[Αίγυπτος]

Η Αίγυπτος, επίσημα γνωστή ως Αραβική Δημοκρατία της Αιγύπτου (Αραβικά: جمهورية مصر العربية, Γκουμχουρίγια Μισρ ελ-Αραμπΐϊα, όπου مصر, Μισρ, σημαίνει Αίγυπτος, Κοπτικά: ϯⲙⲉⲑⲙⲏϣ ⲛ̀Ⲭⲏⲙⲓ ⲛ̀ⲁⲣⲁⲃⲟⲥ, όπου Ⲭⲏⲙⲓ σημαίνει «Αίγυπτος») είναι μια από τις πιο πολυπληθείς χώρες της Αφρικής και της Μέσης Ανατολής. Πάνω από το μισό από τους 104.462.545 κάτοικους της ζει στις αστικές περιοχές και η μεγάλη πλειονότητα του αστικού πληθυσμού ζει στις πιο πυκνοκατοικημένες πόλεις, Κάιρο (πρωτεύουσα), Αλεξάνδρεια και άλλες μεγάλες πόλεις κατά μήκος του Νείλου.

Η Αίγυπτος έχει μια από τις μεγαλύτερες ιστορίες οποιασδήποτε χώρας, η οποία ανιχνεύει την κληρονομιά της κατά μήκος του Δέλτα του Νείλου από την 6η–4η χιλιετία π.Χ. Θεωρούμενη κοιτίδα πολιτισμού, η Αρχαία Αίγυπτος κατέγραψε μερικές από τις πρώτες εξελίξεις της γραφής, της γεωργίας, της αστικοποίησης, της οργανωμένης θρησκείας και της κεντρικής κυβέρνησης στο κόσμο. Εμβληματικά μνημεία όπως η Νεκρόπολη της Γκίζας και η Μεγάλη Σφίγγα της, καθώς και τα ερείπια της Μέμφιδας, της Θήβας, του Καρνάκ και της Κοιλάδας των Βασιλέων, αντικατοπτρίζουν αυτή την κληρονομιά και παραμένουν ένα σημαντικό επίκεντρο επιστημονικού και λαϊκού ενδιαφέροντος. Η μακρά και πλούσια πολιτιστική κληρονομιά της Αιγύπτου αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της εθνικής της ταυτότητας, η οποία αντικατοπτρίζει τη μοναδική διηπειρωτική της θέση που είναι ταυτόχρονα Μεσογειακή, Μέσης Ανατολής και Βόρειας Αφρικής.

Η σύγχρονη Αίγυπτος χρονολογείται από το 1922, όταν κέρδισε την ανεξαρτησία της από τη Βρετανική Αυτοκρατορία ως μοναρχία.

Κατέχει, ακόμη, μια από τις πιο ανεπτυγμένες οικονομίες στη Μέση Ανατολή, με τομείς όπως ο τουρισμός, η γεωργία, η βιομηχανία και οι υπηρεσίες, που μοιράζονται σχεδόν ίσα μερίδια του ΑΕΠ της χώρας. Συνολικά, η Αιγυπτιακή Οικονομία είναι ταχέως αναπτυσσόμενη, εν μέρει χάριν της νομοθεσίας της, που στοχεύει στην προσέλκυση επενδύσεων, σε συνδυασμό με την εσωτερική και πολιτική σταθερότητα και την εμπορική φιλελευθεροποίηση.

Η Αίγυπτος θεωρείται περιφερειακή δύναμη στη Βόρεια Αφρική, τη Μέση Ανατολή και τον μουσουλμανικό κόσμο και μια μεσαία δύναμη παγκοσμίως. Είναι μια αναπτυσσόμενη χώρα, καταλαμβάνοντας την 116η θέση στον Δείκτη Ανθρώπινης Ανάπτυξης . Έχει μια διαφοροποιημένη οικονομία, η οποία είναι η δεύτερη μεγαλύτερη στην Αφρική, η 33η μεγαλύτερη οικονομία σε ονομαστικό ΑΕΠ και η 20η μεγαλύτερη παγκοσμίως σε ΙΑΔ.

[Το Εκπαιδευτικό Σύστημα της Αιγύπτου]

Στην Αίγυπτο η φοίτηση στη πρωτοβάθμια εκπαίδευση είναι υποχρεωτική και διαρκεί 6 χρόνια (δηλ. από 6 έως 12 χρονών). Μετά την πρωτοβάθμια εκπαίδευση οι μαθητές μπορούν να συνεχίσουν τη μόρφωσή τους σε μια ενδιάμεση βαθμίδα σχολείων, η οποία είναι καθαρά προπαρασκευαστική. Στα προπαρασκευαστικά αυτά σχολεία, στα οποία η φοίτηση είναι τριετής και δωρεάν, οι μαθητές προετοιμάζονται για να εισαχθούν στα σχολεία της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Τα δευτεροβάθμια αυτά σχολεία περιλαμβάνουν προγράμματα σπουδών τα οποία αποσκοπούν στο να προπαρασκευάσουν με τον καλύτερο δυνατό τρόπο τους μαθητές για την εισαγωγή τους στα πανεπιστήμια (γενικά λύκεια) ή να τους εξειδικεύσουν πάνω σε τεχνολογικά ή αγροτικά αντικείμενα (τεχνικά-επαγγελματικά λύκεια). Η τριτοβάθμια εκπαίδευση παρέχει πανεπιστημιακού επιπέδου παιδεία και μόρφωση με 13 πανεπιστήμια, τα οποία βρίσκονται όλα στα μεγάλα αστικά κέντρα. Το καλύτερο από αυτά θεωρείται και είναι το πανεπιστήμιο Al-Azhar , στο Κάιρο, το οποίο ιδρύθηκε το 970 μ.Χ. ως κέντρο ισλαμικών σπουδών και αποτελεί το αρχαιότερο πανεπιστημιακό ίδρυμα με τη μεγαλύτερη διάρκεια λειτουργίας σε όλο τον κόσμο (scholar pro, 2018).

