

# ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

## ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: ΘΜΤ-ΣΥΝΕΠΕΙΕΣ ΘΜΤ-MONOTONIA-AKPOΤATA

### ΘΕΜΑ Α

**A<sub>1</sub>**. Έστω μια συνάρτηση  $f$  παραγωγίσιμη σ' ένα διάστημα  $(\alpha, \beta)$ , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του  $x_0$ , στο οποίο όμως η  $f$  είναι συνεχής. Να αποδείξετε ότι:

Αν  $f'(x) > 0$  στο  $(\alpha, x_0)$  και  $f'(x) < 0$  στο  $(x_0, \beta)$ , τότε το  $f(x_0)$  είναι τοπικό μέγιστο της  $f$ .

**A<sub>2</sub>** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις Σ- Λ

1. Ένα τοπικό μέγιστο μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο Σ Λ

2. Το μεγαλύτερο από τα τοπικά μέγιστα μίας συνάρτησης δεν είναι πάντοτε μέγιστο αυτής Σ Λ

3. Αν  $f'(x) = 0$  στο  $\mathbb{R}^*$  τότε η  $f$  είναι σταθερή στο  $\mathbb{R}^*$  Σ Λ

4. Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη και γνησίως φθίνουσα στο  $[\alpha, \beta]$  τότε μπορεί να είναι  $f'(x) \leq 0$  στο  $(\alpha, \beta)$  Σ Λ

5. Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $[\alpha, \beta]$  τότε για κάθε  $\chi \in (\alpha, \beta)$  ισχύει  $f(\beta) - f(\alpha) \neq (\beta - \alpha)f'(\chi)$  Σ Λ

### ΘΕΜΑ Β

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x - 1 - \ln x$ .

**B<sub>1</sub>** Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**B<sub>2</sub>** Να αποδειχτεί ότι  $\ln x \leq x - 1$ , για κάθε  $x > 0$ .

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x \ln x + 2$ .

**Γ<sub>1</sub>** Να δείξετε ότι η  $f$  έχει ελάχιστο

**Γ<sub>2</sub>** Να δείξετε ότι η εξίσωση  $x.e^{\frac{2}{x}} = 1$  είναι αδύνατη για κάθε  $x > 0$ .

### **ΘΕΜΑ Δ**

Έστω συνάρτηση  $f$  παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  με  $f(x) \neq 2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  και τέτοια ώστε:

$f(0) = 0$  και  $f'(x) \cdot f(x) - 2f'(x) = \sin x \cdot \eta\mu x - 2\sigma\upsilon\eta x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ<sub>1</sub>** . Να αποδείξετε ότι  $f(x) < 2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$

**Δ<sub>2</sub>**. Να βρείτε τη συνάρτηση  $f(x)$

**Δ<sub>3</sub>**. Να δείξετε ότι. αν  $f(x) = \eta\mu x$  η συνάρτηση  $g(x) = \frac{f(x)}{x}$  είναι γνησίως

φθίνουσα στο ανοικτό διάστημα  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  και να βρείτε το σύνολο τιμών της  $g$