

[Νιγηρία]

Η Νιγηρία είναι ομοσπονδιακή συνταγματική δημοκρατία της Δυτικής Αφρικής, η οποία αποτελείται από 36 πολιτείες και την ομοσπονδιακή περιοχή της πρωτεύουσας, την Αμπούτζα. Η χώρα συνορεύει με το Μπενίν στα δυτικά, το Τσαντ και το Καμερούν στα ανατολικά και τον Νίγηρα στα βόρεια. Στα νότια βρέχεται από τον Ατλαντικό ωκεανό (κόλπος της Γουινέας). Παρόλο που η πρωτεύουσα είναι η Αμπούτζα, μεγαλύτερη πόλη και λιμάνι της είναι το Λάγος, με 7.937.932 κατοίκους (2006). Παλαιότερα, πρωτεύουσα ήταν το Λάγος. Η Νιγηρία ήταν η πρώτη βρετανική αποικία που έγινε ανεξάρτητο κράτος και μέλος της Βρετανικής Κοινοπολιτείας το 1960.

Η Νιγηρία βρίσκεται στη δυτική Αφρική, στον κόλπο της Γουινέας και έχει συνολική έκταση 923.768 χλμ², καθιστώντας τη 32η μεγαλύτερη χώρα (μετά την Τανζανία). Έχει συγκρίσιμο μέγεθος με τη Βενεζουέλα και είναι δύο φορές μεγαλύτερη από την Καλιφόρνια.

Στη Νιγηρία μιλούν την αγγλική ως επίσημη γλώσσα και πολλές αφρικανικές σουδανικές διαλέκτους (Χάουσα, Γιορούμπα, Ίγκμπο κ.α.). Οι μουσουλμάνοι χρησιμοποιούν και την αραβική στα τζαμιά. Το προσδόκιμο ζωής στο σύνολο του πληθυσμού, σύμφωνα με εκτιμήσεις του 2019 του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας ήταν 62,6 χρόνια (61,2 χρόνια οι άνδρες και 64,1 οι γυναίκες).

Οικονομία

Η Νιγηρία ταξινομείται ως αναδυόμενη αγορά μικτής οικονομίας και έχει ήδη φτάσει το καθεστώς χαμηλού μέσου εισοδήματος σύμφωνα με την Παγκόσμια Τράπεζα, με άφθονους φυσικούς πόρους, ανεπτυγμένους οικονομικούς τομείς, τηλεπικοινωνίες, μεταφορές και χρηματιστήριο, το οποίο είναι το δεύτερο μεγαλύτερο στην Αφρική. Η Νιγηρία κατατάσσεται 30η στον κόσμο όσον αφορά το ΑΕΠ, σύμφωνα με τα στοιχεία του 2012. Το συνολικό ΑΕΠ για το 2016 υπολογίζεται 1,166 τρισεκατομμύρια δολάρια ΗΠΑ από το διεθνές νομισματικό ταμείο (22η παγκοσμίως), το μεγαλύτερο από οποιαδήποτε αφρικανική χώρα.

Η Νιγηρία είναι ο μεγαλύτερος εμπορικός συνεργάτης των Ηνωμένων Πολιτειών στην υποσαχάρια Αφρική και παρέχει το ένα πέμπτο του πετρελαίου της (11% των εισαγωγών πετρελαίου). Έχει το έβδομο μεγαλύτερο εμπορικό πλεόνασμα με τις ΗΠΑ σε σχέση με οποιαδήποτε χώρα παγκοσμίως. Οι Ηνωμένες Πολιτείες είναι ο μεγαλύτερος ξένος επενδυτής της χώρας. Το 2011, η Citigroup ανέφερε ότι η Νιγηρία θα έχει τη μεγαλύτερη μέση ανάπτυξη ΑΕΠ στον κόσμο το διάστημα 2010-2050. Η Νιγηρία είναι μία από τις δύο αφρικανικές χώρες ανάμεσα στις 11 παγκόσμιες παραγωγούς ανάπτυξης.

Γεωργικά προϊόντα της Νιγηρίας

Όσον αφορά το 2010, περίπου το 30% των Νιγηριανών απασχολούνταν με τη γεωργία. Οι κύριες καλλιέργειες είναι τα φασόλια, το σουσάμι, το κάσιους, η κασσάβα, κακάο, καλαμπόκι, κεχρί, πεπόνι, φοινικέλαιο, ρύζι, καουτσούκ, σόργο, σόγια και γιαμ. Το κακάο είναι το κύριο εξαγωγίμο μη πετρελαϊκό προϊόν και ακολουθεί το καουτσούκ.

Η Νιγηρία είναι ο 12ος μεγαλύτερος παραγωγός πετρελαίου στον κόσμο και 8ος μεγαλύτερος εξαγωγέας, ενώ διαθέτει τα 10α μεγαλύτερα αποδεδειγμένα αποθέματα. Η χώρα είναι μέλος του ΟΠΕΚ από το 1971. Το πετρέλαιο παίζει σημαντικό ρόλο στην οικονομία της χώρας, αποτελώντας το 40% του ΑΕΠ και τον 80% των εσόδων της κυβέρνησης. Όμως, οι αναταραχές για καλύτερο έλεγχο του δέλτα του Νίγηρα, την κύρια πετρελαιοπαραγωγική περιοχή, έχει οδηγήσει σε αδυναμία τη χώρα να εξάγει στο μέγιστο των δυνατοτήτων της.

[Εκπαίδευση στη Νιγηρία]

Η εκπαίδευση στη Νιγηρία εποπτεύεται από το Ομοσπονδιακό Υπουργείο Παιδείας. Οι τοπικές αρχές αναλαμβάνουν την ευθύνη για την εφαρμογή της κρατικά ελεγχόμενης πολιτικής σχετικά με τη δημόσια εκπαίδευση και τα δημόσια σχολεία. Το εκπαιδευτικό σύστημα χωρίζεται σε Νηπιαγωγείο, Πρωτοβάθμια εκπαίδευση, Δευτεροβάθμια εκπαίδευση και Τριτοβάθμια εκπαίδευση. Η ομοσπονδιακή κυβέρνηση της Νιγηρίας κυριαρχείται από την αστάθεια από τότε που κήρυξε την ανεξαρτησία από τη Βρετανία, και ως αποτέλεσμα, ένα ενοποιημένο σύνολο εκπαιδευτικών πολιτικών δεν έχει ακόμη εφαρμοστεί με επιτυχία. Περιφερειακές διαφορές στην ποιότητα, πρόγραμμα σπουδών, και τη χρηματοδότηση χαρακτηρίζουν το εκπαιδευτικό σύστημα στη Νιγηρία. Τα εκπαιδευτικά συστήματα στη Νιγηρία χωρίζονται σε δύο το δημόσιο όπου ο μαθητής πληρώνει μόνο για την ένωση γονέων δασκάλων (PTA) ενώ ο ιδιωτικός όπου οι μαθητές πληρώνουν σχολικά δίδακτρα και κάποια άλλα τέλη όπως ο αθλητισμός, τα τέλη εξετάσεων, τα τέλη υπολογιστών κ.λπ. και είναι δαπανηρά.

Η εκπαίδευση στα σχολεία της Νιγηρίας πραγματοποιείται στα αγγλικά. Στις 30 Νοεμβρίου 2022, ο υπουργός Παιδείας Adamu Adamu ανακοίνωσε ένα κυβερνητικό σχέδιο για την κατάργηση της διδασκαλίας στα αγγλικά στα δημοτικά σχολεία υπέρ των τοπικών γλωσσών της Νιγηρίας.

[Πρωτοβάθμια εκπαίδευση]

Η πρωτοβάθμια εκπαίδευση αρχίζει περίπου στην ηλικία των 5 ετών για την πλειοψηφία των Νιγηριανών. Οι μαθητές περνούν έξι χρόνια στο δημοτικό σχολείο και αποφοιτούν με πρώτο απολυτήριο. Τα μαθήματα που διδάσκονται στο πρωτοβάθμιο επίπεδο περιλαμβάνουν τα μαθηματικά, την αγγλική γλώσσα, τη χριστιανική θρησκευτική γνώση, την ισλαμική γνώση, τη γεωργική επιστήμη, την οικιακή οικονομία και μία από τις τρεις κύριες αυτόχθονες γλώσσες και πολιτισμούς: Hausa-Fulani, Yoruba και Igbo. Τα ιδιωτικά σχολεία προσφέρουν επίσης Πληροφορική, Γαλλικά και Καλές Τέχνες. Οι μαθητές του δημοτικού σχολείου υποχρεούνται να λάβουν μια κοινή εισαγωγική εξέταση για να τους επιτρέψουν να εισαχθούν στα σχολεία δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης της ομοσπονδιακής και κρατικής κυβέρνησης, καθώς και στα ιδιωτικά σχολεία.

[Δευτεροβάθμια εκπαίδευση]

Η δευτεροβάθμια εκπαίδευση είναι ένας σύνδεσμος μεταξύ της πρωτοβάθμιας και της τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Οι μαθητές περνούν έξι χρόνια στο Γυμνάσιο, το οποίο είναι 3 χρόνια JSS (Γυμνάσιο) και 3 χρόνια SSS (Λύκειο). Κατά τη διάρκεια των 3 ετών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, οι μαθητές πρέπει να παρακολουθήσουν μαθήματα όπως Μαθηματικά, Αγγλικά, Κοινωνικές Σπουδές, πολιτιστικές και δημιουργικές τέχνες, βασικές επιστήμες και τεχνολογία, προεπαγγελματικές σπουδές, γαλλικά, επιχειρηματική εκπαίδευση, Οικιακή Οικονομία, Σπουδές Υπολογιστών ή Καλές Τέχνες. Το πρόγραμμα σπουδών της ανώτερης δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης βασίζεται σε 4 βασικά μαθήματα που συμπληρώνονται από 4 ή 5 μαθήματα επιλογής. Βασικά μαθήματα είναι: Αγγλικά, μαθηματικά, Οικονομικά, αγωγή του πολίτη· ένα ή περισσότερα μαθήματα επιλογής από τη Βιολογία, τη Χημεία, τη Φυσική για το μάθημα των φυσικών επιστημών, ένα ή περισσότερα μαθήματα επιλογής από την αγγλική λογοτεχνία, την ιστορία, τη γεωγραφία, τη γεωπονική επιστήμη ή ένα επαγγελματικό μάθημα που περιλαμβάνει: τήρηση βιβλίων, εμπόριο, τρόφιμα και διατροφή, τεχνικό σχέδιο μεταξύ άλλων 17 μαθημάτων.

Μετά το BECE, οι μαθητές μπορούν επίσης να ενταχθούν σε τεχνικό κολέγιο. Το πρόγραμμα σπουδών για αυτά διαρκεί επίσης 3 χρόνια και οδηγεί σε πιστοποιητικό εμπορίου / χειροτεχνίας.

Η Ομοσπονδιακή Δημοκρατία της Νιγηρίας αποτελείται από τριάντα έξι πολιτείες και την Ομοσπονδιακή Επικράτεια Πρωτεύουσας και υπάρχουν περίπου δύο ομοσπονδιακά κυβερνητικά κολέγια σε κάθε πολιτεία. Αυτά τα σχολεία χρηματοδοτούνται και διοικούνται άμεσα από την

ομοσπονδιακή κυβέρνηση μέσω του Υπουργείου Παιδείας. Υπάρχουν επίσης σχολές διοίκησης που διευθύνονται από τον νιγηριανό στρατό και άλλες στρατιωτικές σχολές που διευθύνονται από την Πολεμική Αεροπορία και το ναυτικό. Οι εκπαιδευτικοί που θέλουν να διδάξουν στα σχολεία της Νιγηρίας πρέπει να έχουν είτε ένα Εθνικό Πιστοποιητικό στην Εκπαίδευση, πτυχίο στην εκπαίδευση ή πτυχίο πανεπιστημίου σε ένα θεματικό πεδίο σε συνδυασμό με ένα μεταπτυχιακό δίπλωμα στην εκπαίδευση. Αυτά τα σχολεία υποτίθεται ότι είναι πρότυπα σχολεία που μεταφέρουν και διατηρούν τα ιδανικά της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης για τους νιγηριανούς μαθητές. Η εισαγωγή γίνεται με βάση την αξία, η οποία καθορίζεται από την Εθνική Κοινή Εισαγωγική Εξέταση που λαμβάνουν όλοι οι τελειόφοιτοι μαθητές του δημοτικού σχολείου. Τα δίδακτρα και τα τέλη είναι πολύ χαμηλά, περίπου είκοσι πέντε χιλιάδες νάιρα (\$ 69.08) επειδή η μερική χρηματοδότηση προέρχεται από την ομοσπονδιακή κυβέρνηση.

Τα κρατικά σχολεία δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης χρηματοδοτούνται από την πολιτειακή κυβέρνηση και δεν είναι συγκρίσιμα με τα κολέγια της ομοσπονδιακής κυβέρνησης. Αν και η εκπαίδευση υποτίθεται ότι είναι δωρεάν στην πλειοψηφία των κρατικών ιδρυμάτων, οι μαθητές υποχρεούνται να αγοράζουν βιβλία, στολές και να πληρώνουν για διάφορα πράγματα που τους κοστίζουν κατά μέσο όρο πενήντα χιλιάδες νάιρα (\$ 130) σε ένα ακαδημαϊκό έτος. Οι εκπαιδευτικοί στα κρατικά ιδρύματα έχουν συνήθως ένα εθνικό πιστοποιητικό εκπαίδευσης ή ένα πτυχίο, αλλά αυτό δεν συμβαίνει πάντα καθώς πολλά σχολεία δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στη Νιγηρία είναι γεμάτα με ανειδίκευτους εκπαιδευτικούς που καταλήγουν να μην είναι σε θέση να παρακινήσουν τους μαθητές τους, αυτά τα σχολεία είναι συχνά υποστελεχωμένα λόγω των χαμηλών κρατικών προϋπολογισμών, της έλλειψης κινήτρων και των παρατυπιών στην πληρωμή των μισθών του προσωπικού. Ορισμένα κρατικά σχολεία δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης θεωρούνται ως ελίτ κολέγια λόγω του ιστορικά υψηλού εκπαιδευτικού επιπέδου και των αποφοίτων που έχουν γίνει εξέχοντες πολίτες και επιτυχημένοι σε διάφορες σταδιοδρομίες. Ωστόσο, η κατάταξη των κολεγίων αυτών των ιδρυμάτων έχει έκτοτε μειωθεί λόγω της άφιξης ορισμένων ιδιωτικών ιδρυμάτων.

Τα ιδιωτικά σχολεία δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στη Νιγηρία τείνουν να είναι αρκετά ακριβά με μέσο όρο διδάκτρων που κυμαίνονται από διακόσιες πενήντα χιλιάδες νάιρα έως ένα εκατομμύριο νάιρα (\$ 652.00 - \$ 2600.00) ετησίως. Αυτά τα σχολεία έχουν μικρότερες τάξεις (περίπου δέκα έως είκοσι μαθητές ανά τάξη), σύγχρονο εξοπλισμό και καλύτερο μαθησιακό περιβάλλον. Οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί σε αυτά τα ιδρύματα διαθέτουν τουλάχιστον πτυχίο πανεπιστημίου σε μια συγκεκριμένη περιοχή μαθημάτων και αποστέλλονται για εργαστήρια ή βραχυπρόθεσμα προγράμματα σε τακτική βάση.

[Προαγωγικές εξετάσεις]

Με την εισαγωγή του συστήματος εκπαίδευσης 6-3-3-4 στη Νιγηρία, ο αποδέκτης της εκπαίδευσης θα περάσει έξι χρόνια στο δημοτικό σχολείο, τρία χρόνια στο γυμνάσιο, τρία χρόνια στο λύκειο και τέσσερα χρόνια σε τριτοβάθμιο ίδρυμα.

Η Γενική Εξέταση Πιστοποιητικού Εκπαίδευσης (GCE) αντικαταστάθηκε από την Εξέταση Πιστοποιητικού Ανώτερης Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης (SSCE). Η SSCE διεξάγεται στο τέλος των σπουδών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης τον Μάιο/Ιούνιο. Το GCE διεξάγεται τον Οκτώβριο / Νοέμβριο ως συμπλήρωμα για εκείνους τους μαθητές που δεν έλαβαν τις απαιτούμενες μονάδες από τα αποτελέσματα SSCE τους. Τα πρότυπα των δύο εξετάσεων είναι βασικά τα ίδια. Ένα όργανο που ονομάζεται Συμβούλιο Εξέτασης της Δυτικής Αφρικής (WAEC) διεξάγει τόσο το SSCE όσο και το GCE. Το πολύ εννέα και τουλάχιστον επτά μαθήματα δηλώνονται για την εξέταση από κάθε μαθητή με τα Μαθηματικά και την Αγγλική Γλώσσα να λαμβάνονται ως υποχρεωτικά.

Η πολιτική της ομοσπονδιακής κυβέρνησης για την εκπαίδευση συμφωνείται από όλα τα σχολεία δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στη Νιγηρία. Έξι χρόνια δημοτικού σχολείου ακολουθούνται από έξι χρόνια δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Το Γυμνάσιο αποτελείται από τα JSS1, JSS2 και JSS3 που είναι ισοδύναμα με την 7η, 8η και 9η τάξη ενώ το Λύκειο αποτελείται από τα SS I, SS 2 και SS 3 που είναι ισοδύναμα με την 10η, 11η και 12η τάξη. Η Εξέταση Λυκείου (SSCE) πραγματοποιείται στο τέλος της SS 3. Το Συμβούλιο Εξετάσεων της Δυτικής Αφρικής (WAEC) διεξάγει και τις δύο εξετάσεις. Τρεις έως έξι μήνες μετά τη συμμετοχή ενός φοιτητή στις εξετάσεις SSCE, εκδίδεται επίσημο αντίγραφο από το ίδρυμά του. Αυτό το αντίγραφο ισχύει για ένα έτος, μετά το οποίο εκδίδεται επίσημο αντίγραφο από το Συμβούλιο Εξέτασης της Δυτικής Αφρικής.

Το Εθνικό Συμβούλιο Εξετάσεων είναι ένας άλλος εξεταστικός φορέας στη Νιγηρία. διεξάγει τις εξετάσεις Ανώτερης Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης (SSCE) τον Ιούνιο/Ιούλιο. Το σώμα διαχειρίζεται επίσης το Γενικό Πιστοποιητικό Εκπαίδευσης (GCE) τον Δεκέμβριο / Ιανουάριο. Οι μαθητές συχνά λαμβάνουν εξετάσεις WAEC και NECO στο SSS 3.

[A-levels στη Νιγηρία]

Το Interim Joint Matriculation Board (IJMB) είναι ένα πρόγραμμα εκπαίδευσης προχωρημένου επιπέδου (A-levels), το οποίο έχει σχεδιαστεί για φοιτητές που σκοπεύουν να πάνε στο πανεπιστήμιο χωρίς να περάσουν από εξετάσεις JAMB Joint Admissions and Matriculation Board είτε προπτυχιακές είτε απευθείας εισόδου. Η εξέταση IJMB αφορά κυρίως μαθήματα προχωρημένου επιπέδου για άμεση είσοδο στο β' έτος στα πανεπιστήμια. Το πρόγραμμα σπουδών για την εξέταση IJMB καταρτίζεται σύμφωνα με τις διεθνείς τυποποιημένες εκπαιδευτικές απαιτήσεις και τις απαιτήσεις εισδοχής διαφόρων πανεπιστημίων, της Νιγηρίας και του εξωτερικού. Διαρκεί 9 μήνες και έχει 2 εξάμηνα. Είναι εγκεκριμένο από την κυβέρνηση και έχει διεθνή αναγνώριση. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να κερδίσει την είσοδο στο δεύτερο έτος οποιουδήποτε τριτοβάθμιου ιδρύματος στη Νιγηρία.

Το κοινό συμβούλιο προκαταρκτικών εξετάσεων πανεπιστημίων (JUPEB) είναι ένα άλλο προηγμένο πρόγραμμα επιπέδου που επιτρέπει στους σπουδαστές να αποκτήσουν εισαγωγή στο 2^ο έτος στα περισσότερα πανεπιστήμια στη Νιγηρία με άμεση είσοδο (DE). Το πρόγραμμα διαρκεί περίπου 8 μήνες και η είσοδος δίνεται μέσω του JAMB Joint Admissions and Matriculation Board, παρόλο που οι φοιτητές που υποβάλλονται σε αυτό το πρόγραμμα δεν χρειάζεται να καθίσουν για την Ενιαία Τριτοβάθμια Εξέταση Εγγραφής (UTME).

[Τριτοβάθμια εκπαίδευση]

Η κυβέρνηση έχει τον πλειοψηφικό έλεγχο της πανεπιστημιακής εκπαίδευσης. Η τριτοβάθμια εκπαίδευση στη Νιγηρία αποτελείται από πανεπιστήμια (δημόσια και ιδιωτικά), πολυτεχνεία και κολέγια εκπαίδευσης. Η χώρα έχει συνολικό αριθμό 153 πανεπιστημίων εγγεγραμμένων από το NUC, μεταξύ των οποίων η ομοσπονδιακή και η κρατική κυβέρνηση κατέχουν 40 και 45 αντίστοιχα, ενώ 68 πανεπιστήμια είναι ιδιωτικά τον Αύγουστο του 2017.

Οι απαιτήσεις εισόδου πρώτου έτους στα περισσότερα πανεπιστήμια της Νιγηρίας περιλαμβάνουν: Ελάχιστο SSCE / GCE Ordinary Level Credits σε δύο συνεδριάσεις κατ' ανώτατο όριο. Απαιτείται ελάχιστη βαθμολογία αποκοπής στις εισαγωγικές εξετάσεις του Joint Admissions and Matriculation Board (JAMB) 180 και άνω από 400 βαθμούς κατ' ανώτατο όριο. Οι υποψήφιοι με ελάχιστα προσόντα με ελάχιστο Merit Pass στο Εθνικό Πιστοποιητικό Εκπαίδευσης (NCE), στο Εθνικό Δίπλωμα (ND) και σε άλλα ελάχιστα προσόντα Advanced Level με τουλάχιστον 5 μονάδες O / L γίνονται δεκτοί απευθείας στα κατάλληλα προπτυχιακά προγράμματα σπουδών.

Οι φοιτητές με τα απαιτούμενα έγγραφα συνήθως εισέρχονται στο πανεπιστήμιο από την ηλικία των 17-18 ετών και μετά και σπουδάζουν για ακαδημαϊκό πτυχίο. Ιστορικά, τα πανεπιστήμια χωρίζονται σε διάφορα επίπεδα.

Πανεπιστήμια πρώτης γενιάς

Η ιστορία της πανεπιστημιακής εκπαίδευσης στη Νιγηρία μπορεί να εντοπιστεί στην Επιτροπή Elliot του 1943, που κορυφώθηκε στην καθιέρωση του πανεπιστημιακού κολλεγίου, Ibadan το 1948.