Σύμφωνα με έρευνα της Krafft (2012) σχέδον το 100% των αγορίων που γεννήθηκαν στην Αίγυπτο φοιτούν στο σχολείο, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό των κοριτσίων παρατηρείται στο 95%. Παρόλα αυτά, περίπου δύο εκατομμύρια Αιγύπτιοι ηλικίας 10-29 ετών, κυρίως κορίτσια, δεν έχουν πάει ποτέ στο σχολείο.

Στην Αίγυπτο η ανεργία είναι υψηλή όσον αφορά τα άτομα κάτω των 25 ετών και τους απόφοιτους πανεπιστημίων, οι οποίοι σύμφωνα με εκτιμήσεις της ΜΚΟ Injaz Al Arab χρειάζονται συνήθως 5 χρόνια για να βρουν δουλεία. Η ανεργία των νέων προκαλεί κοινωνικούς, πολιτικούς και οικονομικούς κινδύνους. Πιο συγκεκριμένα, η ποιότητα της δημόσιας εκπαίδευσης θεωρείται χαμηλή. Έτσι, δημιουργείται ευρεία εξάρτηση από την ιδιωτική διδασκαλία, κάτι που συμβάλλει στα υψηλά επίπεδα οικονομικής ανισότητας στη χώρα, ενώ συγχρόνως προκαλεί ανησυχίες σε σχέση με θέματα κοινωνικής δικαιοσύνης (Loveluck, 2012). Τέλος, στην Αίγυπτο μόνο το 42% των εργαζομένων έχει πρόσβαση στη κοινωνική ασφάλιση, ενώ, σε σχέση με εκείνους που απολαμβάνουν κοινωνικής ασφάλισης, οι δημόσιοι υπάλληλοι απολαμβάνουν καλύτερες συνθήκες εργασίας και υψηλότερη ποιότητα ασφαλιστικών υπηρεσιών (Roushdy, & Selwaness, 2015).

[Εκπαιδευτικό σύστημα]
Το δημόσιο εκπαιδευτικό σύστημα στην Αίγυπτο αποτελείται από τρία επίπεδα: το στάδιο της βασικής εκπαίδευσης για παιδιά ηλικίας 4-14 ετών: νηπιαγωγείο για δύο χρόνια ακολουθούμενο από δημοτικό σχολείο για έξι χρόνια και προπαρασκευαστικό σχολείο (επίπεδο ISCED 2) για τρία χρόνια. Στη συνέχεια, το στάδιο της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης (επίπεδο ISCED 3) είναι για τρία έτη, για ηλικίες 15 έως 17 ετών, ακολουθούμενο από το τριτοβάθμιο επίπεδο. Η εκπαίδευση καθίσταται υποχρεωτική για 9 ακαδημαϊκά έτη μεταξύ των ηλικιών 4 και 14. Επιπλέον, όλα τα επίπεδα εκπαίδευσης είναι δωρεάν σε όλα τα κρατικά σχολεία. Σύμφωνα με την Παγκόσμια Τράπεζα, υπάρχουν μεγάλες διαφορές στο μορφωτικό επίπεδο των πλουσίων και των φτωχών, γνωστές και ως «χάσμα πλούτου».
Οι προαγωγικές εξετάσεις διεξάγονται σε όλα τα επίπεδα εκτός από τις τάξεις 6 και 9 στο επίπεδο βασικής εκπαίδευσης και το βαθμό 12 στο δευτεροβάθμιο στάδιο, οι οποίες εφαρμόζουν τυποποιημένες περιφερειακές ή εθνικές εξετάσεις. Το Υπουργείο Παιδείας είναι υπεύθυνο για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με το εκπαιδευτικό σύστημα με την υποστήριξη τριών Κέντρων: του Εθνικού Κέντρου Ανάπτυξης Προγραμμάτων Σπουδών, του Εθνικού Κέντρου Εκπαιδευτικής Έρευνας και του Εθνικού Κέντρου Εξετάσεων και Εκπαιδευτικής Αξιολόγησης. Κάθε κέντρο έχει τη δική του εστίαση στη διαμόρφωση εκπαιδευτικών πολιτικών με άλλες κρατικές επιτροπές. Από την άλλη, το Υπουργείο Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης εποπτεύει το σύστημα τριτοβάθμιας εκπαίδευσης.

Υπάρχει επίσης ένα επίσημο κομμάτι προσόντων εκπαιδευτικών για τα επίπεδα βασικής και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Οι εκπαιδευτικοί υποχρεούνται να ολοκληρώσουν τέσσερα χρόνια προϋπηρεσιακών μαθημάτων στο πανεπιστήμιο για να εισέλθουν στο επάγγελμα του εκπαιδευτικού. Συγκεκριμένα, όσον αφορά την επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών για την αύξηση των προτύπων διδασκαλίας των μαθηματικών, της επιστήμης και της τεχνολογίας, η Επαγγελματική Ακαδημία Εκπαιδευτικών προσφέρει διάφορα προγράμματα. Οι τοπικοί εκπαιδευτικοί συμμετέχουν επίσης στα διεθνή προγράμματα επαγγελματικής κατάρτισης.]

