

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΘΕΜΑ 1

1. Πότε μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ δεν είναι συνεχής στο $x_0 \in A$;
2. Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το Θεώρημα Ενδιάμεσης Τιμής.
3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν **Σ (Σωστό)** ή **Λ (Λάθος)**
 - α. Αν η f είναι συνεχής στο x_0 τότε $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h) = f(x_0)$
 - β. Αν το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ τότε η f δεν είναι συνεχής στο x_0
 - γ. Μια συνάρτηση f διατηρεί σταθερό πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f χωρίζουν το πεδίο ορισμού της
 - δ. Η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσου μιας συνεχούς συνάρτησης f είναι διάστημα.
 - ε. Αν η f δεν είναι συνεχής στο α τότε υποχρεωτικά, δεν είναι συνεχής και στο $[\alpha, \beta]$.
 - στ. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα και συνεχής σε ένα ανοικτό διάστημα (A, B) , τότε το σύνολο τιμών της στο διάστημα αυτό είναι το διάστημα (B, A) όπου $A = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ και $B = \lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x)$.

ΘΕΜΑ 2

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, 1-1 και συνεχής στο $x_0 = 1$. Αν ισχύει $(x-1)f(x) = \sqrt{x^2 + x + 2} - 2, \forall x \in \mathbb{R}$,
να υπολογίσετε το $f^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

ΘΕΜΑ 3

Έστω συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής στο \mathbb{R} και τέτοια, ώστε $f(0) < f(2015) < f(1)$.
Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f δεν είναι 1 - 1.

ΘΕΜΑ 4

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}^*$ συνεχής. Αν $f(2) = 2015$ τότε:

α. Να δείξετε ότι $f(x) > 0$ στο \mathbb{R}

β. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(f(2016) + 2)x^3 + 5x - 3}{f(2015)x^2 - 4x + 2017}$

γ. Αν $f(0) = \ln 2$ να αποδείξετε ότι υπάρχει $\xi \in (0, 2)$ ώστε $f(\xi) = e^\xi$