Πέντε από αυτά τα πανεπιστήμια ιδρύθηκαν μεταξύ 1948 και 1965, μετά από σύσταση της Επιτροπής Ashby που συστάθηκε από τη βρετανική αποικιακή κυβέρνηση για να μελετήσει την αναγκαιότητα της πανεπιστημιακής εκπαίδευσης για τη Νιγηρία. Αυτά τα πανεπιστήμια χρηματοδοτούνται πλήρως από την ομοσπονδιακή κυβέρνηση. Τα πανεπιστήμια αυτής της βαθμίδας είναι τα εξής:

1. Πανεπιστήμιο του Ιμπαντάν[22]
2. Πανεπιστήμιο της Νιγηρίας, Nsukka
3. Πανεπιστήμιο Obafemi Awolowo
4. Πανεπιστήμιο Ahmadu Bello, Zaria
5. Πανεπιστήμιο του Λάγος

Πανεπιστήμια δεύτερης γενιάς

Με τον αυξανόμενο πληθυσμό των ειδικευμένων φοιτητών για πανεπιστημιακή εκπαίδευση στη Νιγηρία και τις αυξανόμενες ανάγκες για επιστημονικές και τεχνολογικές εξελίξεις, η δημιουργία περισσότερων πανεπιστημίων έγινε επιτακτική. Μεταξύ 1970 και 1985, 12 επιπλέον πανεπιστήμια ιδρύθηκαν σε διάφορα μέρη της χώρας.

1. Πανεπιστήμιο του Calabar
2. Πανεπιστήμιο Ilorin
3. Πανεπιστήμιο Jos
4. Πανεπιστήμιο του Maiduguri
5. Πανεπιστήμιο του Port Harcourt
6. Πανεπιστήμιο Bayero, Kano

Πανεπιστήμια τρίτης γενιάς

Τα πανεπιστήμια τρίτης γενιάς ιδρύθηκαν μεταξύ του 1980 και των αρχών του 1990 για να αντιμετωπίσουν ειδικούς τομείς τεχνολογικής και γεωργικής ανταπόκρισης στη ζήτηση σε μια εθνικά αναγνωρισμένη ανάγκη για εξειδικευμένο εργατικό δυναμικό. Τα πανεπιστήμια αυτά είναι:

1. Ομοσπονδιακό Τεχνολογικό Πανεπιστήμιο, Owerri
2. Γεωπονικό Πανεπιστήμιο, Makurdi
3. Ομοσπονδιακό Τεχνολογικό Πανεπιστήμιο, Yola
4. Ομοσπονδιακό Τεχνολογικό Πανεπιστήμιο, Akure
5. Ομοσπονδιακό Τεχνολογικό Πανεπιστήμιο, Bauchi
6. Ομοσπονδιακό Τεχνολογικό Πανεπιστήμιο, Minna
7. Ομοσπονδιακό Πανεπιστήμιο Γεωργίας, Abeokuta

Πολιτειακά πανεπιστήμια

Οι πιέσεις από ειδικευμένους φοιτητές από κάθε πολιτεία που δεν μπορούσαν εύκολα να εισαχθούν σε κανένα από τα ομοσπονδιακά πανεπιστήμια συνέχισαν να αυξάνονται στις κυβερνήσεις των πολιτειών. Έγινε επιτακτική και επείγουσα ανάγκη για ορισμένες πολιτειακές κυβερνήσεις να επενδύσουν στην ίδρυση πανεπιστημίων.

Ιδιωτικά πανεπιστήμια

Τα ιδιωτικά πανεπιστήμια είναι ιδρύματα που ανήκουν, διοικούνται και διοικούνται από ιδιώτες και οργανισμούς. Η ομοσπονδιακή κυβέρνηση θέσπισε νόμο το 1993, επιτρέποντας στον ιδιωτικό τομέα να ιδρύσει πανεπιστήμια σύμφωνα με τις κατευθυντήριες γραμμές που ορίζει η κυβέρνηση. Στις 3

Φεβρουαρίου 2021, η Επιτροπή Πανεπιστημίων της Νιγηρίας ενέκρινε επιπλέον 20 πανεπιστήμια που έχει πλέον κάνει 99 εγκεκριμένα ιδιωτικά πανεπιστήμια στη Νιγηρία.

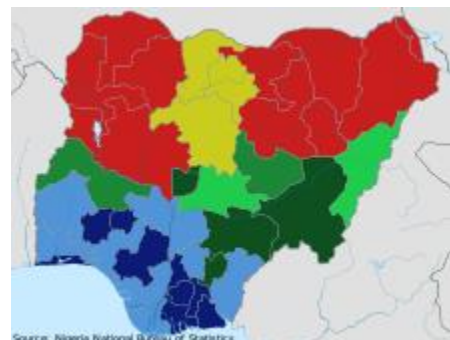
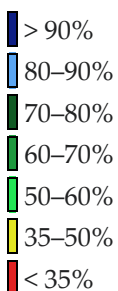
[Προγράμματα άτυπης εκπαίδευσης και αλφαριθμητισμού]

Πολλοί ακαδημαϊκοί έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η συνολική έλλειψη χρηματοδότησης και συγκεντρωτισμού έχει εμποδίσει σημαντικά την ποιότητα, τη χρηματοδότηση και την εφαρμογή προγραμμάτων αλφαριθμητισμού τόσο για παιδιά σχολικής ηλικίας όσο και για ενήλικες. Τα προγράμματα αυτά έχουν επιτύχει ποικίλα επίπεδα επιτυχίας με την κύρια πρόκληση να είναι ότι η χρηματοδότηση είναι δύσκολο να επιτευχθεί. Η τυπική και άτυπη εκπαίδευση αλφαριθμητισμού στη Νιγηρία έλαβε σημαντική ώθηση υπό την αποικιακή κυριαρχία της Βρετανίας, αλλά από την ανεξαρτησία το 1960, η εκπαιδευτική χρηματοδότηση σε όλους τους τομείς λείπει. Η άτυπη εκπαίδευση στόχευε επίσης στην αντιμετώπιση ζητημάτων άλλων από τον αναλφαριθμητισμό. Οι εκκλήσεις για ενσωμάτωση της άτυπης εκπαίδευσης για το HIV/AIDS στο εκπαιδευτικό σύστημα των φυλακών ήταν συχνές και συνάντησαν περιορισμένη και ποικίλη ανταπόκριση.

Παρά τη μεγάλη υποστήριξη για επενδύσεις στον αλφαριθμητισμό των ενηλίκων και τα επαγγελματικά προγράμματα, μικρές ομάδες πολιτικών και προκλήσεις χρηματοδότησης έχουν καθυστερήσει την εφαρμογή πολλών προγραμμάτων αλφαριθμητισμού και επαγγελματικής κατάρτισης. Μια μελέτη σχετικά με τη συμμετοχή της εθνικής κυβέρνησης στα προγράμματα εκπαίδευσης και αλφαριθμητισμού κατέληξε στο συμπέρασμα ότι τα υψηλά ποσοστά αναλφαριθμητισμού στη Νιγηρία σχετίζονταν σημαντικά με την έλλειψη δέσμευσης της κυβέρνησης προς τις τυποποιημένες εκπαιδευτικές πολιτικές της.

[Γυναικεία εκπαίδευση]

Ποσοστό αλφαριθμητισμού γυναικών στη Νιγηρία ανά πολιτεία το 2013



Η εκπαίδευση έχει αναγνωριστεί ως βασικό ανθρώπινο δικαίωμα από την υιοθέτηση της Οικουμενικής Διακήρυξης των Δικαιωμάτων του Ανθρώπου το 1948. Υπάρχει θετική συσχέτιση μεταξύ της εγγραφής των κοριτσιών στο δημοτικό σχολείο και του ακαθάριστου εθνικού προϊόντος και του προσδόκιμου ζωής. Λόγω αυτής της συσχέτισης, η εγγραφή στα σχολεία αντιπροσωπεύει τη μεγαλύτερη συνιστώσα της κοινωνικής επένδυσης στο ανθρώπινο κεφάλαιο. Η ταχεία κοινωνικοοικονομική ανάπτυξη ενός έθνους έχει παρατηρηθεί ότι εξαρτάται από την εκπαίδευση των γυναικών. Η συμμετοχή των γυναικών στην εκπαίδευση έχει αυξηθεί, πολλά κίνητρα χρησιμοποιούνται από ΜΚΟ, τοπική, πολιτειακή και ομοσπονδιακή κυβέρνηση για να ενθαρρύνουν περισσότερες γυναίκες στην εκπαίδευση. Εξακολουθούν να υπάρχουν πολλές προκλήσεις που εμποδίζουν την ισότητα των φύλων στο νιγηριανό εκπαιδευτικό σύστημα. Υπάρχει σημαντική προκατάληψη κατά της συμμετοχής των γυναικών σε συγκεκριμένους ακαδημαϊκούς κλάδους, με μελέτες που δείχνουν την ύπαρξη στερεοτύπων με βάση το φύλο των μαθητών από εκπαιδευτικούς στα σχολεία δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Τα πιο κυρίαρχα εμπόδια είναι σήμερα η εφηβική εγκυμοσύνη, ο γάμος εφήβων, οι θρησκευτικές πεποιθήσεις, η φτώχεια και οι κακές σχολικές εγκαταστάσεις. Τα τελευταία χρόνια, η άνοδος των μαχητικών ομάδων όπως η Boko Haram, οι ληστές, οι άγνωστοι ένοπλοι και η μαχητικότητα του Δέλτα του Νίγηρα συνέβαλαν στην αποσταθεροποίηση του εκπαιδευτικού συστήματος.

[Δευτεροβάθμια εκπαίδευση στις αγροτικές περιοχές της Νιγηρίας]

Στην Εθνική Πολιτική της Νιγηρίας για την εκπαίδευση (FRN 1998) αναφέρεται ότι η ομοσπονδιακή κυβέρνηση έχει υιοθετήσει την εκπαίδευση ως μέσο για την πραγματοποίηση της εθνικής ανάπτυξης σε όλους τους τομείς του έθνους. Η εκπαίδευση στην αγροτική Νιγηρία χαρακτηρίζεται από πολύ κακή υποδομή, ανεπαρκές ακαδημαϊκό προσωπικό, ανασφάλεια και μη πληρωμή προσωπικού μεταξύ άλλων. Η εκπαίδευση είναι θεμελιώδης για τη μεγέθυνση και την ανάπτυξη και χρησιμεύει ως κρίσιμος δείκτης για τη μέτρηση της διαδικασίας της αναπτυξιακής ατζέντας. Ωστόσο, τα αγροτικά σχολεία στη Νιγηρία βρίσκονται σε «θλιβερή κατάσταση» και είναι κοινή γνώση ότι η πλειοψηφία του πληθυσμού στις αναπτυσσόμενες χώρες όπως η Νιγηρία ζει σε αγροτικές περιοχές, οι οποίες παραμελούνται σε μεγάλο βαθμό από την κυβέρνηση όταν πρόκειται για ανάπτυξη.

[Εξετάσεις Απολυτηρίου της Δυτικής Αφρικής]

Επίσημη γλώσσα Αγγλικά

Ιστότοπος www.waecgh.org

Η εξέταση απολυτηρίου της Δυτικής Αφρικής (West African Senior School Certificate Examination=WASSCE) είναι ένας τύπος τυποποιημένης εξέτασης στη Δυτική Αφρική. Οι μαθητές που περνούν τις εξετάσεις λαμβάνουν πιστοποιητικό που επιβεβαιώνει την αποφοίτησή τους από τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Διοικείται από το Συμβούλιο Εξετάσεων της Δυτικής Αφρικής (WAEC). Προσφέρεται μόνο σε υποψηφίους που κατοικούν σε αγγλόφωνες χώρες της Δυτικής Αφρικής. Το ακαδημαϊκό απολυτήριο που απονέμεται μετά την επιτυχή ολοκλήρωση των εξετάσεων είναι το Πιστοποιητικό Λυκείου της Δυτικής Αφρικής.

Το WASSCE εξετάζει τέσσερα βασικά μαθήματα - αγγλικά, μαθηματικά, ολοκληρωμένες επιστήμες, κοινωνικές σπουδές και τρία ή τέσσερα μαθήματα επιλογής.

Υπάρχουν δύο τύποι εξετάσεων WASCE:

1. Το WASSCE for School Candidates (Μάιος / Ιούνιος) είναι η εξέταση πιστοποιητικού ανώτερου σχολείου (SSCE) για υποψηφίους σχολείων. Λαμβάνεται από τελειόφοιτους μαθητές σε λύκεια. Φορούν τις αντίστοιχες σχολικές στολές τους. Αυτή η εξέταση προσφέρεται κατά τη διάρκεια του καλοκαιριού (Απρίλιος έως Μάιος) και τα αποτελέσματα είναι διαθέσιμα μέχρι τον Αύγουστο.
2. Το WASSCE for Private Candidate (Jan/Feb and Nov/Dec), γνωστό και ως General Certificate Examination (GCE) ή WAEC GCE, είναι ιδιωτική εξέταση και δεν απαιτούνται στολές. Αυτή η εξέταση προσφέρεται νωρίς την άνοιξη (γνωστή ως πρώτη σειρά) ή το φθινόπωρο (γνωστή ως δεύτερη σειρά) και συνήθως λαμβάνεται από αποφοίτους δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης που θέλουν να διορθώσουν ελλείψεις στα αποτελέσματά τους. Τα αποτελέσματα είναι διαθέσιμα μέχρι τον Μάρτιο ή τον Δεκέμβριο, συνήθως 45 ημέρες μετά τη σύνταξη της τελευταίας εργασίας.

Οι υποψήφιοι ενημερώνονται ότι θα πρέπει να πληρούν όχι μόνο τις γενικές απαιτήσεις εισαγωγής του πανεπιστημίου αλλά και τις απαιτήσεις της συγκεκριμένης σχολής στην οποία επιθυμούν να εισέλθουν και ότι αυτές οι απαιτήσεις ποικίλλουν σημαντικά. Πληροφορίες σχετικά με τις προϋποθέσεις εισαγωγής και τους κανονισμούς απαλλαγής μπορούν να ζητηθούν από τα ενδιαφερόμενα πανεπιστήμια ή επαγγελματικούς φορείς.

Οι μαθητές δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης μπορούν να λάβουν μέρος στις εξετάσεις είτε του WASSCE είτε του Εθνικού Συμβουλίου Εξετάσεων (NECO).

Οι φοιτητές που επιλέγουν να σπουδάσουν σε πανεπιστήμια της Νιγηρίας υποχρεούνται να λάβουν μέρος στην Ενιαία Τριτοβάθμια Εξέταση Εγγραφής (UTME), μια εισαγωγική εξέταση που διοργανώνεται από το κρατικό Συμβούλιο Κοινών Εισαγωγών και Εγγραφής (JAMB).

[Η Ενιαία Τριτοβάθμια Εξέταση Εγγραφής (UTME)]

Η Ενιαία Τριτοβάθμια Εξέταση Εγγραφής (UTME) είναι μια τυποποιημένη εξέταση βασισμένη σε υπολογιστή για υποψήφιους προπτυχιακούς φοιτητές στη Νιγηρία. Έχει σχεδιαστεί για να αξιολογήσει την επίλυση προβλημάτων, την κριτική σκέψη, τη γνώση των επιστημονικών εννοιών και τις αρχές σημασία κάθε θέματος που λαμβάνεται.

Η εγγραφή γίνεται συνήθως μία φορά το χρόνο και οι υποψήφιοι επιτρέπεται να εγγραφούν σε τέσσερα μαθήματα. Η χρήση της αγγλικής γλώσσας είναι υποχρεωτική και οποιαδήποτε άλλα τρία μαθήματα σχετικά με το προτεινόμενο πρόγραμμα σπουδών, όπως ορίζεται από το Κοινό Συμβούλιο Εισδοχής και Εγγραφής (Joint Admissions and Matriculation Board).

Το συμβούλιο αυτό απαγορεύει τη χρήση αριθμομηχανών, χρονομέτρων ή άλλων ηλεκτρονικών συσκευών κατά τη διάρκεια της εξέτασης. Τα κινητά τηλέφωνα απαγορεύονται επίσης αυστηρά από τις αίθουσες εξετάσεων και τα άτομα που διαπιστώνεται ότι τα κατέχουν τιμωρούνται, συνήθως αναγκάζονται να χάσουν τις εξετάσεις. Το μόνο στοιχείο που μπορεί να εισαχθεί στην αίθουσα εξετάσεων είναι το ανατυπωμένο δελτίο ηλεκτρονικής εγγραφής του υποψηφίου. Τα αποτελέσματα των εξετάσεων είναι διαθέσιμα μόλις λίγες ημέρες μετά τη διεξαγωγή της εξέτασης μέσω της ιστοσελίδας του συμβουλίου, SMS και ηλεκτρονικού ταχυδρομείου. Το συμβούλιο αποστέλλει επίσης βαθμολογίες στα πανεπιστήμια και τα ιδρύματα στα οποία υποβάλλεται αίτηση.

Το Κοινό Συμβούλιο Εισδοχής και Εγγραφής δεν προετοιμάζει υποψηφίους για τις εξετάσεις του με την ίδρυση σχολείων δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης ή φροντιστηριακών κέντρων και κανένα τέτοιο ίδρυμα δεν συνδέεται με το σώμα.

Ωστόσο, το Συμβούλιο παρέχει ένα φυλλάδιο διδακτέας ύλης, το οποίο είτε διατίθεται στο διαδίκτυο είτε δίνεται στους μαθητές κατά την εγγραφή τους. Οι υποψήφιοι αναμένεται να καλύψουν όλες τις θεματικές ενότητες της διδακτέας ύλης.

Το διοικητικό συμβούλιο έχει επίσης ένα διαδικτυακό τεστ πρακτικής στον ιστότοπό του, το οποίο επιτρέπει στους μαθητές να εξασκηθούν. Υπάρχουν επίσης ορισμένα λογισμικά δοκιμών και εφαρμογές που κατασκευάζονται από διάφορες εταιρείες προετοιμασίας εξετάσεων, καμία από τις οποίες δεν συνδέεται με το διοικητικό συμβούλιο.

Οι μαθητές αγοράζουν επίσης βιβλία που περιέχουν ερωτήσεις που τέθηκαν κατά τη διάρκεια των προηγούμενων ετών. Το βιβλίο είναι φτιαγμένο από διαφορετικές εκδοτικές εταιρείες.

Συνδυασμοί θεμάτων JAMB

Οι συνδυασμοί θεμάτων JAMB αναφέρονται στα συγκεκριμένα μαθήματα που πρέπει να επιλέξει ένας μαθητής κατά τη διαδικασία εγγραφής στο UTME. Κάθε μάθημα σπουδών έχει το μοναδικό σύνολο απαιτούμενων θεμάτων και οι μαθητές πρέπει να επιλέξουν προσεκτικά τον σωστό συνδυασμό για να είναι επιλέξιμοι για εισαγωγή στα προτιμώμενα μαθήματα τους.

Οι συνήθεις συνδυασμοί θεμάτων JAMB είναι:

- Ιατρική και χειρουργική: φυσική, χημεία, βιολογία.
- Μηχανική: μαθηματικά, φυσική, χημεία.
- Νόμος: χρήση της αγγλικής γλώσσας, λογοτεχνία στα αγγλικά, κυβέρνηση ή ιστορία και οποιοδήποτε άλλο θέμα τέχνης ή κοινωνικών επιστημών.
- Οικονομικά: μαθηματικά, οικονομικά και οποιοδήποτε άλλο θέμα κοινωνικών επιστημών.
- Ψυχολογία: χρήση αγγλικών, βιολογίας, μαθηματικών και οποιοδήποτε άλλου θέματος.
- Πολιτικός μηχανικός: μαθηματικά, φυσική, χημεία.
- Πληροφορική: μαθηματικά, φυσική και ένα άλλο επιστημονικό θέμα.
- Φαρμακευτική: χρήση αγγλικών, βιολογία, φυσική, χημεία.

Further Mathematics 2023 West African Examinations Council (WAEC)

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Υπολογίστε, με ακρίβεια ένα δεκαδικό ψηφίο, τη γωνία μεταξύ $5\vec{i} + 12\vec{j}$ και $-2\vec{i} + 3\vec{j}$
 A. $56,3^\circ$ B. $76,3^\circ$ C. $66,4^\circ$ D. $54,8^\circ$

Λύση

Έχω $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\theta$ με $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 5(-2) + 12(3) = -10 + 36 = 26$, $|\mathbf{a}| = \sqrt{(5^2 + 12^2)} = \sqrt{(25 + 144)} = \sqrt{169} = 13$, $|\mathbf{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$. Άρα $26 = 13\sqrt{13}\cos\theta$ οπότε $\cos\theta = \frac{26}{13\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$.

Συνεπώς $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right) = \boxed{56.3^\circ}$. Άρα A.

2. Βρείτε την εξίσωση της κανονικής ευθείας στην καμπύλη $y = 3x^2 + 2$ στο σημείο $(1, 5)$.
 A. $6y - x - 29 = 0$ B. $6y + x - 31 = 0$ C. $y - 6x - 1 = 0$ D. $y - 6x + 1 = 0$

Λύση

Έχω $y' = 6x$. Άρα $y'(1) = 6$. Οπότε η εξίσωση της κανονικής ευθείας είναι $y - y(1) = -\frac{1}{y'(1)}(x - 1) \Leftrightarrow y - 5 = -\frac{1}{6}(x - 1) \Leftrightarrow y - 5 = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{6} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{6} + 5 \Leftrightarrow 6y = -x + 1 + 30 \Leftrightarrow$

$\boxed{6y + x - 31 = 0}$. Άρα B.

3. Η απόσταση S μέτρα που μετακινείται ένα σώμα σε t δευτερόλεπτα δίνεται από τον τύπο $S = 5t^3 - \frac{19}{2}t^2 + 6t - 4$. Υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος μετά από 2 δευτερόλεπτα.
 A. 19 ms^{-2} B. 21 ms^{-2} C. 41 ms^{-2} D. 31 ms^{-2}

Λύση

Έχω $v(t) = \frac{ds}{dt} = 15t^2 - 19t + 6$ και $a(t) = \frac{dv}{dt} = 30t - 19$. Άρα $a(2) = 30(2) - 19 = 60 - 19 = \boxed{41 \text{ ms}^{-2}}$. Άρα C.

4. Υπολογίστε το $\int_0^1 x(x^2 - 2)^2 dx$
 A. $\frac{6}{7}$ B. $1\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $3\frac{1}{6}$

Λύση

Έχω $\int_0^1 x(x^2 - 2)^2 dx = \int_0^1 \frac{(x^2-2)'}{2} (x^2 - 2)^2 dx = \frac{1}{2} \left[\frac{(x^2-2)^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{2} \left[\frac{(-1)^3}{3} - \frac{(-2)^3}{3} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{-1}{3} - \frac{-8}{3} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{7}{3} \right] = \frac{7}{6} =$

$\boxed{1\frac{1}{6}}$. Άρα B.