[Δημογραφικά στοιχεία]
Το συνολικό ποσοστό αλφαβητισμού στην Αίγυπτο είναι 72% από το 2010, που είναι 80,3% για τους άνδρες και 63,5% για τις γυναίκες.
Το αιγυπτιακό εκπαιδευτικό σύστημα είναι εξαιρετικά συγκεντρωτικό και χωρίζεται σε τρία στάδια:

1. Βασική εκπαίδευση (αραβικά: التعليم الأساسى, μεταγραφή: al-Taʿlīm al-Asāsī)
    a. Πρωτοβάθμια Φάση
    b. Προπαρασκευαστικό στάδιο
2. Δευτεροβάθμια εκπαίδευση (αραβικά: التعليم الثانوى, μεταγραφή: al-Taʿlīm al-Thānawī)
3. Μεταδευτεροβάθμια εκπαίδευση (αραβικά: التعليم الجامعى, μεταγραφή: al-Taʿlīm al-Gāmiʿī)

Από την επέκταση του νόμου για τη δωρεάν υποχρεωτική εκπαίδευση στην Αίγυπτο το 1981 για να συμπεριλάβει το προπαρασκευαστικό στάδιο, τόσο η πρωτοβάθμια όσο και η προπαρασκευαστική φάση (ηλικίες 6 έως 14) έχουν συνδυαστεί κάτω από την ετικέτα Βασική Εκπαίδευση. Η εκπαίδευση πέρα από αυτό το στάδιο εξαρτάται από την ικανότητα του μαθητή. Πολλά ιδιωτικά σχολεία προσφέρουν πρόσθετα εκπαιδευτικά προγράμματα, μαζί με το εθνικό πρόγραμμα σπουδών, όπως το American High School Diploma, το βρετανικό σύστημα IGCSE, το γαλλικό baccalauréat, το γερμανικό Abitur και το International Baccalaureate. Αυτοί είναι οι τύποι ιδιωτικών σχολείων στην Αίγυπτο.

[Δευτεροβάθμια εκπαίδευση]
Μετά την ολοκλήρωση του αιγυπτιακού γυμνασίου και την αντίστοιχη εθνική εξέταση, οι μαθητές προχωρούν στο δευτεροβάθμιο στάδιο, το οποίο προσφέρει διακριτές εκπαιδευτικές κατευθύνσεις με βάση τα αποτελέσματα των εξετάσεών τους. Η δευτεροβάθμια εκπαίδευση στην Αίγυπτο περιλαμβάνει δύο κύριες οδούς: γενική και τεχνική. Το γενικό δευτεροβάθμιο στάδιο εκτείνεται σε τρία χρόνια, ενώ οι τεχνικές σχολές προσφέρουν προγράμματα διάρκειας από τρία έως πέντε χρόνια. Η τεχνική εκπαίδευση στην Αίγυπτο περιλαμβάνει διάφορους κλάδους, συμπεριλαμβανομένων των βιομηχανικών, γεωργικών και εμπορικών τομέων, με ορισμένα ιδρύματα να εφαρμόζουν ένα διπλό εκπαιδευτικό σύστημα.

Σύστημα Al-Azhar
Ένα άλλο σύστημα που λειτουργεί παράλληλα με το δημόσιο εκπαιδευτικό σύστημα είναι γνωστό ως σύστημα Al-Azhar. Αποτελείται από έξι χρόνια πρωτοβάθμιας φάσης, ένα τριετές προπαρασκευαστικό στάδιο και, τέλος, τρία έτη δευτεροβάθμιας φάσης. Σε αυτό το σύστημα επίσης, υπάρχουν ξεχωριστά σχολεία για κορίτσια και αγόρια. Το εκπαιδευτικό σύστημα Al Azhar εποπτεύεται από το Ανώτατο Συμβούλιο του Ιδρύματος Al-Azhar. Το ίδιο το ίδρυμα Azhar είναι ονομαστικά ανεξάρτητο από το Υπουργείο Παιδείας, αλλά τελικά βρίσκεται υπό την εποπτεία του Αιγύπτιου πρωθυπουργού. Τα σχολεία Al Azhar ονομάζονται "Ινστιτούτα" και περιλαμβάνουν πρωτοβάθμιες, προπαρασκευαστικές και δευτεροβάθμιες φάσεις. Όλα τα σχολεία σε όλα τα στάδια διδάσκουν θρησκευτικά μαθήματα και μη θρησκευτικά μαθήματα. Το μεγαλύτερο μέρος του προγράμματος σπουδών, ωστόσο, αποτελείται από θρησκευτικά μαθήματα όπως περιγράφονται παρακάτω. Όλοι οι μαθητές είναι μουσουλμάνοι. Τα σχολεία Al-Azhar βρίσκονται σε όλη τη χώρα, ειδικά στις αγροτικές περιοχές. Οι απόφοιτοι των σχολείων δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης Al-Azhar μπορούν να συνεχίσουν τις σπουδές τους στο Πανεπιστήμιο Al-Azhar. Από το 2007 και το 2008, υπάρχουν 8272 σχολεία Al-Azhar στην Αίγυπτο. Στις αρχές της δεκαετίας του 2000, τα σχολεία Al-Azhar αντιπροσώπευαν λιγότερο από το 4% της συνολικής εγγραφής. Οι απόφοιτοι αυτού του συστήματος γίνονται αυτόματα δεκτοί στο Πανεπιστήμιο Al-Azhar. Το 2007, η προ-πανεπιστημιακή εγγραφή στα ινστιτούτα Al-Azhar είναι περίπου 1.906.290 φοιτητές.

