ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ	**ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΣΧ.ΕΤΟΣ 2013-2014 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ –ΙΟΥΝΙΟΥ 2014 ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΘΕΜΑ Α

Α1. Ας θεωρήσουμε δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ του καρτεσιανού επιπέδου και ας υποθέσουμε ότι (x, y) είναι οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ΑΒ. Να δείξετε ότι : $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

Μονάδες 15

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση την λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- **α.** Αν $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$ για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$
- **β.** Ισχύει η ισοδυναμία : $\vec{\alpha} \,//\, \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 1$
- **γ.** Η ευθεία ε // y′y που διέρχεται από το $M(x_o, y_o)$ έχει εξίσωση $y=y_o$
- **δ.** Ο κύκλος με εξίσωση $x^2 + y^2 = 1$ λέγεται μοναδιαίος κύκλος.
- **ε.** Η εφαπτομένη της παραβολής $y^2=2px$ στο σημείο της $A(x_1,y_1)$ έχει εξίσωση $yy_1=p(x+x_1)$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 1,\ |\vec{\beta}| = 2$ και $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})} = \frac{2\pi}{3}$

Β1. Να υπολογίσετε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

Μονάδες 8

Β2. Αν η γωνία του διανύσματος $\vec{\beta}$ με τον άξονα x′x είναι $\frac{\pi}{3}$ να δείξετε ότι $\vec{\beta} = \left(1, \sqrt{3}\right)$

Μονάδες 7

Β3. Να δείξετε ότι $\left|2\vec{\alpha} + \vec{\beta}\right| = 2$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα σημεία Α(1,2), Β(2,3) και Γ(λ,λ-2), $\lambda\in\mathbb{R}$

Γ1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθεία που διέρχεται από τα σημεία Α, Β.

Μονάδες 10

Γ2. Να δείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι κορυφές τριγώνου με σταθερό το εμβαδόν για κάθε $\lambda\in\mathbb{R}$.

Μονάδες 8

Γ3. Να δείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Γ είναι ευθεία παράλληλη στην ευθεία ΑΒ.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Στο ορθοκανονικό σύστημα αναφοράς θεωρούμε τα σημεία Α(4,0) και Β(4,3). Έστω $\lambda\in\mathbb{R}$ και τα σημεία Μ, για τα οποία ισχύει $\overrightarrow{OM}^2 + 2^{a}\cdot\det(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OB}) = \left|\overrightarrow{OA}\right| - 25\lambda^2$

Δ1. Να δείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ, για τα οποία ισχύει η παραπάνω σχέση, είναι κύκλος C_λ με σταθερή ακτίνα.

Μονάδες 10

Δ2. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων C_λ, $\lambda\in$ R.

Μονάδες 8

Δ3. Να δείξετε ότι όλοι οι κύκλοι C_λ εφάπτονται δύο σταθερών ευθειών, των οποίων να βρεθούν οι εξισώσεις .

Μονάδες 7

<u>ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ</u>

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