5. Δοθέντος ότι $\sin x = \frac{4}{5}$ και $\cos y = \frac{12}{13}$, όπου x είναι μια αμβλεία γωνία και y είναι μια οξεία γωνία, βρείτε την τιμή της $\sin(x - y)$.
 A. $\frac{63}{65}$ B. $\frac{48}{65}$ C. $\frac{56}{65}$ D. $\frac{16}{65}$

Λύση

Έχω $\sin x = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{αμβλεία}} \cos x = -\frac{3}{5}$. Ακόμα έχω $\sin y = \frac{5}{13}$.

Άρα $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y = \frac{4}{5} \cdot \frac{12}{13} - \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{5}{13} = \frac{48}{65} - \left(-\frac{15}{65}\right) = \frac{63}{65}$ Άρα A.

6. Αν $\left(\frac{1}{9}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{81}\right)^{2-3x}$ βρείτε την τιμή του x
 A. $-\frac{5}{8}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{5}{8}$

Λύση

Έχω $\left(\frac{1}{9}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{81}\right)^{2-3x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2(2-3x)} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{4-6x}$. Αφού οι βάσεις ίδιες, και οι εκθέτες ίσοι, άρα $2x - 1 = 4 - 6x \Leftrightarrow 2x + 6x = 4 + 1 \Leftrightarrow x = \frac{5}{8}$. Άρα D.

7. Ο πίνακας δείχνει την πράξη * στο σύνολο $\{X, Y, Z, W\}$.

*	X	Y	Z	W
X	Y	Z	X	W
Y	Z	W	Y	X

Z	X	Y	Z	W
W	W	X	W	Z

Βρείτε το ουδέτερο στοιχείο.

- A. W B. Y C. Z D. X

Λύση

Από τον πίνακα προκύπτει ότι $x * z = x, y * z = y, z * z = z$ και $w * z = w$. Άρα το στοιχείο z είναι το ουδέτερο στοιχείο. Άρα C.

8. Βρείτε την ακτίνα του κύκλου $2x^2 + 2y^2 - 4x + 5y + 1 = 0$

- A. $\frac{\sqrt{33}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{6}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{33}{4}$

Λύση

Έχω $2x^2 + 2y^2 - 4x + 5y + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + \frac{5}{2}y + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + y^2 + \frac{5}{2}y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1^2 + y^2 + \frac{5}{2}y + (\frac{5}{4})^2 - 1 - \frac{25}{16} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+\frac{5}{4})^2 = -\frac{1}{2} + 1 + \frac{25}{16} = \frac{33}{16} = (\frac{\sqrt{33}}{4})^2$. Άρα ακτίνα

$r = \frac{\sqrt{33}}{4}$. Άρα A.

9. Δεδομένου ότι το M είναι το μέσο σημείο του T (2, 4) και του Q (-8, 6), βρείτε το μήκος του MQ .

- A. $\sqrt{26}$ μονάδες B. $\sqrt{28}$ μονάδες C. $\sqrt{24}$ μονάδες D. $\sqrt{30}$ μονάδες

Λύση

Έχω $|TQ| = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(6 - 4)^2 + (-8 - 2)^2} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

Άρα $|MQ| = \frac{1}{2}|TQ| = \sqrt{26}$ μονάδες. Άρα A.

10. Ένα σωματίδιο άρχισε να κινείται με $27ms^{-1}$ κατά μήκος ευθείας γραμμής με συνεχή επιβράδυνση $9ms^{-2}$. Υπολογίστε το χρόνο που χρειάστηκε το σωματίδιο για να σταματήσει.

- A. 3 δευτ. B. 2 δευτ. C. 4 δευτ. D. 1 δευτ.

Λύση

Έχω $v_{αρχ} = 27ms^{-1}, a = -9ms^{-2}, v_{τελ} = 0$. Από τον τύπο $v = u + at$, έχω $t = \frac{v-u}{a}$. Οπότε προκύπτει ότι $t = \frac{0-27}{-9} = \frac{-27}{-9} = 3sec$. Άρα A.

11. Βρείτε τον πέμπτο όρο στη διωνυμική επέκταση του $(q + x)^7$.

- A. $21q^2x^5$ B. $21q^4x^3$ C. $35q^3x^4$ D. $35q^5x^2$

Λύση

Ο r-οστός όρος δίνεται από τον τύπο $\binom{n}{r-1}a^{n-(r-1)}b^{r-1}$

Οπότε, αν θέσω $n = 7, r = 5, r - 1 = 4$. Ο πέμπτος όρος είναι ο $\binom{7}{4}q^{7-4}x^4 = 35q^3x^4$. Άρα C.

12. Αν τα σύνολα $P = \{x : 2 \leq x \leq 8\}$ και $Q = \{x : 4 < x \leq 12\}$ είναι υποσύνολα του δειγματικού χώρου $\mu = \{x : x \in \mathbb{Z}\}$, βρείτε το $(P \cap Q)'$.

- A. $\{x : 4 < x < 8\}$ B. $\{x : 2 < x \leq 4\}$ C. $\{x : 2 \leq x \leq 4\}$ D. $\{x : 4 \leq x \leq 8\}$

Λύση

Έχω $P = \{x : 2 \leq x \leq 8\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ και $Q = \{x : 4 < x \leq 12\} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, άρα $Q' = \mathbb{Z} - \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} = \{\dots, 2, 3, 4, 13, 14, 15, \dots\}$. Τελικά ισχύει ότι

$P \cap Q' = \{2, 3, 4\} = \{x : 2 \leq x \leq 4\}$. Άρα C.

13. Εξετάστε τις δηλώσεις:

x : Το σχολικό λεωφορείο έφτασε αργά

y : Ο μαθητής πήγε με τα πόδια στο σχολείο

Ποιο από τα παρακάτω μπορεί να αναπαρασταθεί από την έκφραση $y \Rightarrow x$;

- A. Το σχολικό λεωφορείο έφτασε νωρίς και η Kate έτρεξε στο σχολείο
 B. Η Μαίρη περπάτησε προς το σχολείο επειδή το σχολικό λεωφορείο έφτασε αργά
 C. Είτε το σχολικό λεωφορείο έφτασε αργά είτε η Maryam περπάτησε προς το σχολείο

D. Η Εμμανουέλα δεν πήγε σχολείο γιατί το σχολικό λεωφορείο έφτασε αργά

Λύση

Η δήλωση " $y \Rightarrow x$ " αντιπροσωπεύει μια λογική συνέπεια, όπου το y συνεπάγεται x . Αυτό σημαίνει ότι αν το y είναι αληθές, τότε το x πρέπει επίσης να είναι αληθές. Με άλλα λόγια, εάν πληρείται η προϋπόθεση που αντιπροσωπεύεται από το y , πρέπει επίσης να πληρείται η προϋπόθεση που αντιπροσωπεύει το x .

Από τις παρεχόμενες επιλογές:

«Η Εμμανουέλα δεν πήγε στο σχολείο επειδή το σχολικό λεωφορείο έφτασε αργά».

Σε αυτή την περίπτωση, το "Emmanuella δεν πήγε στο σχολείο" (όχι y) είναι το αποτέλεσμα του καθυστερημένου σχολικού λεωφορείου (x). Ωστόσο, η συνέπεια $y \Rightarrow x$ θα σήμαινε ότι αν ο μαθητής περπατούσε προς το σχολείο (y), τότε το σχολικό λεωφορείο έφτασε αργά (x). Επομένως, αυτή η περίπτωση δεν ταιριάζει με τη δομή $y \Rightarrow x$.

«Το σχολικό λεωφορείο έφτασε νωρίς και η Kate έτρεξε στο σχολείο» δεν ταιριάζει με τη δομή $y \Rightarrow x$, καθώς δεν υπάρχει σαφής επίπτωση μεταξύ των δύο γεγονότων.

"Η Μαρία περπάτησε στο σχολείο επειδή το σχολικό λεωφορείο έφτασε αργά" μπορεί να αναπαρασταθεί με $y \Rightarrow x$ γιατί αν η Μαρία περπάτησε στο σχολείο (y), αυτό σημαίνει ότι το σχολικό λεωφορείο έφτασε αργά (x).

"Είτε το σχολικό λεωφορείο έφτασε αργά είτε η Maryam περπάτησε στο σχολείο" δεν ταιριάζει με τη δομή $y \Rightarrow x$, καθώς αντιπροσωπεύει μια λογική σχέση OR και όχι μια συνέπεια.

Έτσι, η σωστή δήλωση που μπορεί να αναπαρασταθεί από το $y \Rightarrow x$ είναι η Β

14. Παραγωγίστε την $f(x) = \frac{1}{(1-x^2)^3}$ ως προς x

A. $\frac{-5x}{(1-x^2)^6}$ B. $\frac{-10x}{(1-x^2)^6}$ C. $\frac{5x}{(1-x^2)^6}$ D. $\frac{10x}{(1-x^2)^6}$

Λύση

Έχω $\frac{dy}{dx} = -5(1-x^2)'(1-x^2)^{-6} = 10x(1-x^2)^{-6} = \frac{10x}{(1-x^2)^6}$. Άρα D.

15. Εκφράστε την $\frac{3}{3-\sqrt{6}}$ στην μορφή $x + m\sqrt{y}$

A. $3 - 3\sqrt{6}$ B. $3 + 3\sqrt{6}$ C. $3 + \sqrt{6}$ D. $3 - \sqrt{6}$

Λύση

Έχω $\frac{3}{3-\sqrt{6}} = \frac{3}{3-\sqrt{6}} \times \frac{3+\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}} = \frac{3(3+\sqrt{6})}{(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})} = \frac{3(3+\sqrt{6})}{9-6} = \frac{3(3+\sqrt{6})}{3} = 3 + \sqrt{6}$. Άρα C

16. Ο πίνακας δείχνει τη βαθμολογία που έλαβαν οι μαθητές σε ένα τεστ.

Βαθμός	1	2	3	4	5
Συχνότητα	2	k	1	1	2

Εάν ο μέσος όρος είναι 3, βρείτε την τιμή του k .

A. 4 B. 1 C. 2 D. 3

Έχω $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{(1 \times 2) + (2 \times k) + (3 \times 1) + (4 \times 1) + (5 \times 2)}{2 + k + 1 + 1 + 2} = \frac{2 + 2k + 3 + 4 + 10}{6 + k} = \frac{19 + 2k}{6 + k}$

Άρα $\frac{19 + 2k}{6 + k} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow 19 + 2k = 3(6 + k) \Leftrightarrow \boxed{k = 1}$. Άρα B

17. Απλοποιήστε: $\frac{\log \sqrt{27} - \log \sqrt{8}}{\log 3 - \log 2}$

A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

Λύση

Έχω $\frac{\log \sqrt{27} - \log \sqrt{8}}{\log 3 - \log 2} = \frac{\log \sqrt{3^3} - \log \sqrt{2^3}}{\log 3 - \log 2} = \frac{\log 3^{\frac{3}{2}} - \log 2^{\frac{3}{2}}}{\log 3 - \log 2} = \frac{\frac{3}{2}(\log 3 - \log 2)}{\log 3 - \log 2} = \frac{3}{2}$. Άρα A.

18. Αν $r = (10 N, 200^\circ)$ και $n = (16 N, 020^\circ)$, βρείτε το $(3r - 2n)$.

A. $(62 N, 240^\circ)$ B. $(62 N, 200^\circ)$ C. $(62 N, 280^\circ)$ D. $(62 N, 020^\circ)$

Λύση

Έχω στην κανονική μορφή ότι

$$r = 10\cos 200^\circ i + 10\sin 200^\circ j = -9.397i - 3.420j = 16\cos 20^\circ i + 16\sin 20^\circ j = 15.035i + 5.472j$$

$$3r - 2n = (-28.191i - 10.260j) - (30.070i + 10.945j) = -58.261i - 21.205j$$

$$|3r - 2n| = \sqrt{(-58.261)^2 + (-21.205)^2} = 62 \text{ N και } \tan\theta = \frac{-21.205}{-58.261} = 0.3640$$

$$\text{Άρα } \theta = \tan^{-1}(0.3640) = 20^\circ, \text{ συνεπώς } \boxed{(62\text{N}, 020^\circ)}. \text{ Άρα D.}$$

19. Να λυθεί η $6 \sin 2\theta \tan \theta = 4$, για $0^\circ < \theta < 90^\circ$

A. 18.43° B. 30.00 C. 35.26° D. 19.47°

Λύση

Έχω $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$ και $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$. Άρα η αρχική εξίσωση γίνεται $6 \times 2 \sin \theta \cos \theta \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} =$

$$4 \Rightarrow 12 \sin^2 \theta = 4 \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\sin \theta > 0} \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \boxed{35.26^\circ}. \text{ Άρα C.}$$

20. Μια γεωμετρική πρόοδος με όρους $8\sqrt{2}, 16\sqrt{2}, 32\sqrt{2}, \dots$. Βρείτε τον n -οστό όρο της ακολουθίας.

A. $8\sqrt{2}^n$ B. $2^{(n+2)}\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}^{(n+3)}$ D. $8n\sqrt{2}$

Λύση

Έχω $a_1 = 8\sqrt{2}, \lambda = \frac{a_2}{a_1} = \frac{16\sqrt{2}}{8\sqrt{2}} = 2$. Άρα $T_n = a_1 \lambda^{n-1} = 8\sqrt{2} \times 2^{n-1} = 2^3 \times 2^{n-1} \times \sqrt{2} = \boxed{2^{(n+2)}\sqrt{2}}$. Άρα B

21. Αν $f: x \rightarrow 2\tan x$ και $g: x \rightarrow \sqrt{x^2 + 8}$, βρείτε το $(g \circ f)(45^\circ)$

A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 6 D. $3\sqrt{2}$

Λύση

Έχω $(g \circ f) = \sqrt{(2\tan x)^2 + 8}$, άρα $(g \circ f)(45^\circ) = \sqrt{(2\tan 45^\circ)^2 + 8} = \sqrt{(2)^2 + 8} = \sqrt{12} = \boxed{2\sqrt{3}}$. Άρα B.

22. Ομοιόμορφη δοκός PQ μήκους 80 cm και βάρους 60 N στηρίζεται σε στήριγμα στο X όπου $|PX| = 30 \text{ εκ}$. Εάν το σώμα διατηρείται σε ισορροπία με μάζα m kg η οποία τοποθετείται στο P, υπολογίστε την τιμή m. [Πάρτε $g = 10 \text{ ms}^{-2}$]

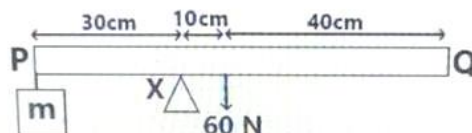
A. 2.0 B. 3.0 C. 2.5 D. 4.0

Λύση

Έχω με βάση το ακόλουθο σχήμα

$$60 \times 10 = 30 \times m \times g \Rightarrow 600 = 300m \Rightarrow m = \boxed{2\text{kg}}$$

Άρα A.



23. Έστω η γεωμετρική πρόοδος $\frac{9}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \dots$. Βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της.

A. $5\frac{2}{5}$ B. $4\frac{1}{5}$ C. $13\frac{1}{2}$ D. $6\frac{3}{4}$

Λύση

Το άθροισμα των άπειρων όρων μιας γεωμετρικής πρόοδου με $|\lambda| < 1$ είναι $S_\infty = \frac{a_1}{1-\lambda}$, όπου $a_1 =$

$$\frac{9}{2}, \lambda = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{4} : \frac{9}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{6}. \text{ Άρα } S_\infty = \frac{\frac{9}{2}}{1-\frac{1}{6}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{5}{6}} = \frac{27}{5} = \boxed{5\frac{2}{5}}. \text{ Άρα A.}$$

24. Οι βαθμολογίες του Adu σε πέντε μαθήματα σε μια εξέταση είναι 85, 84, 83, 86 και 87. Υπολογίστε την τυπική απόκλιση.

A. 2.0 B. 1.4 C. 1.8 D. 1.6

Λύση

$$\text{Έχω } n = 5, \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{85+84+83+86+87}{5} = \frac{425}{5} = 85.$$

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
85	0	0
84	-1	1

83	-2	4
86	1	1
87	2	4
		$\sum(x - \bar{x})^2 = 10$

Άρα $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2} = 1,4$. Άρα Β.

25. Με πόσους τρόπους μπορεί να επιλεγεί μια επιτροπή 3 γυναικών και 2 ανδρών από μια ομάδα 7 ανδρών και 5 γυναικών;
 Α. 500 Β. 350 C. 720 D. 210

Λύση

Έχω $\binom{5}{3} \times \binom{7}{2} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2} \times \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 10 \times 21 = \boxed{210}$ τρόπους. Άρα D.

26. Υπολογίστε το $\int (2x + 1)^3 dx$.

Α. $8(2x + 1)^2 + k$ Β. $6(2x + 1)^2 + k$ C. $\frac{1}{8}(2x + 1)^4 + k$ D. $\frac{1}{6}(2x + 1)^4 + k$

Λύση

Έχω $\int (2x + 1)^3 dx = \int \frac{1}{2} (2x + 1)' (2x + 1)^3 dx = \frac{1}{2} \frac{(2x+1)^4}{4} = \boxed{\frac{1}{8}(2x + 1)^4 + c}$. Άρα C.

27. Αν α και β είναι ρίζες της $7x^2 + 12x - 4 = 0$ βρείτε την τιμή του $\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2}$

Α. $\frac{7}{36}$ Β. $-\frac{36}{7}$ C. $\frac{36}{7}$ D. $-\frac{7}{36}$

Λύση

Από τους τύπους Vieta: $\alpha + \beta = -\frac{12}{7}$, $\alpha\beta = -\frac{4}{7}$. Άρα $\frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2} = \frac{-\frac{4}{7}}{\left(-\frac{12}{7}\right)^2} = \frac{-\frac{4}{7}}{\frac{144}{49}} = -\frac{4}{7} \times \frac{49}{144} = \boxed{-\frac{7}{36}}$. Άρα D.

28. Αν η $3x^2 + px + 12 = 0$ έχει διπλή ρίζα, βρείτε τις τιμές του p .

Α. ± 12 Β. ± 3 C. ± 4 D. ± 6

Λύση

Έχω $\Delta = 0 \Leftrightarrow p^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 = 0 \Leftrightarrow p^2 = 12^2 \Leftrightarrow \boxed{p = \pm 12}$. Άρα Α

29. Αν $\frac{3x+4}{(x-2)(x+3)} \equiv \frac{P}{x+3} + \frac{Q}{x-2}$, να βρείτε την τιμή του Q .

Α. 2 Β. -2 C. 1 D. -1

Λύση

Έχω $\frac{3x+4}{(x-2)(x+3)} \equiv \frac{P}{x+3} + \frac{Q}{x-2} \Leftrightarrow \frac{3x+4}{(x-2)(x+3)} \equiv \frac{P(x-2)+Q(x+3)}{(x-2)(x+3)} \Leftrightarrow 3x+4 \equiv P(x-2) + Q(x+3) \Leftrightarrow 3x+4 \equiv$

$Px - 2P + Qx + 3Q \Leftrightarrow 3x+4 \equiv Px + Qx - 2P + 3Q \Leftrightarrow 3x+4 \equiv (P+Q)x - 2P + 3Q$. Άρα

$\begin{cases} P+Q=3 \\ -2P+3Q=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=1 \\ Q=2 \end{cases}$. Άρα Α.

30. Η ταχύτητα ενός σώματος μάζας 4,56 kg αυξάνει από $(10ms^{-1}, 060^\circ)$ σε $(50ms^{-1}, 060^\circ)$ σε 16 δευτερόλεπτα. Βρείτε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο σώμα.

Α. 17.1 N Β. 11.4 N C. 36.5 N D. 5.7 N

Λύση

Παρατηρήστε ότι δεν υπάρχει αλλαγή στην κατεύθυνση της ταχύτητας. Άρα $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{50-10}{16} = \frac{40}{16} =$

$2.5ms^{-2}$ και $F = ma = 4.56 \times 2.5 = \boxed{11.4N}$. Άρα Β.

31. Ένας γραμμικός μετασχηματισμός στο Oxy επίπεδο ορίζεται από $P(x, y) \rightarrow (2x + y, -2y)$. Βρείτε το P^2

Α. $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ Β. $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

Λύση

Έχω $P(x, y) \rightarrow (2x + y, -2y)$ ή $p \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x & y \\ 0 & -2y \end{bmatrix}$. Άρα $P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$, οπότε $P^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$. Άρα C.

32. Αν $y^2 + xy = 5$, βρείτε το $\frac{dy}{dx}$.
 A. $\frac{y}{2y+x}$ B. $\frac{-y}{2y+x}$ C. $\frac{-y}{2y-x}$ D. $\frac{y}{2y+x}$

Λύση

Από την $y^2 + xy = 5$ με παραγώγιση έχω $2y \frac{dy}{dx} + y + x \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}(2y + x) = -y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-y}{2y+x}$. Άρα B

33. Αν X και Y είναι δυο ανεξάρτητα συμβάντα τέτοια ώστε $P(X) = \frac{1}{8}$ και $P(XUY) = \frac{5}{8}$, βρείτε το $P(Y)$.
 A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{4}{7}$ C. $\frac{4}{21}$ D. $\frac{3}{7}$

Λύση

Αφού είναι ανεξάρτητα ισχύει ότι $P(X \cap Y) = P(X)P(Y)$. Έχω ακόμη ότι $P(XUY) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y) \Rightarrow \frac{5}{8} = \frac{1}{8} + P(Y) - \frac{1}{8} \times P(Y) \Rightarrow \frac{1}{2} = P(Y) \left(\frac{7}{8}\right) \Rightarrow P(Y) = \frac{1}{2} \div \frac{7}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{7} = \frac{4}{7}$. Άρα B.

34. Έστω συνάρτηση f ορισμένη ως $f: x \rightarrow \frac{x+2}{x-3}, x \neq 3$. Βρείτε την αντίστροφη της f .
 A. $\frac{x+3}{x-2}, x \neq 2$ B. $\frac{x-3}{x+2}, x \neq -2$ C. $\frac{3x-2}{x+1}, x \neq -1$ D. $\frac{3x+2}{x-1}, x \neq 1$

Λύση

Έχω για $x \neq 3, y \neq 1$ ότι $y = \frac{x+2}{x-3} \Leftrightarrow x + 2 = y(x - 3) \Leftrightarrow x - xy = -3y - 2 \Leftrightarrow x(1 - y) = -3y - 2 \Leftrightarrow x = \frac{-3y-2}{1-y} = \frac{-(3y+2)}{-(y-1)} = \frac{3y+2}{y-1}$ άρα $f^{-1}: x = \frac{3x+2}{x-1}, x \neq 1$. Άρα D.

35. Οι πιθανότητες ότι η Atta και ο Tunde να χτυπήσουν έναν στόχο σε έναν διαγωνισμό σκοποβολής είναι $\frac{1}{6}$ και $\frac{1}{9}$ αντίστοιχα. Βρείτε την πιθανότητα ότι μόνο ένας από αυτούς θα χτυπήσει τον στόχο.
 A. $\frac{1}{54}$ B. $\frac{41}{54}$ C. $\frac{20}{27}$ D. $\frac{13}{54}$

Λύση

Έχω $P(A) = \frac{1}{6}, P(T) = \frac{1}{9}$. Έστω $P(T')$ είναι η πιθανότητα ότι ο Tunde δεν θα χτυπήσει τον στόχο και $P(A')$ είναι η πιθανότητα ότι η Atta δεν θα πετύχει τον στόχο. Άρα η πιθανότητα ότι μόνο ένας από αυτούς θα πετύχει τον στόχο $= P(A) \times P(T') + P(A') \times P(T) = \frac{1}{6} \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) + \left(1 - \frac{1}{6}\right) \times \frac{1}{9} = \frac{8}{54} + \frac{5}{54} = \frac{13}{54}$. Άρα D.