[Σύστημα τριτοβάθμιας εκπαίδευσης]
Η Αίγυπτος έχει ένα πολύ εκτεταμένο σύστημα τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Περίπου το 30% όλων των Αιγυπτίων στη σχετική ηλικιακή ομάδα πηγαίνουν στο πανεπιστήμιο. Ωστόσο, μόνο οι μισοί από αυτούς αποφοιτούν.

Το Υπουργείο Ανώτατης Εκπαίδευσης εποπτεύει την τριτοβάθμια εκπαίδευση. Υπάρχουν πολλά πανεπιστήμια που εξυπηρετούν φοιτητές σε διάφορους τομείς. Στο σημερινό εκπαιδευτικό σύστημα, υπάρχουν 17 δημόσια πανεπιστήμια, 51 δημόσια μη πανεπιστημιακά ιδρύματα, 16 ιδιωτικά πανεπιστήμια και 89 ιδιωτικά ανώτατα ιδρύματα. Από τα 51 μη πανεπιστημιακά ιδρύματα, τα 47 είναι διετή μεσαία τεχνολογικά ινστιτούτα (MTI) και τέσσερα είναι 4–5 έτη ανώτερα τεχνικά ινστιτούτα».
Το 1990, ψηφίστηκε νομοθεσία για την παροχή μεγαλύτερης αυτονομίας στα πανεπιστήμια. Ωστόσο, η εκπαιδευτική υποδομή, ο εξοπλισμός και οι ανθρώπινοι πόροι δεν είναι σε θέση να καλύψουν τους αυξανόμενους φοιτητές τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Ωστόσο, δεν υπήρξε παρόμοια αύξηση των δαπανών για τη βελτίωση του συστήματος τριτοβάθμιας εκπαίδευσης όσον αφορά την εισαγωγή νέων προγραμμάτων και τεχνολογιών. Τόσο σε εθνικό επίπεδο (συστήματα επιθεώρησης, εξετάσεις) όσο και σε τοπικό επίπεδο (αξιολογήσεις μαθητών σε επίπεδο σχολείου) οι μετρήσεις της επιτυχίας των εκπαιδευτικών στρατηγικών και των επιδόσεων του συστήματος είναι περιορισμένες. Το σύστημα επιθεώρησης δεν παρέχει ούτε σταθερή τεχνική υποστήριξη στο προσωπικό των σχολείων, ούτε αποτελεσματικό μηχανισμό παρακολούθησης των σχολείων που αποτυγχάνουν. Το εξεταστικό σύστημα στο τέλος του προπαρασκευαστικού και δευτεροβάθμιου επιπέδου - Thanaweyya Amma, δεν μετρά δεξιότητες σκέψης υψηλότερης τάξης, αλλά επικεντρώνεται μάλλον στην απομνημόνευση. Οι βαθμολογίες μπορούν έτσι να αυξηθούν σημαντικά από τη συγκεκριμένη διδασκαλία των εξετάσεων, επομένως, οι μαθητές με περισσότερους πόρους μπορούν να αντέξουν οικονομικά την ιδιωτική διδασκαλία που τους βοηθά να σκοράρουν υψηλότερα στις εθνικές τυποποιημένες εξετάσεις και ως εκ τούτου γίνονται δεκτοί σε κορυφαία πανεπιστήμια της Αιγύπτου. Ως εκ τούτου, αυτή η ανταγωνιστική

διαδικασία επιλογής περιορίζει τις επιλογές και τα αποτελέσματα των πτυχίων των μαθητών, κάνοντας έτσι τους μαθητές να επιλέγουν προγράμματα και σταδιοδρομίες που δεν τους ενδιαφέρουν.

[Τα πέντε κορυφαία πανεπιστήμια στην Αίγυπτο]

Αμερικανικό Πανεπιστήμιο στο Κάιρο
Το Αμερικανικό Πανεπιστήμιο στο Κάιρο είναι ένα ιδιωτικό ερευνητικό πανεπιστήμιο το οποίο, όπως υποδηλώνει το όνομα, διεξάγει διδασκαλία στα αγγλικά. Προσφέρει προγράμματα σε μια προσέγγιση φιλελεύθερων τεχνών αμερικανικού τύπου και φιλοξενεί τη μεγαλύτερη συλλογή βιβλιοθήκης αγγλικής γλώσσας της Αιγύπτου. Συνολικά 6.453 φοιτητές είναι εγγεγραμμένοι σήμερα, προερχόμενοι από περισσότερες από 50 διαφορετικές χώρες. Το Αμερικανικό Πανεπιστήμιο στο Κάιρο εμφανίζεται στην QS World University Rankings by Subject στα κορυφαία 100 για μελέτες ανάπτυξης, στα 200 για σύγχρονες γλώσσες και αρχιτεκτονική και στα κορυφαία 300 για τις τέχνες και τις ανθρωπιστικές επιστήμες.

