΑΒΓ$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) και  $ΑΔ$  το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $ΑΒ^2$	1. $ΑΒ^2 + ΒΓ^2$
β. $ΑΓ^2$	2. $\frac{ΒΔ}{ΓΔ}$
γ. $\frac{ΑΒ^2}{ΑΓ^2}$	3. $\frac{ΓΔ}{ΒΔ}$
	4. $ΒΓ \cdot ΒΔ$
	5. $ΒΓ^2 - ΑΒ^2$
	6. $ΑΒ \cdot ΒΓ$

Μονάδες 6

**B.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για καθένα από τα ερωτήματα **B1** και **B2**.

Δίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) με ύψος  $A\Delta$ , για το οποίο έχουμε  $B\Delta=1$  και  $B\Gamma=3$ .

**B1.** Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $A\Delta$  είναι:

- α. 2            β.  $\sqrt{3}$             γ.  $\sqrt{2}$             δ.  $3\sqrt{2}$   
 Μονάδες 6,5

**B2.** Το μήκος της πλευράς  $AB$  είναι:

- α.  $\sqrt{3}$             β. 3            γ.  $\sqrt{2}$             δ.  $\sqrt{5}$   
 Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ 2ο**

Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι  $AB=6$ ,  $B\Gamma=12$  και  $\Gamma A=8$ .

- α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι αμβλυγώνιο.  
 Μονάδες 7
- β. Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου  $AM$ .  
 Μονάδες 9
- γ. Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής της διαμέσου  $AM$  στην πλευρά  $B\Gamma$ .  
 Μονάδες 9

**ΘΕΜΑ 3ο**

Θεωρούμε τρεις διαδοχικές γωνίες  $\widehat{xOy}$ ,  $\widehat{yOz}$ ,  $\widehat{zOx}$  έτσι ώστε  $\widehat{xOy} = \widehat{yOz} = 150^\circ$ . Στις ημιευθείες  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  παίρνουμε τα σημεία  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  αντίστοιχα έτσι ώστε  $OA=2$ ,  $OB=4$  και  $O\Gamma=6$ .

**α.** Να υπολογίσετε το εμβαδό  $E_{O\Gamma A}$  του τριγώνου  $O\Gamma A$ .

Μονάδες 12

**β.** Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών  $\frac{E_{OAB}}{E_{OB\Gamma}}$ .

Μονάδες 13

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται ημικύκλιο κέντρου  $O$  και διαμέτρου  $AB=2R$ . Στην προέκταση του  $AB$  προς το  $B$ , θεωρούμε ένα σημείο  $\Gamma$ , τέτοιο ώστε  $B\Gamma=2R$ . Από το  $\Gamma$  φέρνουμε το εφαπτόμενο τμήμα  $\Gamma E$  του ημικυκλίου. Η εφαπτομένη του ημικυκλίου στο σημείο  $A$  τέμνει την προέκταση του τμήματος  $\Gamma E$  στο σημείο  $\Delta$ .

**α.** Να αποδείξετε ότι  $\Gamma E = 2\sqrt{2} R$ .

Μονάδες 5

**β.** Να αποδείξετε ότι  $\Gamma A \cdot \Gamma O = \Gamma \Delta \cdot \Gamma E$ .

Μονάδες 10

**γ.** Να υπολογίσετε το τμήμα  $\Gamma \Delta$  συναρτήσει του  $R$ .

Μονάδες 5

**δ.** Να υπολογίσετε το άθροισμα των εμβαδών των μικτόγραμμων τριγώνων  $B\Gamma E$  και  $A\Delta E$  συναρτήσει του  $R$ .

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**