36. Αν $P = \begin{bmatrix} x & 4 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} x & 3 \\ 1 & 2x \end{bmatrix}$ και η ορίζουσα του Q είναι τρεις μονάδες μεγαλύτερη της ορίζουσας του P , βρείτε τις τιμές του x .
 A. $-2, \frac{3}{2}$ B. $2, \frac{3}{2}$ C. $-2, -\frac{3}{2}$ D. $2, -\frac{3}{2}$

Λύση

Έχω $|Q| = |P| + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 3 = 7x - 12 + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(2x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 2, \frac{3}{2}$. Άρα B.

37. Αν m και $(m + 4)$ είναι ρίζες της εξίσωσης $4x^2 - 4x - 15 = 0$, βρείτε την εξίσωση με ρίζες τους $2m$ και $(2m + 8)$.
 A. $x^2 + 8x - 15 = 0$ B. $x^2 - 2x - 15 = 0$ C. $x^2 - 8x - 15 = 0$ D. $x^2 + 2x + 15 = 0$

Λύση

Από Vieta έχω $m + (m + 4) = -\frac{-4}{4} \Leftrightarrow 2m = -3, 2m + 8 = 5$. Άρα η ζητούμενη εκίσωση είναι η $(x - (-3))(x - 5) = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$. Άρα B.

38. Βρείτε τον 6^ο όρο της διωνυμικής επέκτασης του $\left(1 - \frac{2x}{3}\right)^{10}$ σε φθίνουσες δυνάμεις του x .
 A. $-\frac{896}{9}x^6$ B. $-\frac{896}{9}x^5$ C. $-\frac{896}{27}x^5$ D. $-\frac{896}{27}x^6$

Λύση

Έχω ότι ο r -οστός όρος είναι ίσος με $\binom{n}{r-1}a^{n-(r-1)}(-b)^{r-1}$, όπου $n = 10, r = 6, r - 1 = 5$

άρα ο 6ος όρος είναι $\binom{10}{5}1^5\left(-\frac{2x}{3}\right)^5 = 252 \cdot \left(-\frac{32x^5}{243}\right) = \boxed{-\frac{896x^5}{27}}$. Άρα C.

39. Με πόσους τρόπους μπορούν να επιλεγούν τέσσερις μαθηματικοί από έξι;

A. 90 B. 60 C. 15 D. 360

Λύση

Με $\binom{6}{4} = \frac{6!}{(4!2!)} = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = \boxed{15}$. Άρα C.

40. Αν ο $(x - 5)$ είναι παράγοντας του $x^3 - 4x^2 - 11x + 30$, βρείτε τους υπόλοιπους παράγοντές του.

A. $(x + 3), (x - 2)$ B. $(x - 3), (x + 2)$ C. $(x - 3), (x - 2)$ D. $(x + 3), (x + 2)$

Λύση

Έχω $x^3 - 4x^2 - 11x + 30 = x^3 - 5x^2 + x^2 - 5x - 6x + 30 = x^2(x - 5) + x(x - 5) - 6(x - 5) = (x - 5)(x^2 + x - 6) = (x - 5)(x + 3)(x - 2)$. Άρα A.

Ασκήσεις ανοιχτού τύπου

41. Αν ${}^9C_x = 4[{}^7C_{x-1}]$, βρείτε την τιμή του x

Λύση

$$\begin{aligned} \text{Έχω } {}^9C_x = 4[{}^7C_{x-1}] &\Leftrightarrow \frac{9!}{x!(9-x)!} = 4 \cdot \frac{7!}{(x-1)!(7-(x-1))!} \Leftrightarrow \frac{9!}{x!(9-x)!} = 4 \cdot \frac{7!}{(x-1)!(8-x)!} \Leftrightarrow \frac{9 \times 8 \times 7!}{x(x-1)!(9-x)(8-x)!} = 4 \cdot \\ \frac{7!}{(x-1)!(8-x)!} &\Leftrightarrow \frac{9 \cdot 8}{x(9-x)} = \frac{4}{1} \Leftrightarrow 4x(9-x) = 9 \cdot 8 \Leftrightarrow 9x - x^2 = 18 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 18 = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x-3) = \\ 0 &\Leftrightarrow \boxed{x=6 \vee x=3} \end{aligned}$$

42. Ο όγκος ενός κύβου αυξάνεται με ρυθμό $3\frac{1}{2} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Βρείτε το ρυθμό αλλαγής της πλευράς της βάσης όταν το μήκος της είναι 6 cm.

Λύση

$$\begin{aligned} \text{Έχω } V = L^3 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 3L^2. \quad \text{Άρα } \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dL} \cdot \frac{dL}{dt} \Rightarrow 3,5 = 3L^2 \frac{dL}{dt}. \quad \text{Οπότε για } L=6\text{cm, έχω} \\ \frac{dL}{dt} = (3(6)^2)^{-1} \times 3,5 = (108)^{-1} \times 3,5 = \frac{1}{108} \times 3,5 = \boxed{0,032 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}} \end{aligned}$$

43.

a. Η αντίστροφη της συνάρτησης f δίνεται από τον τύπο $f^{-1}(x) = \frac{5x-6}{4-x}$, $x \neq 4$. Βρείτε την συνάρτηση $f(x)$

b. Η αντίστροφη της συνάρτησης f δίνεται από τον τύπο $f^{-1}(x) = \frac{5x-6}{4-x}$, $x \neq 4$. Βρείτε την τιμή του x ώστε $f(x) = 5$

Λύση

$$\begin{aligned} \text{a. Έχω για } x \neq 4, y \neq -5, \text{ με } y = \frac{5x-6}{4-x} \Leftrightarrow y(4-x) = 5x-6 \Leftrightarrow 4y - xy = 5x-6 \Leftrightarrow -xy - 5x = -6 - \\ 4y \Leftrightarrow x(-y-5) = -6-4y \Leftrightarrow x = \frac{-6-4y}{-y-5} = \frac{-(6+4y)}{-(y+5)} = \frac{6+4y}{y+5}. \text{ Άρα } \boxed{f(x) = \frac{6+4x}{x+5}, x \neq -5} \\ \text{b. Έχω } f(x) = 5 \Leftrightarrow x = f^{-1}(5) = \frac{5 \cdot 5 - 6}{4 - 5} = \boxed{-19} \end{aligned}$$

44.

a. Ο πρώτος όρος μιας Αριθμητικής Προόδου είναι -8, ο τελευταίος όρος είναι 52 και το άθροισμα των όρων είναι 286. Βρείτε τον αριθμό των όρων στη σειρά.

b. Ο πρώτος όρος μιας Αριθμητικής Προόδου είναι -8, ο τελευταίος όρος είναι 52 και το άθροισμα των όρων είναι 286. Βρείτε την κοινή διαφορά.

Λύση

$$\begin{aligned} \text{a. Έχω } S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = 286 \Leftrightarrow \frac{n}{2}(-8 + 52) = 286 \Leftrightarrow \frac{n}{2}(44) = 286 \Leftrightarrow \boxed{n = 13} \\ \text{b. Έχω } a_n = a_1 + (n-1)d = 52 \Leftrightarrow 52 = -8 + (13-1)d \Leftrightarrow -8 + 12d = 52 \Leftrightarrow 12d = 52 + 8 \Leftrightarrow \\ \boxed{d = 5} \end{aligned}$$

45.

a. Ο πίνακας δείχνει την κατανομή των υψών (cm) 60 δενδρουλλίων σε έναν λαχανόκηπο.

Υψη(cm)	0.1 - 0.3	0.4 - 0.6	0.7 - 0.9	1.0 - 1.4	1.5 - 1.9	2.0 - 2.2	2.3 - 2.5
Συχνότητα	6	9	12	15	3	6	9

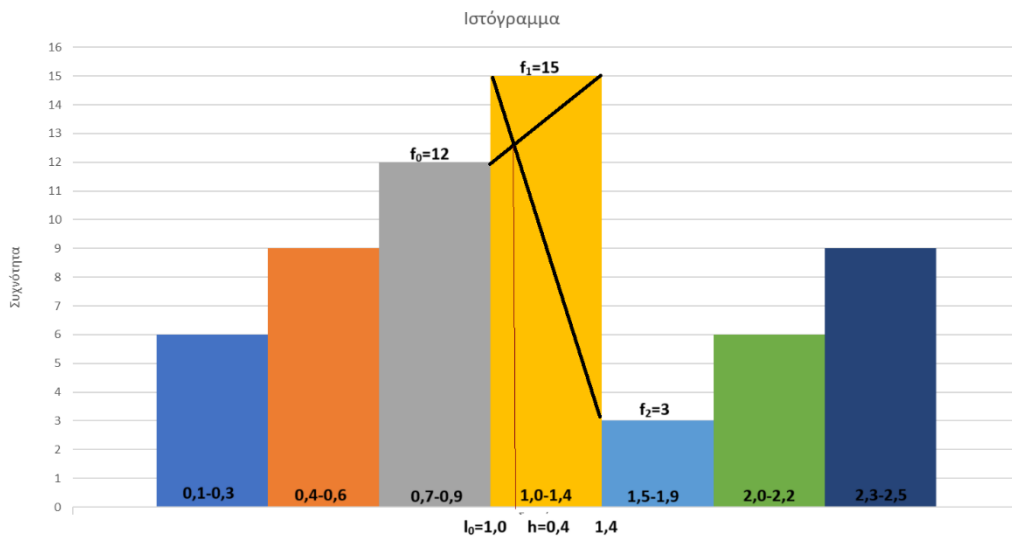
Σχεδιάστε ένα ιστόγραμμα για την κατανομή.

b. Ο πίνακας δείχνει την κατανομή των υψών (cm) 60 δενδρουλλίων σε λαχανόκηπο.

Υψη(cm)	0.1 - 0.3	0.4 - 0.6	0.7 - 0.9	1.0 - 1.4	1.5 - 1.9	2.0 - 2.2	2.3 - 2.5
Συχνότητα	6	9	12	15	3	6	9

Χρησιμοποιήστε το ιστόγραμμα για να εκτιμήσετε το επικρατέστερο (mode) ύψος των δενδρουλλίων.

Λύση



a.

b. Έστω l_0 = κατώτατο όριο της επικρατούσας κλάσης,

f_1 = συχνότητα της επικρατούσας κλάσης,

f_0 = συχνότητα της κλάσης που προηγείται της τροπικής κλάσης,

f_2 = συχνότητα κλάσης που διαδέχεται την τροπική κλάση

h = πλάτος της τροπικής κλάσης.

$$\text{Έχω } \text{mode} = l_0 + x = l_0 + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) h = 1 + \left(\frac{15 - 12}{2 \cdot 15 - 12 - 3} \right) 0,4 = 1 + \left(\frac{3}{15} \right) 0,4 = \boxed{1,08 \text{cm}}$$

46. Υπάρχουν 6 αγόρια και 8 κορίτσια σε μια τάξη. Εάν επιλεγούν πέντε μαθητές από την τάξη, βρείτε την πιθανότητα να επιλεγούν περισσότερα κορίτσια από αγόρια.

Λύση

Συνολικός αριθμός μαθητών = 6 αγόρια + 8 κορίτσια = 14 μαθητές.

Οι συνολικοί τρόποι επιλογής 5 μαθητών από τους 14 είναι: $\binom{14}{5} = \frac{14!5!}{(14-5)!} = 2002$.

Ο αριθμός των τρόπων για να έχουμε περισσότερα κορίτσια από αγόρια:

(Επιλογή 3 κοριτσιών από τα 8 και 2 αγοριών από τα 6) ή (Επιλογή 4 κοριτσιών από τα 8 και 1 αγοριού από τα 6) = $\left(\frac{8!}{3!(8-3)!} \right) \times \left(\frac{6!}{2!(6-2)!} \right) + \left(\frac{8!}{4!(8-4)!} \right) \times \left(\frac{6!}{1!(6-1)!} \right) = 56 \times 15 + 70 \times 6 = 1260$

Άρα η ζητούμενη πιθανότητα είναι = $\frac{\text{Ευνοϊκές περιπτώσεις}}{\text{Όλες οι περιπτώσεις}} = \frac{1260}{2002} = \frac{90}{143} \approx \boxed{0,629}$.

47.

a. Ένα λεωφορείο ταξιδεύει με ταχύτητα 6ms^{-1} . Στη συνέχεια επιταχύνει ομοίμορφα και διανύει απόσταση 70 μέτρων. Εάν η τελική ταχύτητα είναι 20ms^{-1} , βρείτε, με ακρίβεια ένα δεκαδικό ψηφίο, την επιτάχυνση.

b. Ένα λεωφορείο ταξιδεύει με ταχύτητα 6ms^{-1} . Στη συνέχεια επιταχύνει ομοίμορφα και διανύει απόσταση 70 μέτρων. Εάν η τελική ταχύτητα είναι 20ms^{-1} , βρείτε, με ακρίβεια ένα δεκαδικό ψηφίο, τον χρόνο για να διανύσει αυτήν την απόσταση.

Λύση

a. Έχω $u_0 = 6 \text{ms}^{-1}$, $s = 70 \text{m}$, $v_1 = 20 \text{ms}^{-1}$. Ισχύει ότι $v_1^2 = u_0^2 + 2as \Rightarrow a = \frac{v_1^2 - u_0^2}{2s} = \frac{20^2 - 6^2}{2(70)} = \frac{400 - 36}{140} = \frac{364}{140} = \boxed{2,6 \text{ms}^{-2}}$ με ακρίβεια 1 δεκαδικού ψηφίου.

b. Ισχύει ότι $v_1 = u_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - u}{a} = \frac{20 - 6}{2,6} = \frac{14}{2,6} = \boxed{5,4 \text{s}}$

48. Το σημείο P είναι το μέσο του NO και ισαπέχει από τα MN και MO . Αν $\overrightarrow{MN} = 8\vec{i} + 3\vec{j}$ και $\overrightarrow{MO} = 14\vec{i} - 5\vec{j}$, βρείτε το \overrightarrow{MP} .

Λύση

Αφού το P είναι το μέσο του NO έχω $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MO}) = \frac{1}{2}(8\vec{i} + 3\vec{j} + 14\vec{i} - 5\vec{j}) = \frac{1}{2}(22\vec{i} - 2\vec{j}) = \boxed{11\vec{i} - \vec{j}}$.

49.

- a. Βρείτε την παράγωγο του $4x - \frac{7}{x^2}$ ως προς x με τον ορισμό της παραγώγου.
 b. Αν $P = \frac{3}{x-1}$ και $\tan Q = \frac{2}{x+1}$, βρείτε το $\tan(P - Q)$.

Λύση

a. Έχω $y = 4x - \frac{7}{x^2} \Rightarrow y + dy = 4(x + dx) - \frac{7}{(x+dx)^2} \Rightarrow$

$$dy = 4(x + dx) - \frac{7}{(x + dx)^2} - \left(4x - \frac{7}{x^2}\right) = 4dx - \frac{7}{(x + dx)^2} + \frac{7}{x^2} = 4dx - \left(\frac{7}{(x + dx)^2} - \frac{7}{x^2}\right)$$

$$= 4dx - \frac{7x^2 - 7(x + dx)^2}{x^2(x + dx)^2} = 4dx - \frac{7(x^2 - (x + dx)^2)}{x^2(x + dx)^2}$$

$$= 4dx - \left(\frac{7(x + x + dx)(x - x - dx)}{x^2(x + dx)^2}\right) = 4dx - \left(\frac{7(2x + dx)(-dx)}{x^2(x + dx)^2}\right) =$$

$$dx \left(4 - \frac{7(2x+dx)(-1)}{x^2(x+dx)^2}\right) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4 - \frac{7(2x+dx)(-1)}{x^2(x+dx)^2}.$$

Για $dx \rightarrow 0$, έχω $\frac{dy}{dx} = 4 - \frac{7(2x)(-1)}{x^2(x)^2} = 4 - \frac{-14x}{x^4} = \boxed{4 + \frac{14}{x^3}}$

b. Έχω $\tan(P - Q) = \frac{\tan P - \tan Q}{1 + \tan P \tan Q}$, $\tan P = \frac{3}{x-1}$, $\tan Q = \frac{2}{x+1} = \frac{3(x+1) - 2(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{3x+3-2x+2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)}$ και
 $1 + \tan P \tan Q = 1 + \left(\frac{3}{x-1}\right)\left(\frac{2}{x+1}\right) = 1 + \frac{6}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x+1)(x-1)+6}{(x+1)(x-1)}$.

Άρα $\frac{\tan P - \tan Q}{1 + \tan P \tan Q} = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \div \frac{(x+1)(x-1)+6}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \times \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)+6} = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)+6} = \frac{x+5}{x^2-1+6} = \boxed{\frac{x+5}{x^2+5}}$

50.

- a. Ένα τετραγωνικό πολυώνυμο, $g(x)$ έχει τον $(2x + 1)$ ως παράγοντα. Εάν το $g(x)$ διαιρείται με $(x - 1)$ και $(x - 2)$, τα υπόλοιπα είναι -6 και -5 αντίστοιχα. Βρείτε
 i. Το $g(x)$
 ii. Τις ρίζες του $g(x)$
 b. Βρείτε τον τρίτο όρο του αναπτύγματος του $\left(\frac{x}{2} - 1\right)^8$ σε φθίνουσες δυνάμεις του x .

Λύση

a.

i. Έχω $g(x) = (2x + 1)(\alpha x + \beta)$, με
 $\begin{cases} g(1) = -6 \\ g(2) = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (3)(\alpha + \beta) = -6 \\ (5)(2\alpha + \beta) = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -2 \\ 2\alpha + \beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -3 \end{cases}$ Άρα $g(x) = (2x + 1)(x - 3)$

ii. Συνεπώς οι ρίζες είναι οι $\boxed{x = -\frac{1}{2} \vee x = 3}$

b. Έχω ότι ο r -οστός όρος του αναπτύγματος είναι ίσος με $\binom{n}{r-1} a^{n-(r-1)} b^{r-1}$, όπου $n = 8$, $a = \frac{x}{2}$, $b = -1$, $r = 3$, $r - 1 = 2$. Άρα ο 3ος όρος είναι ο $\binom{8}{2} \left(\frac{x}{2}\right)^{8-2} (-1)^2 = 28 \times \left(\frac{x}{2}\right)^6 \times 1 = 28 \times \frac{x^6}{64} = \boxed{\frac{7x^6}{16}}$

51.

- a. Εκφράστε το $\frac{8x^2+8x+9}{(x-1)(2x+3)^2}$ σε μερικά κλάσματα.
 b. Οι συντεταγμένες του κέντρου και η περιφέρεια ενός κύκλου είναι $(-2, 5)$ και 6π μονάδες αντίστοιχα. Βρείτε την εξίσωση του κύκλου.

Λύση

a. Έχω $\frac{8x^2+8x+9}{(x-1)(2x+3)^2} \equiv \frac{A}{x-1} + \frac{B}{2x+3} + \frac{C}{(2x+3)^2} \equiv \frac{A(2x+3)^2+B(x-1)(2x+3)+C(x-1)}{(x-1)(2x+3)^2} \Rightarrow 8x^2 + 8x + 9 = A(2x + 3)^2 + B(x - 1)(2x + 3) + C(x - 1)$

Για $x = 1$, έχω $8 + 8 + 9 = A(2(1) + 3)^2 + B(1 - 1)(2(1) + 3) + C(1 - 1) \Rightarrow 25 = 25A \Rightarrow A = \frac{25}{25}$

1

Για $x = -\frac{3}{2}$, έχω $8(-\frac{3}{2})^2 + 8(-\frac{3}{2}) + 9 = A(2(-\frac{3}{2}) + 3)^2 + B(-\frac{3}{2} - 1)(2(-\frac{3}{2}) + 3) + C(-\frac{3}{2} - 1)$
 $\Rightarrow 18 - 12 + 9 = -2,5C \Rightarrow C = -\frac{15}{2,5} = -6$

Για $x = 0$, έχω $9 = A(3)^2 + B(-1)(+3) + C(-1) \Rightarrow 9 = 9A - 3B - C \xrightarrow{A=1, C=-6} 9 = 9 - 3B + 6 \Rightarrow B =$

2. Άρα $\frac{8x^2+8x+9}{(x-1)(2x+3)^2} \equiv \frac{1}{x-1} + \frac{2}{2x+3} - \frac{6}{(2x+3)^2}$

b. Έχω $2\pi r = 6\pi \Rightarrow r = 3$.

Άρα η εξίσωση του κύκλου είναι η $(x - (-2))^2 + (y - 5)^2 = 3^2 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 9$

52. Ο πίνακας δείχνει την κατανομή των βαθμών που σημείωσαν ορισμένοι υποψήφιοι σε μια εξέταση.

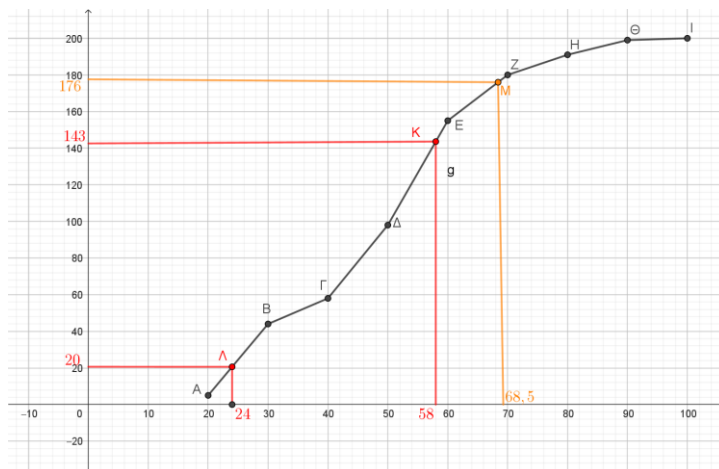
Βαθμός	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
Αριθμός υποψηφίων	5	39	14	40	57	25	11	8	1

- Δημιουργήστε έναν πίνακα αθροιστικών συχνοτήτων για την κατανομή.
- Σχεδιάστε μια αθροιστική καμπύλη συχνότητας για την κατανομή.
- Χρησιμοποιήστε την καμπύλη για να εκτιμήσετε:
 - τον αριθμό των υποψηφίων που βαθμολογήθηκαν μεταξύ 24 και 58
 - την χαμηλότερη βαθμολογία διάκρισης, εάν το 12% των υποψηφίων πέρασε με διάκριση.