Επίσης κοντά στο Κάιρο βρίσκεται το Βρετανικό Πανεπιστήμιο στην Αίγυπτο, που βρίσκεται στο El-Shorouk, περίπου 50 χιλιόμετρα από το κέντρο του Καΐρου. Όπως και το Αμερικανικό Πανεπιστήμιο στο Κάιρο, παρέχει όλη τη διδασκαλία στα αγγλικά.

Πανεπιστήμιο του Καΐρου
Το Πανεπιστήμιο του Καΐρου είναι ένα από τα παλαιότερα πανεπιστήμια της Αιγύπτου, ιδρύθηκε το 1908, όταν ήταν γνωστό ως Αιγυπτιακό Πανεπιστήμιο. Το σημερινό του όνομα είναι κάπως παραπλανητικό, καθώς η κύρια πανεπιστημιούπολη του πανεπιστημίου βρίσκεται στην πραγματικότητα στη Γκίζα - περίπου 20 χιλιόμετρα νοτιοδυτικά του Καΐρου. Πανεπιστήμιο του Καΐρου εμφανίζεται στην κατάταξη ανά θέμα οκτώ φορές, με μια θέση στο παγκόσμιο top 50 για τη μηχανική πετρελαίου.

Πανεπιστήμιο Ain Shams
Το Πανεπιστήμιο Ain Shams βρίσκεται στο Κάιρο και ιδρύθηκε το 1950, καθιστώντας το το τρίτο παλαιότερο από τα πανεπιστήμια της Αιγύπτου. Είναι ένα μεγάλο ίδρυμα, που διδάσκει περίπου 180.000 φοιτητές σε 15 σχολές. Ο Ain Shams έχει βαθμολογηθεί με τρία από τα πέντε αστέρια στο πανεπιστημιακό σύστημα αξιολόγησης QS Stars, με βαθμολογία πέντε αστέρων για διδασκαλία και επίσης κατατάσσεται στα κορυφαία 400 πανεπιστήμια στον κόσμο για σπουδές ιατρικής.

Πανεπιστήμιο Αλεξάνδρειας
Το Πανεπιστήμιο της Αλεξάνδρειας ιδρύθηκε το 1938 ως πανεπιστημιούπολη του Πανεπιστημίου του Καΐρου, έγινε ξεχωριστό ίδρυμα το 1942 και μετονομάστηκε σε «Πανεπιστήμιο της Αλεξάνδρειας» το 1952. Από τότε επεκτάθηκε από επτά σε 22 σχολές και βρίσκεται στη διαδικασία απόκτησης πανεπιστημιούπολης υποκαταστήματος στην Juba του Σουδάν. Όπως και το Ain Shams, είναι ένα μεγάλο πανεπιστήμιο, με περίπου 152.305 εγγεγραμμένους φοιτητές.

Πανεπιστήμιο Mansoura
Το Πανεπιστήμιο Mansoura βρίσκεται στην πόλη Mansoura, στη μέση του Δέλτα του Νείλου. Το πανεπιστήμιο φημίζεται για τα εξειδικευμένα ιατρικά κέντρα του, τα οποία περιλαμβάνουν το μεγαλύτερο κέντρο νεφρολογίας στην Αφρική. Είναι ένα από τα μεγαλύτερα πανεπιστήμια της Αιγύπτου, με περίπου 100.000 φοιτητές εγγεγραμμένους σε 17 σχολές.

Πανεπιστήμιο Al-Azhar
Το Πανεπιστήμιο Al-Azhar, ένα από τα παλαιότερα πανεπιστήμια παγκοσμίως, έχει μια αξιοσημείωτη ιστορία που χρονολογείται από την ίδρυσή του το 970 μ.Χ. στο Κάιρο της Αιγύπτου. Αρχικά ιδρύθηκε ως «μεντρεσές», εξυπηρετούσε μαθητές από την πρωτοβάθμια έως την τριτοβάθμια εκπαίδευση. Το Πανεπιστήμιο Al-Azhar ήταν αρχικά γνωστό ως κέντρο ισλαμικής μάθησης και στη συνέχεια επέκτεινε

τους εκπαιδευτικούς του ορίζοντες για να συμπεριλάβει ένα σύγχρονο πρόγραμμα σπουδών, εξασφαλίζοντας τη διαρκή σημασία του.

Άλλα κορυφαία πανεπιστήμια στην Αίγυπτο είναι το Πανεπιστήμιο Assiut και το Πανεπιστήμιο Helwan.

Το διάσημο Technische Universität Berlin της Γερμανίας έχει επίσης ιδρύσει πρόσφατα το El Gouna International School ως πανεπιστημιούπολη υποκαταστήματος στην Αίγυπτο.

[Η εξέταση Thanaweya Amma]
Thanaweya Amma (αραβικά: ثانوية عامة) είναι μια σειρά τυποποιημένων εξετάσεων στην Αίγυπτο που οδηγούν στο Πιστοποιητικό Γενικής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης για δημόσια σχολεία δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης και χρησιμεύει ως εισαγωγική εξέταση για αιγυπτιακά δημόσια πανεπιστήμια.

Επισκόπηση
Στο τέλος του τελευταίου έτους της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, οι μαθητές συμμετέχουν σε περιεκτικές εξετάσεις για καθένα από τα πέντε βασικά μαθήματα που πήραν εκείνο το έτος. Το περιεχόμενο των εξετάσεων και η σχετική τους βαρύτητα στη βαθμολογία εξαρτάται από τη συγκέντρωση του προγράμματος σπουδών των μαθητών, είτε λογοτεχνία, επιστήμη ή επιστήμη / μαθηματικά.

