



### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$ , τότε για οποιοδήποτε  $\theta > 0$  και  $k \in \mathbb{R}$  να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\log_r a^k = k \cdot \log_a r.$$

**Μονάδες 15**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α.** Η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = \eta\mu x$  είναι περιοδική με περίοδο  $2\pi$ .
- β.** Η συνάρτηση  $f(x) = \rho \cdot \sigma\upsilon\nu\omega x$ , όπου  $\rho, \omega > 0$ , έχει μέγιστη τιμή το  $\rho$  και ελάχιστη το  $-\rho$ .
- γ.** Ένας αριθμός  $\rho$  λέγεται ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$ , αν και μόνο αν ισχύει  $P(\rho) = 0$ .
- δ.** Το γραμμικό σύστημα  $\begin{cases} r x + s y = x \\ r' x + s' y = x' \end{cases}$  αν έχει ορίζουσα  $D=0$  τότε είναι πάντα αδύνατο.
- ε.** Η λογαριθμική συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = \ln x$  έχει σύνολο τιμών το  $A = (0, +\infty)$ .

**Μονάδες 5.2=10**

### ΘΕΜΑ Β

Το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 + \alpha x^2 - (\alpha + 1)x - 10$  έχει παράγοντα το  $x - 2$ .

**B1.** Να βρείτε την τιμή του πραγματικού  $\alpha$ .

**Μονάδες 8**

**B2.** Για  $\alpha = 2$

**α.** Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$ :  $(x^2 + 4x + 3)$ .

**Μονάδες 10**

**β.** Να βρείτε τα διαστήματα του  $x$  που η γραφική παράσταση του πολυωνύμου  $P(x)$  είναι πάνω από την ευθεία  $y = 2x - 4$ .

**Μονάδες 7**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το σύστημα : 
$$\begin{cases} y_{\theta} \cdot x + \theta \cdot y = 2\theta \\ -\theta \cdot x + y_{\theta} \cdot y = 4y_{\theta} \end{cases}, \theta \in \mathbb{R}$$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση για κάθε  $\theta \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 10**

**Γ2.** Να βρείτε τη λύση  $(x_0, y_0)$  του συστήματος.

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Να βρείτε τις τιμές του  $\theta \in \mathbb{R}$  για τις οποίες ισχύει  $y_0 - 2 = x_0$ .

**Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = \sqrt{\ln^2 x - 3 \ln x + 2}$ .

**Δ1.** Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $f$ .

**Μονάδες 12**

**Δ2.** Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = \sqrt{e^{3 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 16}}$ .

**Μονάδες 13**

**ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ**

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