Λύση

a. Έχω

Κλάση (i)	Βαθμός	Συχνότητα f_i	Αθροιστική συχνότητα F_i
1	11 - 20	5	5
2	21 - 30	39	5+39=44
3	31 - 40	14	44+14=58
4	41 - 50	40	58+40=98
5	51 - 60	57	98+57=155
6	61 - 70	25	155+25=180
7	71 - 80	11	180+11=191
8	81 - 90	8	191+8=199
9	91 - 100	1	199+1=200



-
-
-

- i. Φέρουμε τις $x = 24$ και $x = 58$, που τέμνουν την καμπύλη στη σημεία Λ και Κ με τεταγμένες **20** και **143** αντίστοιχα. Άρα αριθμός των υποψηφίων που βαθμολογήθηκαν μεταξύ **24** και **58** είναι $143 - 20 = \boxed{123}$.
- ii. Αρκεί να φέρουμε την $y = (100 - 12)\%200 = 88\%200 = 176$ που τέμνει την καμπύλη στο Μ με τετμημένη $\boxed{68,5}$.

53.

- a. Μια τσάντα περιέχει 16 πανομοιότυπες μπάλες εκ των οποίων οι 4 είναι πράσινες. Ένα αγόρι παίρνει μια μπάλα τυχαία από την τσάντα και την αντικαθιστά. Εάν αυτό επαναληφθεί 5 φορές, ποια είναι η πιθανότητα ότι:
- i. δεν πήρε μια πράσινη μπάλα.
ii. πήρε μια πράσινη μπάλα τουλάχιστον τρεις φορές;
- b. Οι αποκλίσεις από τον μέσο όρο τιμών ενός συνόλου δεδομένων είναι: $-2, (m - 1), (m^2 + 1), -1, 2, (2m - 1)$ και -2 . Βρείτε τις πιθανές τιμές του m .

Λύση

a.

- i. Έστω p πιθανότητα να πάρει πράσινη μπάλα σε καθεμιά προσπάθεια. Έχω $p = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$. Η πιθανότητα να πιάσει r φορές πράσινη μπάλα στις 5 προσπάθειες είναι $P(r) = \binom{5}{r} p^r (1-p)^{5-r}$. Οπότε η πιθανότητα να μην πιάσει πράσινη μπάλα στις 5 προσπάθειες είναι $P(r=0) = \binom{5}{0} p^0 (1-p)^{5-0} = \binom{5}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^{5-0} = 1 \times 1 \times \frac{243}{1024} = \boxed{\frac{243}{1024}}$

- ii. Έχω $P(r \geq 3) = P(r=3) + P(r=4) + P(r=5) = \binom{5}{3} p^3 (1-p)^{5-3} + \binom{5}{4} p^4 (1-p)^{5-4} + \binom{5}{5} p^5 (1-p)^{5-5} = \binom{5}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \binom{5}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \binom{5}{5} \left(\frac{1}{4}\right)^5 \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{90}{1024} + \frac{15}{1024} + \frac{1}{1024} = \frac{106}{1024} = \boxed{\frac{53}{512}}$

- b. Το άθροισμα των αποκλίσεων από τον μέσο όρο είναι πάντα ίσο με 0. Αυτή είναι μια θεμελιώδης ιδιότητα των αποκλίσεων και ο ορισμός του μέσου όρου. Άρα έχω $-2 + m - 1 + m^2 + 1 - 1 + 2 + 2m - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow (m+4)(m-1) = 0 \Leftrightarrow \boxed{m = -4 \vee m = 1}$

54. Ένα σωματίδιο μάζας 2 kg κινείται υπό τη δράση μιας σταθερής δύναμης, $F N$, με αρχική ταχύτητα $(3i + 2j) \text{ ms}^{-1}$ και ταχύτητα $(15i - 4j) \text{ ms}^{-1}$ μετά από 4 δευτερόλεπτα. Βρείτε :

- a. Την επιτάχυνση του σωματιδίου.
b. Το μέγεθος της δύναμης F .
c. Το μέγεθος της ταχύτητας του σωματιδίου μετά από 8 δευτερόλεπτα, με ακρίβεια σε τρία δεκαδικά ψηφία.

Λύση

- a. Έχω $a = \frac{v_2 - u_1}{t} = \frac{(15i - 4j) - (3i + 2j)}{4} = \frac{12i - 6j}{4} = 3i - \frac{3}{2}j \text{ ms}^{-2}$.

- b. Άρα $F = ma = 2 \left(3i - \frac{3}{2}j\right) = 6i - 3j$ με $|F| = \sqrt{6^2 + (-3)^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} = \boxed{6,71N}$

- c. Έχω $v_3 = u_1 + at = (3i + 2j) + 8 \left(3i - \frac{3}{2}j\right) = 3i + 2j + 24i - 12j = 27i - 10j$,

άρα $|v_3| = \sqrt{27^2 + (-10)^2} = \sqrt{729 + 100} = \sqrt{829} = \boxed{28,792 \text{ ms}^{-1}}$ σε τρία δεκαδικά ψηφία.

55.

- a. Μια τραμπάλα περιστρεφόμενη στη μέση διατηρείται σε ισορροπία από τα βάρη του Ριχάρδου, του Ιωάννη και του Φιλίππου, έτσι ώστε μόνο ο Ριχάρδος του οποίου η μάζα είναι 60 κιλά να κάθεται στη μία πλευρά. Εάν κάθονται σε αποστάσεις 2 m, 3 m και 4 m αντίστοιχα από τον άξονα και ο Φίλιππος είναι 15 kg, βρείτε τη μάζα, m_j , του Ιωάννη.
- b. Ένα σώμα μάζας 12 kg στηρίζεται σε ένα τραχύ επίπεδο κεκλιμένο υπό γωνία 30° προς την οριζόντια. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\frac{2}{3}$. Μια δύναμη

μεγέθους F Newton δρα στο σώμα κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Βρείτε την τιμή του F , εάν το σώμα :

- i. κατεβαίνει στο επίπεδο. [Πάρτε $g = 10\text{ms}^{-2}$]
- ii. ανεβαίνει στο επίπεδο. [Πάρτε $g = 10\text{ms}^{-2}$]

Λύση

a.

$$\text{Έχω } 3 \times m_j + 4 \times 15 = 60 \times 2 \Rightarrow 3m_j + 60 = 120 \Rightarrow 3m_j = 60 \Rightarrow \boxed{m_j = 20\text{kg}}$$

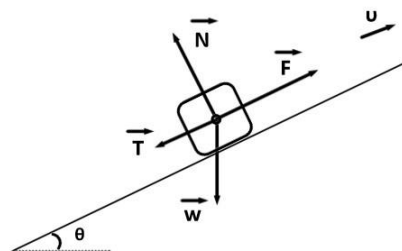
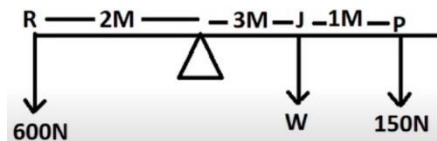
b.

$$\text{i. Έχω } \sum f_y = 0 \Rightarrow N - mg \cos \theta = 0 \Rightarrow N - 12(10) \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow N = 120 \cos 30^\circ = 60\sqrt{3}\text{N}.$$

$$\text{Αν κατεβαίνει, έχω } \sum f_x = 0 \Rightarrow \mu N - F - mg \sin \theta = 0 \Rightarrow \frac{2}{3}(60\sqrt{3}) - F - 12(10) \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow 40\sqrt{3} - F - 60 = 0 \Rightarrow F = 40\sqrt{3} - 60 = \boxed{9,28\text{N}}$$

$$\text{ii. Όπως πριν } \sum f_y = 0 \Rightarrow N - mg \cos \theta = 0 \Rightarrow N - 12(10) \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow N = 60\sqrt{3}\text{N}.$$

$$\text{Αν ανεβαίνει, έχω } \sum f_x = 0 \Rightarrow F - \mu N - mg \sin \theta = 0 \Rightarrow F - \frac{2}{3}(60\sqrt{3}) - 12(10) \sin 30^\circ = 0 \Rightarrow F = 40\sqrt{3} + 60 = \boxed{129,28\text{N}}$$



Mathematics 2022 WAEC

Ερωτήσεις Κλειστού τύπου

- Υπολογίστε, σωστά με ακρίβεια τεσσάρων σημαντικών ψηφίων, το γινόμενο **(573,06 x 184,25)**.
A. 105600,00 B. 105622,00 Γ. 105500,00 Δ. 105632,00
- Μετατρέψτε τον αριθμό **432₅** σε έναν αριθμό με βάση το τρία.
A. **10100₃** B. **11100₃** Γ. **11101₃** Δ. **10110₃**
- Δεδομένου ότι τα A και B είναι σύνολα τέτοια ώστε **n(A) = 8, n(B) = 12** και **n(A ∩ B) = 3**, βρείτε **n(A ∪ B)**.
A. 15 B. 17 Γ. 20 Δ. 23
- Εάν **$\sqrt{24} + \sqrt{96} - \sqrt{600} = y\sqrt{6}$** , βρείτε την τιμή του y
A. 4 B. 2 Γ. -2 Δ. -4
- Υπολογίστε το **23 x 54 (mod 7)**
A. 2 B. 3 Γ. 5 Δ. 6
- Εάν **4^{3x} = 16^{x+1}**, βρείτε την τιμή του x
A. 2 B. 3 Γ. 4 Δ. 5
- Ένας υφαντής αγόρασε μια δέση χόρτου για \$ 50.00 από την οποία έκανε 8 χαλάκια. Εάν κάθε χαλάκι πωλήθηκε για \$ 15.00, βρείτε το ποσοστό κέρδους.
A. 240% B. 140% Γ. 120% Δ. 40%
- Βρείτε τον 17^ο όρο της αριθμητικής προόδου : -6, -1, 4
A. -91 B. -86 Γ. 74 Δ. 79
- Το **M** μεταβάλλεται ανάλογα με το **n** και αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο του **p**. Αν **M = 3** όταν **n = 2** και **p = 1**, βρείτε το **M** με όρους **n** και **p**.
A. $\frac{3n}{2p^2}$ B. $\frac{2n}{3p^2}$ Γ. $\frac{2n}{3p}$ Δ. $\frac{3n^2}{2p^2}$
- Εάν **a = 3** και **β = -7**, βρείτε την τιμή του $\frac{5\beta + (a + \beta)^2}{(a - \beta)^2}$
A. 0,51 B. 0,91 Γ. -0,19 Δ. -0,51
- Τρία αγόρια μοιράστηκαν D 10.500,00 σε αναλογία 6:7:8. Βρείτε το μεγαλύτερο μερίδιο.
A. 4000 B. 5000 Γ. 4500 Δ. 3500
- Το μήκος ενός κομματιού ραβδιού είναι 1,75 μ. Ένα αγόρι το μέτρησε ως 1,80 μ. Βρείτε το ποσοστό σφάλματος.
A. 447 B. 267 Γ. 279 Δ. 479
- Εάν **5x + 3y = 4** και **5x - 3y = 2**, ποια είναι η τιμή του **(25x² - 9y²)**;
A. 20 B. 16 Γ. 2 Δ. 8
- Η Mary έχει 3.00 \$ περισσότερο από τον Ben αλλά 5.00 \$ λιγότερο από την Jane. Εάν η Μαίρη έχει \$ x, πόσα έχουν συνολικά η Τζέιν και ο Μπεν;
A. \$(2x-8) B. \$(2x+8) Γ. \$(2x-2) Δ. \$(2x+2)
- Εξετάστε τις δηλώσεις:
p: Ο Στέφανος είναι έξυπνος
q: Ο Στέφανος είναι καλός στα Μαθηματικά
Εάν **p ⇒ q**, ποιο από τα παρακάτω είναι έγκυρο συμπέρασμα;
A. Αν ο Στέφανος είναι καλός στα Μαθηματικά, τότε είναι έξυπνος
B. Αν ο Στέφανος δεν είναι καλός στα Μαθηματικά, τότε δεν είναι έξυπνος
Γ. Αν ο Στέφανος δεν είναι έξυπνος, τότε δεν είναι καλός στα Μαθηματικά
Δ. Αν ο Στέφανος δεν είναι καλός στα Μαθηματικά, τότε είναι έξυπνος
- Ποια τιμή του **p** θα κάνει το **(x² - 4x + p)** ένα τέλειο τετράγωνο;
A. -2 B. 16 Γ. 4 Δ. -8

17. Βρείτε την τιμή του x έτσι ώστε $\frac{1}{x} + \frac{4}{3x} - \frac{5}{6x} + 1 = 0$

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ Γ. $\frac{-3}{2}$ Δ. $\frac{-7}{6}$

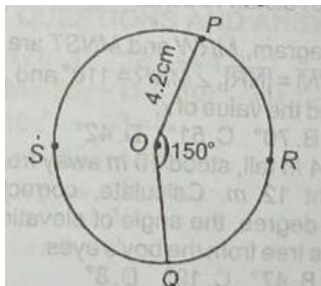
18. Λύστε ως προς το t την $k = m \sqrt{\frac{t-p}{r}}$

A. $\frac{k^2 r + p}{m^2}$ B. $\frac{k^2 r + p m^2}{m^2}$ Γ. $\frac{k^2 r - p}{m^2}$ Δ. $\frac{k^2 r + p^2}{m^2}$

19. Μια εξωτερική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι $22,5^\circ$. Βρείτε τον αριθμό των πλευρών.

A. 13 B. 14 Γ. 15 Δ. 16

20. Στο διάγραμμα, $\angle POQ = 150^\circ$ και η ακτίνα του κύκλου $PSQR$ είναι $4,2\text{cm}$ [πάρτε $\pi = \frac{22}{7}$]. Ποιο είναι



το μήκος του μικρού τόξου;

A. 11cm B. 15.4cm Γ. 17.64cm Δ. 23.10cm

21. Βρείτε την περιοχή του τομέα $OPSQ$ (ίδιο σχήμα)

A. 15.40cm^2 B. 17.64cm^2 Γ. 23.10cm^2 Δ. 32.34cm^2

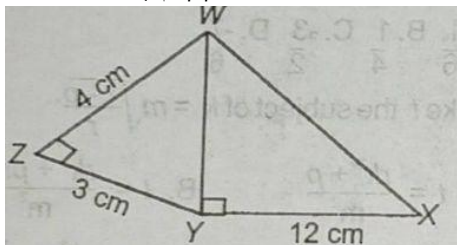
22. Μια σκάλα μήκους 6 μέτρων ακουμπά σε κάθετο τοίχο υπό γωνία 53° προς την οριζόντια. Πόσο ψηλά φτάνει η σκάλα;

A. 3.611μ B. 4.521μ Γ. 4.792μ Δ. 3.962μ

23. Ένας κύλινδρος, ανοιγμένος στο ένα άκρο, έχει ακτίνα 3,5cm και ύψος 8cm. Υπολογίστε τη συνολική επιφάνεια

A. 126.5cm^2 B. 165.0cm^2 Γ. 212.0cm^2 Δ. 214.5cm^2

24. Στο διάγραμμα, τα $\angle WZY$ και $\angle WYX$ είναι ορθές γωνίες. Βρείτε την περίμετρο του $WXYZ$.



A. 30cm B. 32cm Γ. 35cm Δ. 37cm

25. Το μήκος ενός ορθογωνίου είναι 10 cm. Εάν η περιμέτρος του είναι 28 cm, βρείτε το εμβαδόν.

A. 30cm^2 B. 40cm^2 Γ. 60cm^2 Δ. 80cm^2

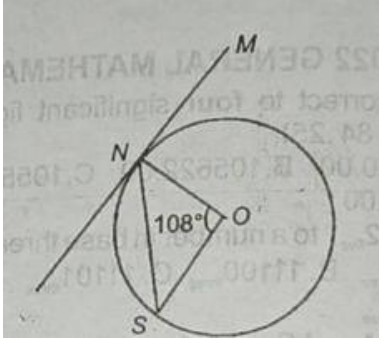
26. Ένα αγόρι ύψους 1,4 μέτρων, στεκόταν 10 μέτρα μακριά από ένα δέντρο ύψους 12 μέτρων. Υπολογίστε, σωστά στον πλησιέστερο βαθμό, τη γωνία ανύψωσης της κορυφής του δέντρου από τα μάτια του αγοριού.

A. 70° B. 47° Γ. 19° Δ. 8°

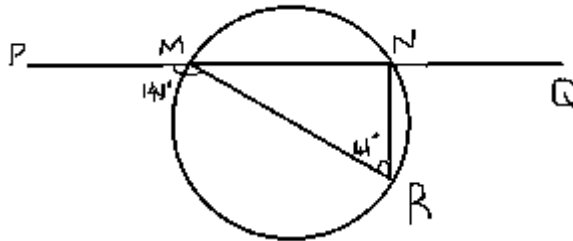
27. Δεδομένου ότι $\sin(5x - 28)^\circ = \cos(3x - 50)^\circ$, $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$, βρείτε την τιμή του x .

A. 39 B. 32 Γ. 21 Δ. 14

28. Στο διάγραμμα, το MNR εφάπτεται στο κέντρο του κύκλου O στο N και $\angle NOS = 108^\circ$. Εύρεση $\angle OSN$.



- A. 72° B. 32° Γ. 36° Δ. 18°
29. Βρείτε $\angle SON$ (ίδιο σχήμα)
A. 36° B. 42° Γ. 54° Δ. 72°
30. Η κυρία Gabriel είναι έγκυος. Η πιθανότητα να γεννήσει ένα κορίτσι είναι $\frac{1}{2}$ και με μπλε μάτια είναι $\frac{1}{4}$. Ποια είναι η πιθανότητα να γεννήσει ένα κορίτσι με μπλε μάτια;
A. 1 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$
31. Ο μέσος όρος ενός συνόλου 10 αριθμών είναι 56. Εάν ο μέσος όρος των πρώτων εννέα αριθμών είναι 55, βρείτε τον 10^ο αριθμό.
A. 75 B. 65 Γ. 55 Δ. 45
32. Απλοποιώ $\frac{2-18m^2}{1+3\mu}$
A. $2[1+3\mu]$ B. $2[1-3\mu]$ Γ. $2[1-3m^2]$ Δ. $2[1+3m^2]$



33. Στο διάγραμμα, το τρίγωνο MNR εγγράφεται σε κύκλο MNR και η γραμμή PQ είναι μια ευθεία γραμμή. $\angle MRN = 41^\circ$ και $\angle QNR = 141^\circ$, βρείτε $\angle QNR$
A. 39° B. 80° Γ. 110° Δ. 141°
34. Λύνω $\frac{y+2}{4} - \frac{y-1}{3} > 1$
A. $y < -10$ B. $y < -2$ Γ. $y < 2$ Δ. $y < 10$
35. Η ηλικία (έτη) ορισμένων μελών σε μια ομάδα τραγουδιού είναι: 12, 47, 49, 15, 43, 41, 13, 39, 43, 41 και 36. Βρείτε το κατώτερο τεταρτημόριο
A. 12 B. 13 Γ. 15 Δ. 20
36. Η ηλικία (έτη) ορισμένων μελών σε μια ομάδα τραγουδιού είναι: 12, 47, 49, 15, 43, 41, 13, 39, 43, 41 και 36. Βρείτε το μέσο όρο
A. 33,35 B. 35,54 Γ. 34,45 Δ. 36,44
37. Βρείτε με ακρίβεια δύο δεκαδικά ψηφία, τον όγκο μιας σφαίρας της οποίας η ακτίνα είναι 3cm. [Πάρτε $\pi = \frac{22}{7}$]
A. 72.57cm^3 B. 88.12cm^3 Γ. 10529cm^3 B. 113.14cm^3
38. Τα μήκη των παράλληλων πλευρών ενός τραπεζίου είναι 9cm και 12cm. Εάν το εμβαδόν του τραπεζίου είναι 105cm^2 , βρείτε την κάθετη απόσταση μεταξύ των παράλληλων πλευρών.

A. 5cm B. 7cm Γ. 10cm Δ. 15cm

39. Βρείτε τον όγκο ενός κώνου ακτίνας 3,5cm και κατακόρυφου ύψους 12cm. [Πάρτε $\pi = 22/7$]

A. 15.5cm³ B. 21.0cm³ Γ. 142cm³ Δ. 154cm³

40. Μια τοπική κοινότητα έχει δύο εφημερίδες: την πρωινή και τη βραδινή. Οι πρωινές ώρες διαβάζονται από το 45% των νοικοκυριών. Το Evening Dispatch διαβάζεται από το 60% των νοικοκυριών. Είκοσι τοις εκατό των νοικοκυριών διαβάζουν και τις δύο εφημερίδες. Ποια είναι η πιθανότητα ένα συγκεκριμένο νοικοκυριό να διαβάσει τουλάχιστον μια εφημερίδα;

A. 0,45 B. 0,65 Γ. 0,85 Δ. 0,95

41. Ένα ορθογώνιο έχει πλάτος $\frac{3}{4} \text{ cm}$ και εμβαδόν $3\frac{3}{8} \text{ cm}^2$. Βρείτε το μήκος

A. 6cm B. $4\frac{1}{2} \text{ cm}$ Γ. $2\frac{5}{8} \text{ cm}$ Δ. 12cm

42. Ο μέσος όρος δύο αριθμών x και y είναι 4. Βρείτε τον μέσο όρο τεσσάρων αριθμών x, 2x, y και 2y

A. 2B. 4 Γ. 6 Δ. 8

43. Η ευθεία γραμμή $y = mx - 4$ διέρχεται από το σημείο $(-4, 16)$. Υπολογίστε την κλίση (ντεγκραντέ) της γραμμής

A. -5 B. -3 Γ. 3 Δ. 5

44. Εάν οι εξισώσεις $x^2 - 5x + 6 = 0$ και $x + px + 6 = 0$ έχουν τις ίδιες ρίζες, βρείτε την τιμή του p.

A. 5 B. 6 Γ. -5 Δ. -6

45. Ένας έμπορος είχε απώλεια 15% όταν πωλήθηκε ένα αντικείμενο. Βρείτε την αναλογία της τιμής πώλησης : τιμή κόστους

A. 3:20 B. 3:17 Γ. 17:20 Δ. 20:23

46. Δεδομένου ότι $\log_3 27 = 2x + 1$, βρείτε την τιμή του x.

A. 0 B. 1 Γ. 2 Δ. 3

47. Λύστε $6x^2 = 5x - 1$

A. $x = 2, 3$ B. $x = 0, 3$ Γ. $x = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ Δ. $x = \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$

Ερωτήσεις Ανοιχτού Τύπου

48. α) Δεδομένου ότι τα $(7 - 2x)$, 9 , $(5x + 17)$ είναι διαδοχικοί όροι μιας Γεωμετρικής Προόδου με λόγο, $r > 0$, βρείτε τις τιμές του x.

(β) Δύο θετικοί αριθμοί είναι σε αναλογία 3:4. Το άθροισμα του τριπλάσιου του πρώτου αριθμού και του διπλάσιου του δεύτερου είναι 68. Βρείτε τον μικρότερο αριθμό.

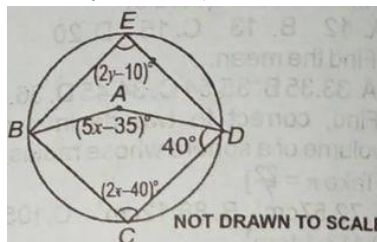
49. Δεδομένου ότι $y = \left(\frac{pr}{m} - p^2r\right)^{-\frac{3}{2}}$

α) Να λυθεί ως προς r

(β) βρείτε την τιμή του r όταν $y = -8$, $m = 1$ και $p = 3$.