Το Thanaweya Amma είναι μία από τις πολλές εξετάσεις που λαμβάνουν οι μαθητές δημόσιων σχολείων που εξυπηρετούν διπλό σκοπό πιστοποιητικού ολοκλήρωσης και εισαγωγικής εξέτασης, καθορίζοντας ποιες εκπαιδευτικές διαδρομές θα ακολουθήσουν οι μαθητές. Οι μαθητές στο τέλος του δημοτικού σχολείου κάθονται για την εξέταση qabuul, η οποία καθορίζει την εισαγωγή τους στο γενικό προπαρασκευαστικό σχολείο. Στο τέλος του προπαρασκευαστικού σχολείου, οι μαθητές κάθονται για την εξέταση Adaadiya Amma (Γενική Προετοιμασία) που χρησιμεύει ως πιστοποιητικό ολοκλήρωσης για το προπαρασκευαστικό σχολείο. Οι υψηλές βαθμολογίες εισάγουν μαθητές στο μάθημα της Γενικής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, ενώ οι χαμηλές βαθμολογίες θα παρακολουθούν τους μαθητές στην τεχνική ή επαγγελματική δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Περισσότεροι μαθητές εγγράφονται στην τεχνική σχολή από τη γενική δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Το 2005/6 περίπου το 38,7% των μαθητών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης ήταν στη γενική δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Η εξέταση Thanaweya Amma λαμβάνεται από μαθητές που έχουν ολοκληρώσει το τμήμα της Γενικής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης. Οι μαθητές που παρακολουθούνται σε επαγγελματικές ή τεχνικές σχολές δεν συμμετέχουν στις εξετάσεις και έχουν ελάχιστες πιθανότητες να φοιτήσουν στο πανεπιστήμιο.

Το Thanaweya Amma μπορεί επίσης να ληφθεί από μαθητές ιδιωτικών σχολείων σε σχολεία εθνικού προγράμματος σπουδών διαπιστευμένα από το Υπουργείο Παιδείας. Επιπλέον, τα ιδιωτικά σχολεία ξένων γλωσσών μπορούν να διδάξουν στους μαθητές το εθνικό πρόγραμμα σπουδών, αλλά με ορισμένα βασικά μαθήματα που διδάσκονται σε γλώσσες εκτός της αραβικής. Το Υπουργείο Παιδείας έχει μεταφράσει τις εξετάσεις για να φιλοξενήσουν.

Το τεστ Thanaweya Amma αποτελεί ένα κρίσιμο βήμα για πολλούς Αιγύπτιους να αποκτήσουν πρόσβαση σε πανεπιστημιακή εκπαίδευση και επακόλουθη απασχόληση. Η σημασία της επιδεινώθηκε από το γεγονός ότι η κοινωνική κινητικότητα εξαρτιόταν εν μέρει από τη βαθμολογία ενός μαθητή στις εξετάσεις. Ο Hargreaves υποστηρίζει ότι επειδή η εκπαίδευση δομήθηκε ως μέσο εθνικής ανάπτυξης και όχι απαραίτητα προσωπικό οικονομικό ή κοινωνικό όφελος, οι φοιτητές κατανεμήθηκαν στα πανεπιστήμια με βάση τις ανάγκες της κυβέρνησης.

Οι εκπαιδευτικές πολιτικές του Σαντάτ ενθάρρυναν επίσης την ανάπτυξη της ιδιωτικής εκπαίδευσης βάσει διδάκτρων. Αυτές οι πολιτικές συνεχίστηκαν μέσω της εποχής Μουμπάρακ, ειδικά στα τέλη της δεκαετίας του 1980 υπό τον υπουργό Παιδείας Fathi Sorour. Ως αποτέλεσμα, εκείνοι με τα μέσα μετανάστευσαν σε ένα παράλληλο ιδιωτικό σχολικό σύστημα που έγινε ο τροφοδότης για την εργασία του ιδιωτικού τομέα, ενώ η επιτυχία στο δημόσιο σχολείο και στην Thanaweya Amma παρέμεινε η απίστευτα σημαντική για την κοινωνική κινητικότητα εκείνων από τις χαμηλότερες τάξεις.

Μια δεύτερη πολιτική ήταν να μειωθεί το ποσοστό των μαθητών στο κομμάτι της Γενικής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, και ως εκ τούτου ο αριθμός των μαθητών που κάθονται για τις εξετάσεις Thanaweya Amma. Καθ 'όλη τη δεκαετία του 1980, η κυβέρνηση επέκτεινε τη δευτεροβάθμια τεχνική εκπαίδευση έτσι ώστε μέχρι το τέλος της δεκαετίας, το ποσοστό των μαθητών τεχνικής δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης ξεπέρασε αριθμητικά εκείνους της γενικής δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Αυτό εξακολουθεί να ισχύει και σήμερα. Έτσι, οι μαθητές απομακρύνονται από το πανεπιστήμιο νωρίτερα, στο τέλος του δημοτικού σχολείου.