50. Μια χορδή τείνει μια γωνία 72° στο κέντρο ενός κύκλου ακτίνας 24,5m. Υπολογίστε την περίμετρο του δευτερεύοντος τμήματος. [Πάρτε $\pi = \frac{22}{7}$]

51. Στο διάγραμμα, το BCDE είναι ένας κύκλος με κέντρο A. $\angle BCD = (2x + 40)^\circ$, $\angle BAD = (5x -$



$35)^\circ$, $\angle BED = (2y + 10)^\circ$ και $\angle ADC = 40^\circ$.

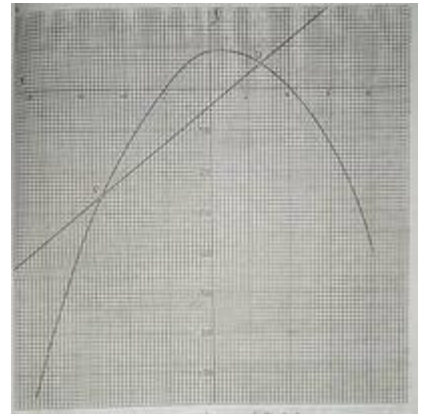
Βρίσκαω:

α) τις τιμές x και y

52. Να δείξετε ότι $\frac{\sqrt{3}-1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)} = \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}$

53. Το γράφημα δείχνει τη σχέση της μορφής $y = mx^2 + nx + r$, όπου m, n και r είναι σταθερές. Χρησιμοποιώντας το γράφημα:

- α) αναφέρει την κλίμακα που χρησιμοποιείται και στους δύο άξονες
- β) βρείτε τις τιμές m, n και r
- γ) να βρεθεί η κλίση της γραμμής μέσω των P και Q
- δ) αναφέρετε το εύρος τιμών x για το οποίο $y > Q$.



54. (α) Ένας άνδρας αγόρασε 180 αντίτυπα ενός βιβλίου σε N250.00 το καθένα. Πούλησε y αντίτυπα σε N300.00 το καθένα και τα υπόλοιπα με έκπτωση 5 κοβο του Naira της τιμής κόστους. Εάν έκανε κέρδος N7,125.00, βρείτε την αξία του y .

β) Ένας έμπορος αγόρασε x σάκους ρυζιού σε τιμή $C = 24x + 103$ και τους πώλησε σε τιμή, $S = \frac{x^2}{20} - 33x$. Βρείτε την έκφραση για το κέρδος

- (i) Εάν πωλήθηκαν 20 σάκοι ρυζιού,
- ii) υπολογίζει το ποσοστό κέρδους.

55.

Είδος	Φαγητό & Ποτό	καύσιμο	ενοίκιο	Οικοδομικό έργο	εκπαίδευση	αποταμίευση
Ποσοστό%	35	7.5	1.0	15	17.5	x

Ο πίνακας δείχνει τη μηνιαία δαπάνη (σε ποσοστά) του μισθού του κ. Οκαφορ.

(α) Υπολογίστε το ποσοστό του μισθού του κ. Οκαφορ που διατέθηκε σε αποταμιεύσεις.

(β) Απεικονίστε τις πληροφορίες σε ένα γράφημα πίτας.

(γ) Εάν ο ετήσιος ακαθάριστος μισθός του κ. Οκαφορ είναι \$ 28,800.00 και πληρώνει φόρο 12%.

Υπολογίστε i) τον μηνιαίο φόρο του, ii) το ποσό που εξοικονομείται κάθε μήνα.

56. (α) Αντιγράψτε και συμπληρώστε τον πίνακα τιμών για $y = 3\sin x + 7\cos x$ για 0°

x°	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
y	7.0				4.2		-0.9			

(β) Χρησιμοποιώντας μια κλίμακα από 2cm έως 20° στον άξονα x και 2cm έως 2 μονάδες στον άξονα y , σχεδιάστε το γράφημα $y = 3\sin x + 7\cos x$ για 0°

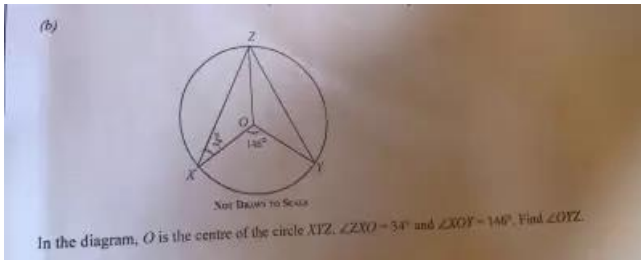
(γ) Χρησιμοποιώντας το γράφημα, βρείτε

- i) την τιμή y όταν $x = 150^\circ$,
- ii) το εύρος τιμών x για τις οποίες $y > 0$.

57.

Ηλικία	3	4	5	6	7	8	9	10
Πλήθος παιδιών	2	6	5	x	6	9	8	5

Ο πίνακας δείχνει την κατανομή των ηλικιών ενός αριθμού παιδιών σε ένα σχολείο. Εάν ο μέσος όρος της κατανομής είναι 7, βρείτε α) την τιμή του x , β) την τυπική απόκλιση των ηλικιών τους.



58. α) Στο διάγραμμα, O είναι το κέντρο του κύκλου XYZ . Η γωνία $Z\hat{X}O = 34^\circ$ και η γωνία $X\hat{O}Y = 146^\circ$. Βρείτε την γωνία $O\hat{Y}Z$.
- β) Οι εξωτερικές γωνίες ενός πολυγώνου είναι $42^\circ, 38^\circ, 57^\circ, x^\circ, (x + y)^\circ, (2x - 15)^\circ$ και $(3x - y)^\circ$. Εάν το x είναι 7° μικρότερο από το y , βρείτε τις τιμές των x και y .
59. (α) Η πιθανότητα ένας αθλητής να μην κερδίσει κάποιον από τους τρεις αγώνες είναι $\frac{1}{4}$. Αν ο αθλητής τρέξει σε όλους τους αγώνες, ποια είναι η πιθανότητα να κερδίσει;
- μόνο τον δεύτερο αγώνα;
 - και τους τρεις αγώνες;
 - μόνο δύο από τους αγώνες;
- (β) Ένας κώνος με κάθετο ύψος 24cm έχει όγκο 1200cm^3 . Βρείτε τον όγκο ενός κώνου με την ίδια ακτίνα βάσης και ύψος 84cm . [Πάρτε $\pi = \frac{22}{7}$]
60. (α) Η διάμετρος ενός κυλίνδρου κλειστού και στα δύο άκρα είναι 7cm . Εάν η συνολική επιφάνεια είναι 209cm^2 , υπολογίστε το ύψος. [Πάρτε $\pi = \frac{22}{7}$].
- (β) Τα σημεία X και Y , που απέχουν μεταξύ τους 19 μέτρα, βρίσκονται στην ίδια πλευρά ενός δέντρου. Οι γωνίες ανύψωσης της κορυφής, T , του δέντρου από X και Y στο οριζόντιο έδαφος με τους πρόποδες του δέντρου είναι 43° και 38° αντίστοιχα.
- Απεικονίστε τις πληροφορίες σε ένα διάγραμμα.
 - Βρείτε, διορθωμένο με ένα δεκαδικό ψηφίο, το ύψος του δέντρου.



JOINT UNIVERSITIES PRELIMINARY EXAMINATIONS BOARD
AUGUST 2022 EXAMINATIONS
ΚΟΙΝΗ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΠΡΟΚΑΤΑΡΚΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΥΓΟΥΣΤΟΥ 2022
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Επιτρεπόμενος χρόνος: 3 ώρες

ΕΝΟΤΗΤΑ Α: ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Κάθε υποψήφιος αναμένεται να απαντήσει σε 50 Ερωτήσεις σε αυτή την ενότητα.

Κάθε υποψήφιος θα απαντήσει στις ερωτήσεις 1-40.

Από τις Ερωτήσεις 41-50 πρέπει να επιλέξετε είτε MAT 004A (Εφαρμοσμένα μαθηματικά) είτε MAT 004B (Μαθηματικά επιχειρήσεων) όπως ισχύει για εσάς.

Στην ενότητα Θέμα του φύλλου OMR, βεβαιωθείτε ότι ο σωστός τύπος μαθηματικών είναι σκιασμένος. Εάν είστε υποψήφιος Επιστήμης/Μηχανικής, θα πρέπει να σκιάσετε τα Μαθηματικά (Sci/Eng) και να απαντήσετε σε ερωτήσεις από το Applied mathemtic 004A για τις ερωτήσεις 41-50.

Εάν είστε υποψήφιος Διοίκηση/Κοινωνικές Επιστήμες, θα πρέπει να σκιάσετε τα Μαθηματικά (Mgt/Soc) και να απαντήσετε σε ερωτήσεις από το Business Mathematics 004B για τις ερωτήσεις 41-50.

Χρησιμοποιήστε το φύλλο απαντήσεων OMR που παρέχεται για να απαντήσετε στις ερωτήσεις.

Στο φύλλο OMR, Βεβαιωθείτε ότι έχετε σκιάσει την ΕΠΙΛΟΓΗ που είναι γραμμένη πάνω από το χαρτί της ερώτησης σας.

Ακολουθήστε τις οδηγίες στο φύλλο OMR.

ΕΝΟΤΗΤΑ Β: ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Απαντήστε σε ΤΕΣΣΕΡΙΣ Ερωτήσεις σε ΟΛΕΣ. ΜΙΑ Ερώτηση από κάθε μάθημα.

Το MAT 004A (Ερώτηση 7 & 8) ισχύει για Επιστήμες, Μηχανικές και Περιβαλλοντικές Επιστήμες ενώ το MAT 004B (Ερωτήσεις 9 & 10) ισχύει για Διοίκηση και Κοινωνικές Επιστήμες.

ΕΝΟΤΗΤΑ Α: ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ.

Απαντήστε στις ερωτήσεις 1-40 ΚΑΙ

Είτε Εφαρμοσμένα Μαθηματικά 004Α (41-50) είτε Μαθηματικά Επιχειρήσεων 004Β (41-50).

- Όταν το πολυώνυμο $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax - 2$ διαιρείται με το $x - 3$, το υπόλοιπο είναι **100**. Βρείτε την τιμή του a .
A. 16 B. 8 C. 6 D. -3
- Αν τα α και β είναι ρίζες της $2x^2 + 3x - 2 = 0$, βρείτε την τιμή του $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$.
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$
- Βρείτε τον συντελεστή του $(ab)^4$ στο ανάπτυγμα του $(a + \frac{b}{2})^8$.
A. 30 B. $\frac{35}{8}$ C. 35 D. $\frac{1}{8}$
- Βρείτε την ορίζουσα του πίνακα $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$.
A. 38 B. -48 C. 28 D. -38
- Οι παρακάτω είναι εξισώσεις κύκλου ΕΚΤΟΣ της
A. $x^2 + y^2 - 2x + y = 0$ B. $x^2 + y^2 - x = 2$
C. $3x^2 + y^2 + 4x - 8y = 0$ D. $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$
- Βρείτε την εξίσωση της διευθετούσας της παραβολής $y^2 = 36x$.
A. $x = 4$ B. $x = -9$ C. $x = -4$ D. $x = 9$
- Βρείτε τις τιμές των x και y στην εξίσωση πινάκων $\begin{pmatrix} 2 & x \\ y & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ 4 & 15 \end{pmatrix}$
A. $x = 2, y = 10$ B. $x = 3, y = 2$ C. $x = 10, y = 2$ D. $x = 2, y = 5$
- Μια ευθεία είναι κάθετη στην $3x - y + 11 = 0$ και περνά από το σημείο $(1, -5)$. Βρείτε την εξίσωσή της.
A. $3y - x - 14 = 0$ B. $3x + y + 1 = 0$ C. $3y + x + 14 = 0$ D. $3y + x + 1 = 0$
- Βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του $2x^3 + 3x + 1$ με το $x^2 + x - 2$.
A. $2x + 1$ B. $2x - 1$ C. $x - 2$ D. $2x - 2$
- Βρείτε τον 5^ο όρο της αρμονικής προόδου $\frac{2}{9}, \frac{4}{17}, \frac{1}{4}, \dots$
A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{7}$
- Δίνεται $\xi = \{x: 0 < x \leq 10, x \text{ ένας ακέραιος}\}$ ως το καθολικό σύνολο και ορίζεται $A = \{\text{πολλαπλάσιο του } 3\}$, $B = \{x: 3 < x < 8, x \text{ ένας ακέραιος}\}$. Βρείτε το $A \cap B'$.
A. $\{3, 6\}$ B. $\{9\}$ C. $\{6, 9\}$ D. $\{5, 6\}$
- Να λυθεί η εξίσωση $\log_x 3 + \log_x 9 = 2$
A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{7}$ C. $3\sqrt{3}$ D. 14
- Η διωνυμική σειρά για το $(1 + x)^n$ είναι έγκυρη μόνο όταν
A. $x < 1$ B. $x < -1$ C. $|x| < 1$ D. $n < 1$
- Η απόσταση μεταξύ των σημείων $A(x, -8)$ και $B(2, -5)$ είναι 5 μονάδες. Βρείτε τις πιθανές τιμές του x .
A. 6 B. 3 C. 4 D. 2
- Ο 4^{ος} και 6^{ος} όρος της αριθμητικής προόδου είναι 8 και 14 αντίστοιχα. Βρείτε τον 1^ο όρο και την διαφορά.
A. 0, 3 B. -1, 2 C. 0, 2 D. -1, 3
- Βρείτε το $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left\{ \frac{5x^2 - x + 2}{4x^3 - 4} \right\}$.
A. -3 B. 4 C. $\frac{5}{4}$ D. 0
- Βρείτε τον όγκο που δημιουργείται όταν περιστρέφεται η περιοχή που οριοθετείται από την καμπύλη

$y = x^2$ κάτω από τη γραμμή $y = 1$ μέσω μιας περιστροφής μεταξύ $x = 0$ και $x = 1$ γύρω από τον άξονα x .

A. $\frac{6\pi}{7}$ B. $\frac{4\pi}{5}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2}$

18. Το ολοκλήρωμα $\int \frac{f'(x)}{f(x)}$ ισούται με :

A. $\ln f(x)$ B. $\ln f'(x)$ C. $\ln f(x^2)$ D. $(\ln f(x))^2$

19. Υπολογίστε το $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2}$.

A. 2 B. 0 C. 3 D. -1.

20. Η παράγωγος της $e^{x \cos x}$ είναι

A. $e^{x \cos x} [\cos x - \sin x]$ B. $e^{x(\cos x - x \sin x)}$ C. $e^{x \cos x} \sin x$ D. $e^{x \cos x} \cos x$

21. Βρείτε το μέγιστο και το ελάχιστο της $y = x(x - 1)^2$.

A. $(\frac{1}{2}, 1)_{max}, (0, 2)_{min}$ B. $(0, 3)_{max}, (1, 2)_{min}$ C. $(\frac{1}{3}, \frac{4}{27})_{max}, (1, 0)_{min}$ D. $(\frac{1}{3}, 1)_{max}, (0, \frac{1}{2})_{min}$

22. Βρείτε το $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$.

A. 0 B. 2 C. 3 D. 1.

23. Λύστε την εξίσωση $x \frac{dy}{dx} = 5x^3 + 4$.

A. $\frac{5x^2}{2} + 4 \ln x + C$ B. $\frac{5x^3}{3} + 4 \ln x + C$ C. $\frac{3x^2}{2} + 4 \ln x + C$ D. $\frac{3x^3}{5} + 4 \ln x + C$

24. Αν $y = e^{4x}$, βρείτε την 4^η παράγωγο του y .

A. $4e^{4x}$ B. $64e^{4x}$ C. $128e^{4x}$ D. $256e^{4x}$

25. Παραγωγίστε την συνάρτηση $(\sqrt[3]{x^2 + 2x - 1})^5$.

A. $5(\sqrt[3]{x^2 + 2x - 1})^4$ B. $\frac{5}{3}(2x + 2)(x^2 + 2x - 1)^{\frac{3}{2}}$

C. $\frac{10}{3}(x + 1)(x^2 + 2x - 1)^{\frac{2}{3}}$ D. $5(\sqrt[3]{x^2 + 2x - 1})^{-4}$

26. Βρείτε την τιμή του $\int_1^2 \left(\frac{1+x^2}{x}\right) dx$.

A. $\ln x + \frac{x^2}{2}$ B. $1 + \ln 2$ C. $1 + (\ln 1 - \ln 2)$ D. $\frac{3}{2} + (\ln 2 - \ln 1)$

27. Βρείτε την τιμή του $\int \cos x \cos 2x dx$

A. $\frac{\cos 4x}{6} + C$ B. $\frac{\sin 3x}{6} + \frac{\sin x}{2} + C$ C. $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin x}{2} + C$ D. $\frac{\sin 5x}{7} - \frac{\sin 2x}{5} + C$

28. Αν $y = e^x \sin x$, βρείτε το $\frac{d^4 y}{dx^4} + 4y$.

A. $4x - 1$ B. $2x - 2$ C. 0 D. 1

29. Λύστε το $\int \frac{1}{(1+x)(2+\log(1+x))} dx$.

A. $\ln[2 - \log(1+x)]$ B. $\ln[2 + \log(1+x)]$ C. $\ln[2 + \log(1-x)]$ D. $\ln[2 + \log(1+x)]$

30. Μία από τις ακόλουθες μετρήσεις τοποθεσίας δεν επηρεάζεται από ακραίες τιμές.

A. Αρμονική μέση. B. Αριθμητικός μέσος όρος. C. Γεωμετρικός μέσος όρος. D. Διάμεσος

31. Οι παρακάτω βαθμοί λήφθηκαν κατά τη διάρκεια μιας εξέτασης **5, 5, 8, 4, 7, 6, 5, 3, 9**. Υπολογίστε τον μέσο όρο, την διάμεσο και την επικρατούσα τιμή.

A. **4, 5, 4** B. **5, 43, 5, 5** C. **5, 78, 5, 5** D. **6, 5, 5**

32. Ένα ζάρι πετιέται μία φορά. Βρείτε την πιθανότητα ο αριθμός που εμφανίστηκε να είναι άρτιος ή περιττός αριθμός.

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. 1

33. Μια εκτίμηση μιας παραμέτρου πληθυσμού που δίνεται από έναν μόνο αριθμό ονομάζεται

A. εκτιμητής B. εκτιμητής διαστήματος C. διάστημα εμπιστοσύνης. D. Εκτιμητής σημείου

34. Ένα αμερόληπτο ζάρι έξι όψεων έχει τον αριθμό 2 χαραγμένο στις δύο πλευρές, τον αριθμό 4 στις

τρεις πλευρές και τον αριθμό 6 στην τελευταία πλευρά. Το ζάρι πετιέται μια φορά. Υπολογίστε την πιθανότητα να λάβετε βαθμολογία 4 ή λιγότερο.

A. $\frac{3}{6}$ B. $\frac{2}{6}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{4}{6}$

35. Βρείτε την $P(X = 5)$ όταν $X \sim \text{Bi}(9, 0.3)$.

A. **0,975** B. **0,901** C. **0,74** D. **-0,024**

36. Έστω $Z \sim N(0, 1)$. Αν $P(z < a) = 0.975$ τότε η τιμή του a είναι

A. **0.975** B. **0.025** C. **1.96** D. **-1.96**

37. Βρείτε την διασπορά των παρακάτω δεδομένων: **5, 6, 4, 5**.

A. **0.5** B. **2.0** C. **1.5** D. **2.2**

38. Πότε μια κατανομή λέγεται συμμετρική;

I. Αν Μέσος όρος= Επικρατούσα τιμή=Διάμεσος

II. Αν Μέσος όρος-Επικρατούσα τιμή=3(Μέσος όρος -Διάμεσος)

A. Μόνο I B. I και II C. II μόνο D. I ή II

39. Η κανονική κατανομή δίνεται από την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.

Βρείτε το σύνολο τιμών του x .

A. $0 \leq x \leq \infty$ B. $-\infty < x < +\infty$ C. $-\infty < x < +\infty$ D. $a \leq x \leq b$.

40. Δεδομένου ότι $Y \sim \text{Po}(2.4)$, βρείτε την τιμή του $P(5 \leq Y \leq 6)$.

A. **0.024** B. **0.988** C. **0.84** D. **0.084**

ΜΑΤ 004Α : ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ 41-50)

ΓΙΑ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ, ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

41. Ένα σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα 30 m/s φέρεται σε ηρεμία μετά από 5 δευτερόλεπτα. Βρείτε την επιβράδυνσή του A. $-\frac{9m}{s^2}$ B. $-\frac{8m}{s^2}$ C. $-\frac{6m}{s^2}$ D. $-\frac{7m}{s^2}$
42. Αν το διάνυσμα $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + \mathbf{j}$ είναι κάθετο στην γραμμή ℓ και η ℓ περνά από το σημείο $(-1, 4)$, τότε η καρτεσιανή εξίσωση της ℓ είναι
A. $3x + y = 4$ B. $3x + y = -1$ C. $3x + y = 1$ D. $3x - y = 4$
43. Βρείτε την γωνία B του τριγώνου ABC όπου τα διανύσματα θέσης των A, B, C είναι αντίστοιχα $2\mathbf{i} + 4\mathbf{k}$, $3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$.
A. $\cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{55}}\right)$ B. $\sin^{-1}\left(-\frac{3}{\sqrt{55}}\right)$ C. $\cos^{-1}\left(-\frac{3}{\sqrt{55}}\right)$ D. $\sin^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{55}}\right)$
44. Βρείτε την διανυσματική εξίσωση της ευθείας με καρτεσιανή εξίσωση $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{1}$.
A. $\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k} = \lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k})$ B. $\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k} = \lambda(2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k})$
C. $\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k} = \lambda(\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - \mathbf{k})$ D. $\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k} = \lambda(\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k})$
45. Βρείτε το μέτρο του διανύσματος $(\mathbf{a} + \mathbf{b})$ με $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ και $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} - \mathbf{j}$.
A. $5\sqrt{2}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{5}$
46. Βρείτε το scalar γινόμενο των διανυσμάτων : $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ and $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$.
A. 5 B. -6 C. -8 D. -10.
47. Βρείτε το άθροισμα των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, 2\overrightarrow{CD}$ και \overrightarrow{DC} .
A. \overrightarrow{CD} B. \overrightarrow{AD} C. \overrightarrow{AB} D. \overrightarrow{AC}
48. Ένα αντικείμενο μάζας 4 κιλών κρέμεται από ένα σταθερό σημείο από ένα ελαφρύ μη εκτάσιμο σχοινί και στη συνέχεια έλκεται από μια δύναμη F N και ηρεμεί σε ισορροπία με το σχοινί να έχει κλίση στα 60° . Βρείτε τη δύναμη F.
A. $60\sqrt{3}N$ B. $40\sqrt{3}N$ C. $20\sqrt{3}N$ D. $40\sqrt{2}N$.
49. Ένα αντικείμενο μάζας 5 κιλών, που ταξιδεύει με ταχύτητα 6 m/s, ασκείται από μια δύναμη 100 N για 0,4 δευτερόλεπτα προς την κατεύθυνση της κίνησης. Υπολογίστε την τελική ταχύτητα του αντικειμένου.
A. $\frac{14m}{s}$ B. $\frac{7m}{s}$ C. $\frac{6m}{s}$ D. $40\frac{m}{s}$
50. Υπολογίστε το έργο ενός αντικειμένου μάζας 4,5 kg που σηκώνεται κατακόρυφα 10m. ($g = 10ms^{-2}$).
A. 75J B. 240J C. 450J D. 400J

ΜΑΤ 004Β : ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ 41-50)

ΓΙΑ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

41. Υποθέστε A είναι η πρόσοδος (annuity) και n είναι η συνεχής περίοδος, ποια από τα παρακάτω αντιπροσωπεύει το διηνεκές (perpetuity);
 A. $\lim_{n \rightarrow 0} A$ B. $\lim_{n \rightarrow t} A$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} A$ D. $\lim_{n \rightarrow p} A$
42. Η λύση στις ανισότητες ενός μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού που απεικονίζεται σε ένα γράφημα ονομάζεται
 A. περιοχή απάντησης. B. Εφικτή περιοχή.
 C. Αντικειμενική περιοχή D. περιοχή περιορισμού.
43. Βρείτε την ελαστικότητα τιμής της ζήτησης για την καμπύλη ζήτησης $x = 10 - 2p$ στο $p = 1$. A. **0.25**
 B. **-0.5** C. **1** D. **0**
44. Έστω ότι τα οριακά έσοδα= MR , συνολικά έσοδα= TR , οριακό κόστος= MC , συνολικό κόστος= TC και μεταβλητό κόστος= VC . Εάν το σταθερό κόστος είναι μηδέν, τότε το μέγιστο κέρδος είναι A. **$MR = TR$**
 B. **$MC = TC$** C. **$MR = MC$** D. **$MC = VC$**
45. Σε έναν τέλει ανταγωνισμό, η καμπύλη ζήτησης ενός εμπορεύματος είναι $x = 15 - 5p - p^2$ και η καμπύλη προσφοράς είναι $x = 2p - 1$, όπου p είναι η τιμή ανά μονάδα και x είναι ο αριθμός των μονάδων ανά χρονική περίοδο. Βρείτε την ποσότητα ισορροπίας.
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
46. Εάν η συνάρτηση συνολικού κόστους $C(x) = 4x^2 + 5x - 2$, βρείτε το οριακό κόστος στην τιμή $x = 3$.
 A. 29 B. 41 C. 34 D. 39
47. Ας υποθέσουμε ότι το $S(x) = 20x^2 + 20x$ είναι η συνάρτηση προσφοράς που περιγράφει τον αριθμό των κιβωτίων μιας συγκεκριμένης μάρκας αναψυκτικού που ένας προμηθευτής είναι διατεθειμένος να προμηθεύσει στην αγορά με 44₺ ανά κιβώτιο. Βρείτε τον στιγμιαίο ρυθμό μεταβολής της προσφοράς στην τιμή $x = 6$. (Το νόμισμα είναι το νόμισμα της Νιγηρίας, σύμβολο : ₺ , κωδικός : NGN).
 A. 300 B. 200 C. 260 D. 160
48. Ποιο είναι το μέγεθος κάθε πληρωμής προσόδου (annuity);
 A. Περίοδος πληρωμής. B. Χρόνος προσόδου. Γ. Περιοδική μίσθωση. Δ. Τόκος.
49. Ποιο από τα παρακάτω δεν αποτελεί τεχνική ελέγχου αποθεμάτων;
 A. Μέσο κόστος. B. First in first out. C. Last in Last out. D. Last in first out.
50. Ας υποθέσουμε ότι η συνάρτηση ζήτησης δίνεται ως $x = f(p)$, όπου το p_0 είναι η αρχική τιμή στο $x = 0$ και το p_i είναι η τομή της συνάρτησης ζήτησης. Ποια από τα παρακάτω αντιπροσωπεύουν το πλεόνασμα των καταναλωτών;
 A. $\int_{p_0}^{p_i} f(p) dp$ B. $-\int_{p_0}^{p_i} f(p) dp$ C. $\int_{p_i}^{p_0} f(p) dp$ D. $-\int_{p_i}^{p_0} f(p) dp$

ΕΝΟΤΗΤΑ Β: ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ.

Απαντήστε σε ΤΕΣΣΕΡΙΣ Ερωτήσεις στο ΑΛΙ. Μία ερώτηση από κάθε μάθημα.

ΜΑΤ 001Α: ΠΡΟΧΩΡΗΜΕΝΑ ΚΑΘΑΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

1. (α) Δεδομένης της έλλειψης $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Βρείτε
- Την εκκεντρότητα [3 βαθμοί]
 - Τις συντεταγμένες των εστιών [2 βαθμοί]
- (β) Αν η εξίσωση της παραβολής $y^2 = -16x$, προσδιορίστε τις συντεταγμένες της εστίας [2 βαθμοί]
- (γ) Αν α και β είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 5x + 3 = 0$, βρείτε τα
- $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ [2 βαθμοί]
 - $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ [2 βαθμοί]
- (δ) Λύστε την εξίσωση $2\sin^2 x = 2 + \cos 2x$ για $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ [4 βαθμοί]
2. (α) Έστω $\xi = \{x: 0 < x \leq 10, x \in \mathbb{Z}\}$ ο δειγματικός χώρος και τα σύνολα $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Q = \{x: 3 \leq x < 8, x \in \mathbb{N}\}$ και $R = \{\text{πολλαπλάσια του } 2\}$
- Βρείτε το $P \cup (Q' \cap R')$ [2 βαθμοί]
 - Δείξτε ότι $P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$ [3 βαθμοί]
- (b) Απλοποιήστε τα παρακάτω
- $\log_a b^2 - 2 \log_a c - 2$ [2 βαθμοί]
 - $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{7\sqrt{5} - 5\sqrt{2}}$ [3 βαθμοί]
- (c) Βρείτε το σύνολο τιμών του P για τα οποία οι ρίζες της εξίσωσης: $(P^2 + 10P + 2)x^2 + (3P + 1)x + 1 = 0$ ΔΕΝ είναι πραγματικές. [5 βαθμοί]

ΜΑΤ 002: Ανάλυση

3. (α) Βρείτε και ταξινομήστε τα κρίσιμα σημεία της καμπύλης $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$. [5 βαθμοί]
- (β) 120 μέτρα περιφράξης θα χρησιμοποιηθούν για να σχηματιστούν οι τρεις πλευρές ενός ορθογώνιου περιβλήματος, η τέταρτη πλευρά είναι υπάρχον τείχος. Βρείτε τη μέγιστη δυνατή επιφάνεια του περιβλήματος. [5 βαθμοί]
- (γ) Βρείτε τον όγκο του στερεού που δημιουργείται εάν περιστραφεί η περιοχή που περικλείεται από την $y = x^2$ ως προς την γραμμή $y = x + 2$. [5 βαθμοί]
4. (α) Υπολογίστε τα ακόλουθα ολοκληρώματα:
- $\int_{-1}^3 (2x^3 + 5x - 6) dx$
 - $\int x^2 \sin x dx$
 - $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{3x+2}}$
- (β) Ένα σωματίδιο που κινείται κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής είναι αρχικά σε μετατόπιση 3m από ένα σταθερό σημείο O και έχει αρχική ταχύτητα $\frac{6m}{s}$. Η επιτάχυνση των σωματιδίων μετά από t δευτερόλεπτα είναι $(2t - 5)m s^{-2}$. Βρείτε:
- τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα σωματίδια βρίσκονται στιγμιαία σε ηρεμία. [2½ βαθμοί]
 - την απόσταση που διανύθηκε στο πρώτο δευτερόλεπτο. [2½ βαθμοί]
- (γ) Δεδομένου ότι $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$; λάβετε $f'(x)$ και $f''(x)$. Δείξτε λοιπόν ότι $(x+1)f''(x) + 2f'(x) = 0$. [4 βαθμοί]

MAT 003: Στατιστική

5. (α) Εξηγήστε τις διαφορές μεταξύ της δοκιμής καλής προσαρμογής και της ανάλυσης του πίνακα απρόβλεπτων (contingency table). [2 βαθμοί]
 (β) Ένα ζάρι ρίχνεται 420 φορές με τα ακόλουθα αποτελέσματα 63, 67,66,73,72,79. Με βάση αυτά τα δεδομένα, ελέγξτε εάν το ζάρι είναι δίκαιο στο διάστημα σημαντικότητας $\alpha = 0,05$. [6 βαθμοί]
 (γ) Ο πίνακας δείχνει τον τρόπο με τον οποίο μια τυχαία επιλεγμένη ομάδα σκοπεύει να ψηφίσει στις επόμενες εκλογές.

Ηλικία ψηφοφόρων	18 έως 34	35 έως 59	60 και άνω
Κόμμα Α	85	95	131
Κόμμα Β	168	197	173

Ελέγξτε σε επίπεδο 5% εάν υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ της ηλικίας ενός ψηφοφόρου και το κόμμα που θέλει να ψηφίσει. [7 βαθμοί]

6. (α) Ένας στους χίλιους ανθρώπους αντέδρασε σε ένα πρόσφατα παρασκευασμένο εμβόλιο κατά μιας ενδημικής ασθένειας. Εάν 3000 άτομα υποβλήθηκαν σε θεραπεία με αυτό το εμβόλιο, βρείτε την πιθανότητα το πολύ δύο άτομα να αντέδρασαν στο εμβόλιο. [3 βαθμοί]
 (β) Βρείτε την πιθανότητα να ρίξετε μεταξύ 40 και 60 κορόνων συμπεριλαμβανομένων σε 100 ρίψεις ενός δίκαιου νομίσματος. [6 βαθμοί]
 (γ) Να βρείτε την πιθανότητα ότι σε μια οικογένεια με 4 παιδιά, θα υπάρχει τουλάχιστον 1 αγόρι. [6 βαθμοί]

MAT004A : ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

7. (α) Μια ομοιόμορφη σκάλα μήκους 4m και μάζας 40kg στηρίζεται με το ένα άκρο σε έναν τραχύ κατακόρυφο τοίχο και το άλλο άκρο ένα τραχύ οριζόντιο έδαφος. Ο συντελεστής τριβής σε κάθε σημείο επαφής είναι 0,5. Εάν η σκάλα βρίσκεται στο σημείο ολίσθησης, υπολογίστε τη δύναμη τριβής
 (i) του τοίχου και του εδάφους [5 Βαθμοί]
 (ii) στον τοίχο [5 Βαθμοί]
 (β) Αν $\vec{A} = 8t^3\vec{i} - 2t^2\vec{j} + 5t\vec{k}$ και $\vec{B} = \text{Sin}2t\vec{i} + \text{Cos}2t\vec{j}$. Βρείτε $\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B})$. [5 βαθμοί]
8. (α) Ένα σωματίδιο εκτοξεύεται με ταχύτητα 100m/s υπό γωνία 30° ως προς τον οριζόντα. Βρείτε
 (i) το μέγιστο ύψος που έχει επιτευχθεί [2,5 βαθμοί]
 (ii) το εύρος του οριζόντιου επιπέδου [2,5 βαθμοί]
 (β) Ένα μπλοκ μάζας 3,5kg στηρίζεται σε ένα τραχύ επίπεδο που έχει κλίση υπό γωνία 42° ως προς την οριζόντια γραμμή. Εάν ο συντελεστής τριβής μεταξύ του μπλοκ και του επιπέδου είναι 0,75, ποια είναι η ελάχιστη δύναμη \mathbf{P} παράλληλα με το επίπεδο που απαιτείται για να ξεκινήσει το μπλοκ να κινείται προς τα πάνω από το επίπεδο; ($\mathbf{g} = 9, \frac{8m}{s}$). [5 Βαθμοί]
 (γ) Ο απλός τόκος για ένα συγκεκριμένο ποσό με συγκεκριμένο επιτόκιο είναι $\frac{16}{25}$ του ποσού. Εάν ο αριθμός που αντιπροσωπεύει το ρυθμό και ο χρόνος είναι ίσοι, βρείτε τον χρόνο. [5 Βαθμοί]

ΜΑΤ 004Β: ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

9. (α) Οι καμπύλες ζήτησης και προσφοράς για ένα προϊόν δίνονται αντίστοιχα από τους τύπους $D(q) = 31 - 5q$ και $S(q) = 10 + 2q$. Βρείτε
- (i) την τιμή και ποσότητα ισορροπίας
 - (ii) πλεόνασμα καταναλωτή [3 βαθμοί]
- (β) Ένα χρηματικό ποσό επενδύθηκε με απλό επιτόκιο 8% και μετά από 9 μήνες ισόποσο επενδύθηκε με απλό επιτόκιο 10%. [5 βαθμοί]
- (i) Βρείτε την περίοδο κατά την οποία το ποσό σε κάθε περίπτωση γίνεται 52.000 €. [5 βαθμοί]
 - (ii) Πόσα χρήματα επενδύονται και στις δύο περιπτώσεις; [2 βαθμοί]
10. (α) Εάν το κόστος παραγωγής 200 σφαιρών είναι €1500 και το κόστος αυξάνεται σε €2100 όταν 275 μπάλες παραχθούν,
- (i) να λάβετε τη σχέση σύνδεσης μεταξύ του κόστους και των παραγόμενων μονάδων. [4 βαθμοί]
 - (ii) να βρείτε τη συνάρτηση κέρδους εάν η τιμή κάθε μπάλας είναι €30. [4 βαθμοί]
- (β) Λύστε το παρακάτω πρόβλημα βελτιστοποίησης γραφικά
- Μεγιστοποίηση $Z = 5x + 10y$
- Με περιορισμούς:
$$\begin{cases} 2x + y \leq 100 \\ x + 2y \leq 72 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$
 [5 βαθμοί]
- (γ) Ο απλός τόκος για ένα συγκεκριμένο ποσό με ένα συγκεκριμένο επιτόκιο είναι $\frac{16}{25}$ του ποσού. Εάν ο αριθμός που αντιπροσωπεύει το ρυθμός και τον χρόνο είναι ίσοι, βρείτε τον χρόνο. [2 βαθμοί]

[Mathematics 2023 JAMB]

- Πόσες διαφορετικές λέξεις 8 γραμμάτων είναι δυνατές χρησιμοποιώντας τα γράμματα της λέξης SYLLABUS;

A. $(8-1)!$ B. $\frac{8!}{2!}$ C. $\frac{8!}{2!2!}$ D. $8!$
- Υπολογίστε το $16^{0.16} \times 16^{0.04} \times 2^{0.2}$

A. 2 B. 0 C. 2^0 D. $\frac{1}{2}$
- Έστω '*' και '^' δύο δυαδικές πράξεις έτσι ώστε $a * b = a^2b$ και $a^b = 2a + b$. Βρείτε την τιμή του $(-4 * 2) (7 * -1)$.

A. -49 B. 64 Γ. 113 Δ. 15
- Βρείτε το $\int_0^{14} x - 6\sqrt[3]{x^2} dx$

A. $-\frac{5}{8}$ B. $-\frac{8}{5}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{5}{8}$
- Ο πληθυσμός ενός χωριού μειώθηκε από 1.230 σε 1.040 λόγω μιας επιδημίας. Ποια είναι η ποσοστιαία μείωση του πληθυσμού;

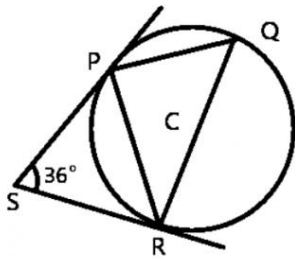
A. 15,44% B. 15,43% Γ. 15,42% Δ. 15,45%
- Η εσωτερική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι πέντε φορές το μέγεθος της εξωτερικής του γωνίας. Προσδιορίστε το πολύγωνο.

A. δωδεκάγωνο B. δεκαεννιάγωνο Γ. εικοσάγωνο Δ. ενδεκάγωνο
- Το εμβαδόν A ενός κύκλου αυξάνεται με σταθερό ρυθμό $1,5 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$. Βρείτε, σε 3 σημαντικά ψηφία, τον ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η ακτίνα r του κύκλου όταν το εμβαδόν του κύκλου είναι 2cm^2

A. $0,200 \text{ cms}^{-1}$ B. $0,798 \text{ cms}^{-1}$ Γ. $0,300 \text{ cms}^{-1}$ Δ. $0,299 \text{ cms}^{-1}$
- Λύστε ως προς x την : $y = \frac{3x-9c}{4x+5d}$

A. $x = \frac{-(9c-5dy)}{4y-3}$ B. $x = \frac{9c+5dy}{4y-3}$ Γ. $x = \frac{9c-5dy}{4y-3}$ Δ. $x = \frac{-(9c+5dy)}{4y-3}$
- Λύστε ως προς x την : $3(x-1) \leq 2(x-3)$

A. $x \leq -3$ B. $x \geq -3$ Γ. $x \leq 3$ Δ. $x \geq 3$



- Το παραπάνω διάγραμμα είναι ένας κύκλος με κέντρο το C. Τα P, Q και R είναι σημεία στην περιφέρεια. Το PS και το SR είναι εφαπτόμενες στον κύκλο. $\angle PSR = 36^\circ$. Βρείτε την $\angle PQR$

A. 72° B. 36° Γ. 144° Δ. 54°
- Εάν ένα αυτοκίνητο τρέχει με σταθερή ταχύτητα και χρειάζεται 4,5 ώρες για να διανύσει μια απόσταση 225 χλμ., πόσο χρόνο χρειάζεται για να τρέξει 150 χλμ;

A. 2 ώρες B. 4 ώρες Γ. 3 ώρες Δ. 1 ώρα
- Το πηλίκο της διαίρεσης του 1101001_2 με το 101_2 είναι

A. 11101_2 B. 111_2 Γ. 10111_2 Δ. 10101_2
- Αν $\frac{3-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$, τότε

A. $a = 9, b = -5$ B. $a = 5, b = 9$ Γ. $a = 9, b = 5$ Δ. $a = -5, b = 9$
- Βρείτε την τιμή του t, να η απόσταση των σημείων $P(-3, -14)$ και $Q(t, -5)$ είναι 9 μονάδες.

A. 3 B. 2 C. -3 D. -2

15. Ένας άντρας έκανε κατάθεση κάποια χρήματα στην τράπεζα με απλό τόκο. Το ποσό στον τραπεζικό του λογαριασμό μετά από 10 χρόνια είναι τριπλάσιο από τα χρήματα που κατατέθηκαν. Εάν το επιτόκιο παραμείνει ίδιο, μετά από πόσα χρόνια το ποσό θα είναι πενταπλάσιο από τα χρήματα που κατατέθηκαν;

A. 15 χρόνια B. 25 χρόνια Γ. 20 χρόνια Δ. 30 χρόνια

16. Βρείτε την τιμή του ακόλουθου ορίου : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 2x}$

A. 4 B. 8 C. 0 D. 2

17. Οι ηλικίες των μαθητών σε ένα μικρό δημοτικό σχολείο καταγράφηκαν στον παρακάτω πίνακα.

Ηλικία	5-6	7-8	9-10
Συχνότητα	29	40	38

Υπολογίστε τον μέσο όρο

A. 7.7 B. 7.5 Γ. 7.8 Δ. 7.6

18. Μια επιτροπή 5 ατόμων θα επιλεγεί από μια ομάδα 6 ανδρών και 4 γυναικών. Πόσες επιτροπές είναι δυνατές εάν πρόκειται να υπάρξει πλειοψηφία γυναικών;

A. 60 B. 15 Γ. 66 Δ. 4

19. Αν $D = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$, βρείτε την $|D|$.

A. 16 B. 14 Γ. -23 Δ. -37

20. Ένα σκάφος πλέει 8 km βόρεια από το P στο Q και στη συνέχεια πλέει 6 km δυτικά από το Q στο R. Υπολογίστε την έδραση (bearing) του R από το P. Δώστε την απάντησή σας στον πλησιέστερο βαθμό.

A. 217° B. 323° Γ. 37° Δ. 53°

21. Ένα νόμισμα ρίχνεται 3 φορές. Ποια είναι η πιθανότητα να ληφθεί τουλάχιστον μια κορόνα;

A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{3}{8}$ Γ. Κανένα από τα παραπάνω Δ. $\frac{1}{8}$

22. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από ο σημείο (2, 3) και είναι κάθετη στην ευθεία $3x + 2y + 4 = 0$.

A. $3y = 5x - 2$ B. $y = \frac{5}{3}x - 2$ Γ. Κανένα από τα παραπάνω Δ. $3y = 2x + 5$

23. Παραγωγίστε την συνάρτηση $y = \sqrt[3]{x^2}(2x - x^2)$

A. $\frac{dy}{dx} = \frac{10x^{\frac{5}{3}}}{3} - \frac{8x^{\frac{2}{3}}}{3}$ B. $\frac{dy}{dx} = \frac{10x^{\frac{2}{3}}}{3} - \frac{8x^{\frac{5}{3}}}{3}$

Γ. $\frac{dy}{dx} = \frac{10x^{\frac{5}{3}}}{3} - \frac{8x^{\frac{5}{3}}}{3}$ Δ. $\frac{dy}{dx} = \frac{10x^{\frac{2}{3}}}{3} - \frac{8x^{\frac{2}{3}}}{3}$

24. Υπολογίστε τη μέση απόκλιση των πρώτων πέντε πρώτων αριθμών.

A. 2,72 B. 5,6 Γ. 5,25 Δ. 13,6

25. Βρείτε το εμβαδόν της περιοχής που περικλείεται από την $y = 2x^2 + 10$ και την $y = 4x + 16$.

A. 18 B. $\frac{-10}{3}$ Γ. $\frac{44}{3}$ Δ. $\frac{64}{3}$

26. Βρείτε την τιμή του y αν $402_y = 102_{10}$.

A. 4 B. 2 Γ. 5 Δ. 3

27. Βρείτε την τιμή του y αν $\log(y + 8) + \log(y - 8) = 2\log 3 + 2\log 5$

A. $y = \pm 5$ B. $y = \pm 10$ Γ. $y = \pm 17$ Δ. $y = \pm 13$

28. Σε μια ομάδα 500 ατόμων, 350 άτομα μπορούν να μιλούν αγγλικά και 400 άτομα μπορούν να μιλούν γαλλικά. Βρείτε πόσα άτομα μπορούν να μιλούν και τις δύο γλώσσες.