Κριτική και διαμάχη

Η εξασφάλιση του περιεχομένου των εξετάσεων γίνεται θέμα κάθε χρόνο. Ο Hargreaves υποστηρίζει ότι η δομή και η σημασία των εξετάσεων Thanaweya Amma οδηγεί σε αυτό που ο Ronald Dore ονόμασε «ασθένεια διπλώματος», στην οποία «η επιλογή για την τριτοβάθμια εκπαίδευση και την απασχόληση γίνεται η κινητήρια δύναμη πίσω από τα σχολεία». Υποστηρίζει ότι οι αίθουσες διδασκαλίας στην Αίγυπτο προσανατολίζονται γύρω από την εξέταση και την απομνημόνευση από τα πρώτα επίπεδα. Κατά τη διάρκεια του τελευταίου έτους της σχολικής τους φοίτησης, οι μαθητές αντιμετωπίζουν τεράστιες πιέσεις χρόνου και εξετάσεων. Υποστηρίζει επίσης ότι η έκρηξη της ιδιαίτερης διδασκαλίας στην Αίγυπτο έχει να κάνει με την τεράστια σημασία που δίνεται στα αποτελέσματα των εξετάσεων.

Λίστα με τα μαθήματα που εξετάστηκαν το σχολικό έτος 2022-2023:

Γενική Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση

- Αραβικά
- Ισλαμική θρησκευτική εκπαίδευση
- Χριστιανική θρησκευτική εκπαίδευση
- Εθνική εκπαίδευση
- Στατιστική
- Οικονομία
- Αγγλικά
- Γαλλικά
- Γερμανική γλώσσα
- Ιταλική γλώσσα
- Ισπανικά
- Κινεζική γλώσσα

Λογοτεχνικό τμήμα

- Ιστορία
- Γεωγραφία
- Ψυχολογία και Κοινωνιολογία
- Φιλοσοφία και λογική

Επιστημονικό Τμήμα

- Φυσική
- Χημεία

Επιστημονικός Τομέας - Μαθηματικά

- Καθαρά Μαθηματικά (Άλγεβρα και Γεωμετρία)
- Λογισμός-Calculus
- δυναμική
- εφαρμοσμένα μαθηματικά (Μηχανική)

Επιστημονική δημοτικότητα - Επιστήμη

- Γεωλογία και Περιβαλλοντικές Επιστήμες
- Βιολογία

[Εξέταση Απολυτηρίου Γενικής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης - Επιστημονικό Τμήμα (Μαθηματικά) - Άλγεβρα και Γεωμετρία - Α' Κύκλος - Ακαδημαϊκό Έτος 2022/2023]

Ημερομηνία: 13/7/2023

Αγαπητοί μαθητές, διαβάστε προσεκτικά αυτές τις οδηγίες:

- Φροντίστε να γράψετε τα στοιχεία σας πλήρως και σωστά στο επάνω μέρος των δύο φύλλων απαντήσεων πριν ξεκινήσετε την εξέταση.
- Ο αριθμός των ερωτήσεων στο φυλλάδιο των εξετάσεων είναι (20), συμπεριλαμβανομένων (2) ερωτήσεων ανάπτυξης που απαντώνται στο φύλλο απαντήσεων που έχει καθοριστεί για αυτόν τον σκοπό.

πρώτα: αντικειμενικές ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής (κάθε ερώτηση παίρνει έναν βαθμό)

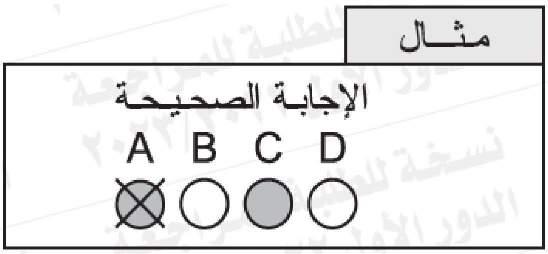
- Επιλέξτε μόνο μία απάντηση. Γιατί όταν επιλέγετε δύο ή περισσότερες απαντήσεις, χάνετε τη βαθμολογία της ερώτησης.

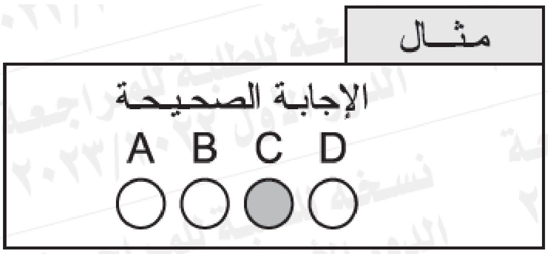
Οι απαντήσεις σε ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και ερωτήσεις προς ανάπτυξη στο φυλλάδιο ερωτήσεων δεν θεωρούνται έγκυρες.

- Ο αριθμός των σελίδων του φυλλαδίου των εξετάσεων είναι (28) σελίδες, εξαιρουμένου του εξωφύλλου.
- Ελέγξτε τη σειρά των ερωτήσεων και τον αριθμό των σελίδων στο φυλλάδιο των εξετάσεων, καθώς αυτό είναι δική σας ευθύνη.
- Διάρκεια εξέτασης (δύο ώρες).
- Διαβάστε προσεκτικά την ερώτηση και σκεφτείτε την καλά πριν αρχίσετε να την απαντάτε.

Χρησιμοποιήστε μόνο το μπλε στυλό όταν απαντάτε και μην γρατσουνίζετε ή χρησιμοποιείτε αφαίρεσης. Για την απάντησή σας στις ερωτήσεις, σκιάστε τους κύκλους με το σύμβολο που υποδεικνύει τη σωστή απάντηση. Συμπληρώστε την πλήρη απόχρωση για κάθε ερώτηση με ένα στεγνό στυλό.