A. 750 B. 850 Γ. 250 Δ. 150

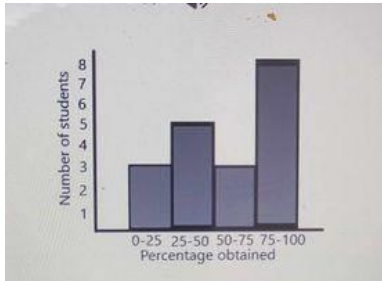
29. Παραγοντοποιήστε το : $16x^4 - y^4$

A. $(2x - y)(2x + y)(4x^2 + y^2)$ B. $(2x + y)(2x + y)(4x^2 + y^2)$

- Γ. $(2x - y)(2x - y)(4x^2 + y^2)$ Δ. $(2x - y)(2x + y)(4x^2 - y^2)$
30. Αν $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Βρείτε το $(A - B) \cup (B - A)$.
 Α. $\{1, 3, 5, 8\}$ Β. $\{8\}$ Γ. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ Δ. $\{1, 3, 5\}$
31. Μια τσάντα περιέχει 8 κόκκινες μπάλες και μερικές λευκές μπάλες. Εάν η πιθανότητα να επιλέξετε μια λευκή μπάλα είναι η μισή από την πιθανότητα να επιλέξετε μια κόκκινη μπάλα, τότε βρείτε την πιθανότητα να επιλέξετε μια κόκκινη μπάλα και μια λευκή μπάλα εάν οι μπάλες τραβηχτούν χωρίς αντικατάσταση.
 Α. $\frac{1}{3}$ Β. $\frac{2}{9}$ Γ. $\frac{2}{3}$ Δ. $\frac{8}{33}$
32. Οι ηλικίες των μαθητών σε ένα μικρό δημοτικό σχολείο καταγράφηκαν στον παρακάτω πίνακα.

Ηλικία	5-6	7-8	9-10
Συχνότητα	29	40	38

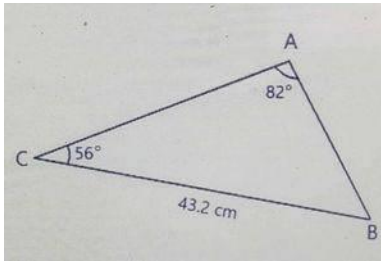
- Εκτιμήστε τη διάμεσο.
 Α. 7,725 Β. 6,225 Γ. 7,5 Δ. 6,5
33. Βρείτε τον πίνακα Α, αν $A \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
 Α. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ Β. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ Γ. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ Δ. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$



34. Πόσοι μαθητές σκόραραν τουλάχιστον 25%;
 Α. 16 Β. 19 Γ. 3 Δ. 8
35. Αν το πολυώνυμο $-2x^3 + 6x^2 + 17x - 21$ διαιρεθεί με το $(x + 1)$, τότε το πολυώνυμο είναι ίσο με
 Α. 32 Β. 30 Γ. -30 Δ. -32
36. Έστω ότι μια δυαδική πράξη '*' ορίζεται σε ένα σύνολο Α. Η λειτουργία θα είναι αντιμεταθετική εάν
 Α. $\alpha * \beta = \beta * \alpha$ Β. $(\alpha * \beta) * \gamma = \alpha * (\beta * \gamma)$ Γ. $(\beta \circ \gamma) * \alpha = (\beta * \alpha) \circ (\gamma * \alpha)$
 Δ. Κανένα από τα παραπάνω
37. Λύστε την ακόλουθη ανίσωση $x^2 - x - 4 \leq 2$
 Α. $-3 < x < 2$ Β. $-2 \leq x \leq 3$ Γ. $x \leq -2, x \leq 3$ Δ. $-2 < x < 3$
38. Ποιος είναι ο γενικός όρος της ακολουθίας 3, 8, 13, 18, ...;
 Α. $5n - 2$ Β. $5n + 2$ Γ. 5 Δ. $5n$
39. Ο γεωμετρικός τόπος ενός σημείου σε ίση απόσταση από δύο τεμνόμενες γραμμές είναι
 Α. όπου το άθροισμα των αποστάσεων δύο εστιακών σημείων είναι σταθερό,
 Β. η συλλογή σημείων που απέχουν εξίσου από σταθερό σημείο και γραμμή
 Γ. η μεσοκάθετος των γραμμών
 Δ. το ζεύγος διχοτόμων των γωνιών μεταξύ των δύο γραμμών
40. Δύο αριθμοί είναι αντίστοιχα 35% και 80% μεγαλύτεροι από έναν τρίτο αριθμό. Ο λόγος των δύο αριθμών είναι
 Α. 7:16 Β. 3:4 Γ. 16:7 Δ. 4:3
41. Η γωνία ανύψωσης και κατάθλιψης του άνω και του κάτω μέρους ενός άλλου κτιρίου, μετρούμενη από την κορυφή ενός κτιρίου ύψους 24 μέτρων, είναι 30° και 60° , αντίστοιχα. Προσδιορίστε το ύψος του δεύτερου κτιρίου.

A. $24m$ B. $32\sqrt{3}m$ Γ. $24\sqrt{3}m$ Δ. $32m$

42. Υπολογίστε, σωστά σε τρία σημαντικά ψηφία, το μήκος AB στο παραπάνω διάγραμμα.

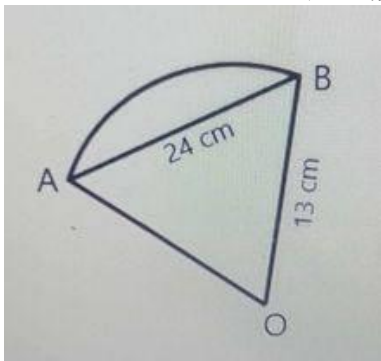


A. $36,4\text{ cm}$ B. $36,1\text{ cm}$ Γ. $36,2\text{ cm}$ Δ. $36,3\text{ cm}$

43. Ένα τεμάχιο όταν πωλείται για $\text{₹}230.00$ κάνει κέρδος 15%. Βρείτε το κέρδος ή τη ζημία % εάν πωλήθηκε για $180,00\text{ ₹}$

A. Κέρδος 10% B. Απώλεια 10% Γ. Απώλεια 12% Δ. Κέρδος 12%

44. Υπολογίστε, σωστά σε τρία σημαντικά ψηφία, το μήκος του τόξου AB στο παραπάνω διάγραμμα.



[Πάρτε $\pi = \frac{22}{7}$]

A. $32,4\text{ cm}$ B. $30,6\text{ cm}$ Γ. $28,8\text{ cm}$ Δ. $30,5\text{ cm}$

45. Ένα ορθογώνιο οικόπεδο έχει πλευρές με μήκη 38 m και 52 m διορθωμένες στο πλησιέστερο m. Βρείτε το εύρος των πιθανών τιμών της περιοχής του ορθογωνίου

A. $1931.25m^2 \leq A < 2021.25m^2$ B. $1950m^2 \leq A < 2002m^2$

Γ. $1957m^2 \leq A < 1995m^2$ Δ. $1931.25m^2 \geq A > 2021.25m^2$

46. Ένας άνδρας πωλεί διαφορετικές μάρκες ενός αντικειμένου. Το $\frac{1}{9}$ των αντικειμένων που έχει στο κατάστημά του είναι από τη μάρκα A, τα $\frac{5}{8}$ από τα υπόλοιπα είναι από το εμπορικό σήμα B και τα υπόλοιπα είναι από το εμπορικό σήμα Γ. Εάν ο συνολικός αριθμός αντικειμένων μάρκας C στο κατάστημα του άνδρα είναι 81, πόσα περισσότερα είδη μάρκας B από ό, τι μάρκας C έχει το κατάστημα;

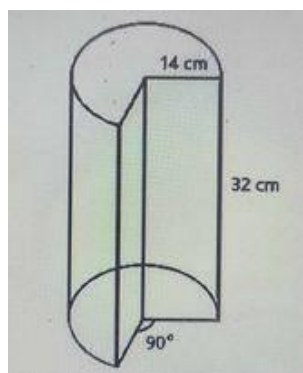
A. 243 B. 108 Γ. 54 Δ. 135

47. Βρείτε το εμβαδόν, στο πλησιέστερο cm^2 , του τριγώνου του οποίου οι πλευρές είναι σε αναλογία $2 : 3 : 4$ και του οποίου η περίμετρος είναι 180 cm .

A. 1162 cm^2 B. 1163 cm^2 C. 1160 cm^2 D. 1161 cm^2

48. Βρείτε το σύνθετο επιτόκιο (Compound Interest, CI) σε κεφάλαιο $\text{₹} 15.700$ για 2 χρόνια στο 8% ετησίως ανατοκίζόμενο ετησίως.

A. $\text{₹} 6,212.48$ B. $\text{₹} 2,834.48$ C. $\text{₹} 18,312.48$ D. $\text{₹} 2,612.48$



49. Βρείτε τον όγκο του κυλίνδρου παραπάνω [Πάρτε $\pi = \frac{22}{7}$]

A. $9,856 \text{ cm}^3$ B. $14,784 \text{ cm}^3$ C. $4,928 \text{ cm}^3$ D. $19,712 \text{ cm}^3$

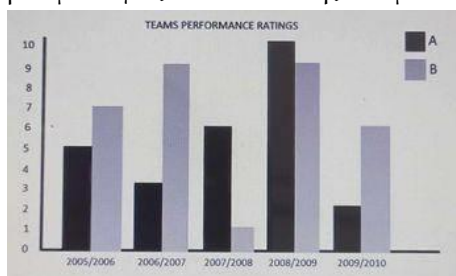
50. Ο τρίτος όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι 6 και ο πέμπτος όρος είναι 12. Βρείτε το άθροισμα των πρώτων δώδεκα όρων του

A. 201 B. 144 Γ. 198 Δ. 72

51. Εκφράστε στην κανονική μορφή το $16.54 \times 10^{-5} - 6.76 \times 10^{-8} + 0.23 \times 10^{-6}$

A. 1.66×10^{-4} B. 1.66×10^{-5} Γ. 1.65×10^{-5} Δ. 1.65×10^{-4}

52. Το παραπάνω γράφημα απεικονίζει τις βαθμολογίες απόδοσης δύο αθλητικών ομάδων A και B σε πέντε διαφορετικές σεζόν. Τις τελευταίες πέντε σεζόν, ποια ήταν η διαφορά στις μέσες βαθμολογίες απόδοσης μεταξύ της ομάδας B και της ομάδας A;



A. 1.2 B. 6.4 Γ. 4.6 Δ. 1.8

53. Ένας μαθητής χρησιμοποιεί έναν βαθμονομημένο κύλινδρο για να μετρήσει τον όγκο του νερού και αναφέρει μια ένδειξη 18 mL. Ο/η εκπαιδευτικός αναφέρει την τιμή ως 18,4 mL. Ποιο είναι το ποσοστό σφάλματος του μαθητή;

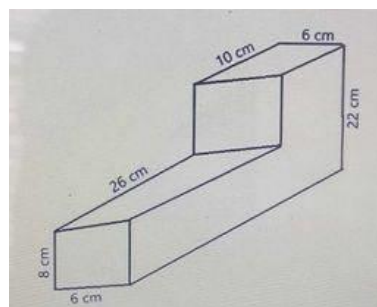
A. 2,17% B. 1,73% Γ. 2,23% Δ. 1,96%

54. Η διαφορά μεταξύ μιας εξωτερικής γωνίας ($n - 1$) πλευρικού κανονικού πολυγώνου και μιας εξωτερικής γωνίας ($n + 2$) πλευρικού κανονικού πολυγώνου είναι 6° . Τότε η τιμή του n είναι

A. 11 B. 13 Γ. 12 Δ. 14

55. Δύο ζάρια ρίχνονται. Ποια είναι η πιθανότητα η συνολική βαθμολογία να είναι πρώτος αριθμός.

A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{5}{9}$ Γ. $\frac{1}{6}$ Δ. $\frac{1}{3}$



56. Βρείτε τον όγκο του σύνθετου στερεού παραπάνω.

A. 2048 cm^3 B. 2568 cm^3 C. 2672 cm^3 D. 1320 cm^3

57. Βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο ενός τετραγώνου του οποίου το μήκος των διαγωνίων είναι $20\sqrt{2} \text{ cm}$.

A. $800\text{cm}^2, 80\text{cm}$ B. $400\text{cm}, 80\text{cm}^2$ C. $80\text{ cm}, 800\text{ cm}^2$ D. $400\text{cm}^2, 80\text{cm}$

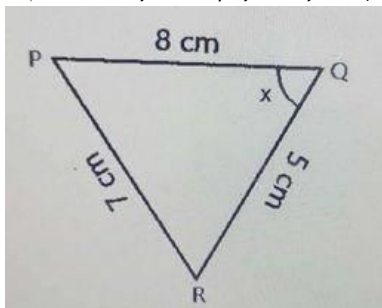
58. Ο Bello αγοράζει ένα παλιό ποδήλατο για 9.200,00 € και ξοδεύει 1.500,00 € για τις επισκευές του. Εάν πουλήσει το ποδήλατο για 13.400,00 €, το ποσοστό κέρδους του είναι
 A. 25,23% B. 31,34% Γ. 88,81% Δ. 42,54%

59. Βρείτε το $\frac{5}{8} - \frac{3}{4} \div \frac{5}{12} \times \frac{1}{4}$
 A. $-\frac{3}{40}$ B. $\frac{3}{40}$ Γ. $\frac{7}{40}$ Δ. $-\frac{263}{40}$

60. Ένα ορθογώνιο έχει μία πλευρά που είναι 6 cm μικρότερη από την άλλη. Το εμβαδόν του ορθογωνίου θα αυξηθεί κατά 68 cm^2 , αν προσθέσουμε 2 cm σε κάθε πλευρά του ορθογωνίου. Βρείτε το μήκος της μικρότερης πλευράς.
 A. 15 cm B. 19 cm Γ. 13 cm Δ. 21 cm

61. Ο δεύτερος όρος μιας γεωμετρικής σειράς είναι ο $-\frac{2}{3}$ και το άθροισμά της στο άπειρο είναι $\frac{3}{2}$. Βρείτε τον λόγο της.
 A. $-\frac{1}{3}$ B. 2 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{9}$

62. Βρείτε την τιμή της γωνίας που σημειώνεται x στο παραπάνω διάγραμμα

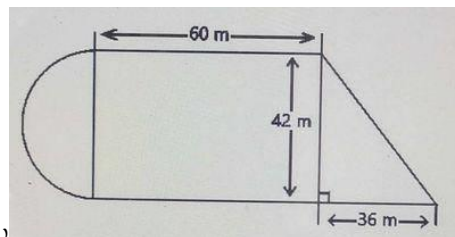


A. 60° B. 45° Γ. 90° Δ. 30°

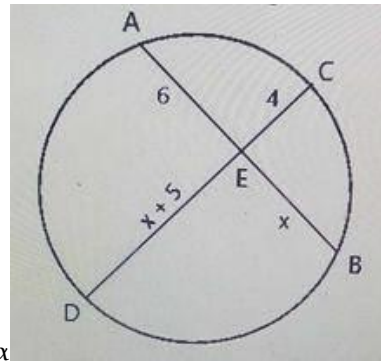
63. Η γραμμή $3y + 6x = 48$ διέρχεται από τα σημεία $A(-2, k)$ και $B(4, 8)$. Βρείτε την τιμή του k .
 A. 16 B. 20 Γ. 8 Δ. -2

64. Τα εισιτήρια για τη σχολική παράσταση κοστίζουν 520,00 € το καθένα για ενήλικες και 250,00 € το καθένα για παιδιά. Πόσα παιδικά εισιτήρια πωλήθηκαν αν οι συνολικές πωλήσεις ήταν 171.000,00 € και πωλήθηκαν 5 φορές περισσότερα εισιτήρια ενηλίκων από τα παιδικά εισιτήρια;
 A. 20 B. 300 Γ. 50 Δ. 60

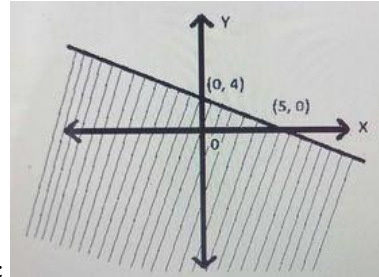
65. Λύστε τη λογαριθμική εξίσωση: $\log_2(6 - x) = 3 - \log_2 x$
 A. $x = 4\sqrt{2}$ B. $x = -4\sqrt{-2}$ Γ. $x = -4\sqrt{2}$ Δ. $x = 4\sqrt{-2}$



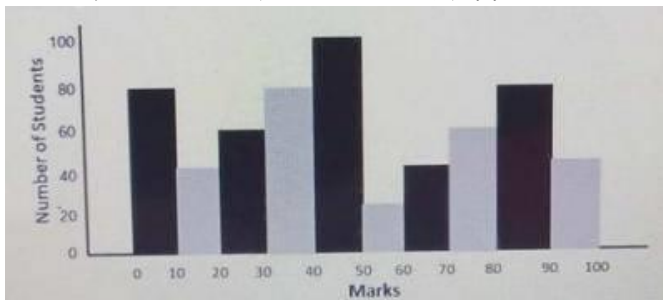
66. Υπολογίστε το εμβαδόν του σύνθετου σχήματος παραπάνω
 A. 6048 m^2 B. 3969 m^2 C. 4628 m^2 D. 5834 m^2



67. Βρείτε την τιμή του x στο παραπάνω διάγραμμα
 Α. 10 μονάδες Β. 15 μονάδες Γ. 5 μονάδες Δ. 20 μονάδες



68. Ποια ανισότητα περιγράφει το παραπάνω γράφημα;
 Α. $4y + 5x \geq 20$ Β. $5y + 4x \leq 20$ Γ. $4y + 5x \leq 20$ Δ. $5y + 4x \geq 20$
69. Βρείτε τον όγκο ενός κώνου που έχει ακτίνα βάσης 5 cm και κεκλιμένο ύψος 13 cm .
 Α. $300\pi\text{ cm}^3$ Β. $325\pi\text{ cm}^3$ Γ. $\frac{325}{3}\pi\text{ cm}^3$ Δ. $100\pi\text{ cm}^3$
70. Μελετήστε το παραπάνω ιστόγραμμα και απαντήστε στην ερώτηση που ακολουθεί.



- Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των μαθητών που σημείωσαν το πολύ 50 βαθμούς;
 Α. 380 Β. 340 Γ. 360 Δ. 240
71. Το εμβαδόν ενός τραapeζίου είναι 200 cm^2 . Οι παράλληλες πλευρές του είναι σε αναλογία $2 : 3$ και η κάθετη απόσταση μεταξύ τους είναι 16 cm . Βρείτε το μήκος καθεμιάς από τις παράλληλες πλευρές.
 Α. 10 cm και 15 cm Β. 8 cm και 12 cm Γ. 6 cm και 9 cm Δ. 12 cm και 18 cm
72. Το PQRS είναι ένα εγγεγραμμένο σε κύκλο τετράπλευρο. Βρείτε το $x + y$
 Α. 50 Β. 60 Γ. 15 Δ. 0
73. Ένας εκπαιδευόμενος πιλότος έπρεπε να πετάξει σε ένα αεροδρόμιο και στη συνέχεια να επιστρέψει ως μέρος της πτητικής του εκπαίδευσης. Η μέση ταχύτητα προς το αεροδρόμιο ήταν 120 χλμ/ώρα και η μέση ταχύτητα επιστροφής ήταν 150 χλμ/ώρα . Εάν ο συνολικός χρόνος πτήσης ήταν 3 ώρες, υπολογίστε την απόσταση μεταξύ των δύο αεροδρομίων.
 Α. 270 χλμ Β. 200 χλμ Γ. 360 χλμ Δ. 450 χλμ
74. Η περίμετρος ενός ισοσκελούς ορθογώνιου τριγώνου είναι 2 μέτρα. Βρείτε το μήκος της μακρύτερης πλευράς του.
 Α. $2 - \sqrt{2}$ Β. $-4 + 3\sqrt{2}$ Γ. Δεν μπορεί να οριστεί Δ. $-2 + 2\sqrt{2}m$

75. Ένα πλοίο σαλπάρει από το λιμάνι A (86° N , 56° W) για το λιμάνι B (86° N , 64° W), το οποίο βρίσκεται κοντά. Βρείτε την απόσταση που κάλυψε το πλοίο από τον λιμένα A έως τον λιμένα B, διορθώστε στο πλησιέστερο χιλιόμετρο. [Πάρτε $\pi = 3.142$ και $R = 6370 \text{ km}$]
 A. 62 km B. 97 km C. 389 km D. 931 km
76. Χρησιμοποιήστε το γράφημα της $\sin(\theta)$ παραπάνω για να υπολογίσετε την τιμή του θ όταν $\sin(\theta) = -0,6$ για $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.
 A. $\theta = 223^\circ, 305^\circ$ B. $\theta = 210^\circ, 330^\circ$ Γ. $\theta = 185^\circ, 345^\circ$ Δ. $\theta = 218^\circ, 323^\circ$
77. Ένας κύκλος έχει ακτίνα 13 cm με μια χορδή 12 cm μακριά από το κέντρο του κύκλου. Υπολογίστε το μήκος της χορδής.
 A. 16 cm B. 8 cm C. 5 cm D. 10 cm
78. Δώστε τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων του πληθυσμού μιας πόλης που έχει περίπου 5.020.700 ανθρώπους
 A. 7 σημαντικά ψηφία B. 3 σημαντικά ψηφία Γ. 4 σημαντικά ψηφία Δ. 5 σημαντικά ψηφία
79. 200 εισιτήρια πωλήθηκαν για μια παράσταση. Τα εισιτήρια VIP κοστίζουν 1.200 ₺ και 700 ₺ για κανονικό. Το συνολικό ποσό που προέκυψε από την πώληση των εισιτηρίων ήταν 180.000 ₺. Βρείτε τον αριθμό των VIP εισιτηρίων που πωλήθηκαν και τον αριθμό των κανονικών εισιτηρίων που πωλήθηκαν.
 A. VIP = 80, Κανονικό = 100 B. VIP = 60, Κανονικό = 120
 Γ. VIP = 60, Κανονικό = 100 Δ. VIP = 80, Κανονικό = 120
80. Χρειάζονται 12 άνδρες 8 ώρες την ημέρα για να ολοκληρώσουν ένα έργο σε 4 ημέρες. Σε πόσες μέρες θα χρειαστούν 4 άνδρες που εργάζονται 16 ώρες την ημέρα για να ολοκληρώσουν την ίδια εργασία;
 A. 6 ημέρες B. 8 ημέρες Γ. 10 ημέρες Δ. 12 ημέρες

[Πηγές]

[Νιγηρία - Βικιπαίδεια \(wikipedia.org\)](https://el.wikipedia.org/wiki/Νιγηρία)

[Education in Nigeria - Wikipedia](https://en.wikipedia.org/wiki/Education_in_Nigeria)

[West African Senior School Certificate Examination - Wikipedia](https://en.wikipedia.org/wiki/West_African_Senior_School_Certificate_Examination)

[Ενιαία Τριτοβάθμια Εξέταση Εγγραφής - Βικιπαίδεια \(wikipedia.org\)](https://el.wikipedia.org/wiki/Ενιαία_Τριτοβάθμια_Εξέταση_Εγγραφής)

<https://www.trade.gov/country-commercial-guides/nigeria-education-and-training>

https://jupeb.edu.ng/about/about_us

https://myschool.ng/classroom/mathematics?exam_type=waec&exam_year=2022&page=1

<https://nigerianscholars.com/past-questions/mathematics/jamb/year/2023/>