Παράδειγμα: Όταν η σωστή απάντηση είναι (C), ο κύκλος κάτω από το σύμβολο (C) σκιάζεται. - Αν επιλέξετε λάθος μια απάντηση, κάντε ένα σημάδι (X) σε αυτήν με τη μορφή ουλής, στη συνέχεια φωνάξτε το σύμβολο που υποδεικνύει τη σωστή απάντηση και θα μετρηθεί, όπως στα δύο παρακάτω σχήματα:





Οι ερωτήσεις ανάπτυξης απαντώνται στο φύλλο απαντήσεων που ορίζεται για την απάντηση σε ερωτήσεις ανάπτυξης και στον καθορισμένο χώρο για κάθε ερώτηση.

- Προσέξτε να σκιάζετε την απάντησή σας εντός του πεδίου της απάντησης.
- Εάν λάβετε ένα φύλλο απαντήσεων που δεν είναι έγκυρο ή τυπωμένο με ασάφεια, ζητήστε ένα νέο φύλλο απαντήσεων από τον επόπτη.
- Βεβαιωνόμαστε ότι ο αριθμός ερώτησης στο φύλλο ερωτήσεων ειδήσεων ταιριάζει με τον ίδιο αριθμό στο φύλλο απαντήσεων.
- Επιτρέπεται η χρήση αριθμομηχανής.
- $\boldsymbol{i^2 = -1}$

1. Αν ο συζυγής του μιγαδικού αριθμού $\boldsymbol{z}$ είναι $\bar{\mathbf{z}} = -\mathbf{1} + \sqrt{\mathbf{3}}\mathbf{i}$, τότε η τριγωνομετρική μορφή του $\boldsymbol{z}$ είναι
   a. $\mathbf{4}\left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right)$
   b. $\mathbf{2}\left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right)$
   c. $\mathbf{2}\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$
   d. $\mathbf{4}\left(co\,s\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

Λύση

Έχω $\bar{\mathbf{z}} = -\mathbf{1} + \sqrt{\mathbf{3}}\mathbf{i} \Rightarrow \boldsymbol{z} = -\mathbf{1} - \sqrt{\mathbf{3}}\mathbf{i} = \mathbf{2}\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{i}\right) = \mathbf{2}\left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right)$ άρα b.

2. Αν αναπτύξουμε το $(\boldsymbol{x}^2 + \frac{1}{x})^{13}$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x, το άθροισμα των συντελεστών των δυο μεσαίων όρων είναι ίσο με…
   a. $^{13}\mathbf{C}_7$
   b. $^{14}\mathbf{C}_6$
   c. $^{14}\mathbf{C}_7$
   d. $^{13}\mathbf{C}_5$

Έχω $\left(\boldsymbol{x}^2 + \frac{1}{x}\right)^{13} = \sum_{k=0}^{13} \binom{13}{k}(\boldsymbol{x}^2)^{k}\left(\frac{1}{x}\right)^{13-k} = \sum_{k=0}^{13}\binom{13}{k}\boldsymbol{x}^{2k}\mathbf{x}^{k-13} = \sum_{k=0}^{13}\binom{13}{k}\mathbf{x}^{3k-13}$. Άρα οι δυο μεσαίοι όροι είναι για $\boldsymbol{k} = \mathbf{6}$ και $\boldsymbol{k} = \mathbf{7}$. Οπότε το ζητούμενο άθροισμα είναι $\binom{13}{6} + \binom{13}{7} = \binom{14}{7}$ άρα c

3. Αν $\begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{x} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{a} & \mathbf{4} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{3} & \mathbf{b} \\ \mathbf{4} & \mathbf{a} & \mathbf{0} \end{vmatrix}$ με $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^*, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^*$ τότε $\boldsymbol{x} = \pm\ldots$
   a. **4**
   b. **16**
   c. **8**
   d. 2

Λύση

Έχω $\begin{vmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{x} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \boldsymbol{x} \end{vmatrix} = \mathbf{3}\boldsymbol{x}^2$ και $\begin{vmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{a} & \mathbf{4} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{3} & \mathbf{b} \\ \mathbf{4} & \mathbf{a} & \mathbf{0} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{4} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{3} & \mathbf{b} \\ \mathbf{4} & \mathbf{a} & \mathbf{0} \end{vmatrix}$ =48. Άρα $\mathbf{3}\boldsymbol{x}^2 = \mathbf{48} \Leftrightarrow \boldsymbol{x}^2 = \mathbf{16} \Leftrightarrow \boldsymbol{x} = \pm\mathbf{4}$ άρα a

4. Αν $\boldsymbol{A}$ είναι ο πίνακας συντελεστών του γραμμικού συστήματος $\mathbf{3}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z} = \mathbf{5}, \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{z} = \mathbf{0}, \mathbf{4}\boldsymbol{x} + \mathbf{2}\boldsymbol{y} + \mathbf{2}\boldsymbol{z} = \mathbf{7}$ τότε η τάξη (rank) του πίνακα $\boldsymbol{A}$ ισούται με
   a. **1**
   b. **3**
   c. **2**
   d. **0**

Λύση

Έχω $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{4} & \mathbf{2} & \mathbf{2} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ άρα $\boldsymbol{rank}(\boldsymbol{A}) = \mathbf{2}$, άρα c

5. Αν τα δυο επίπεδα $\vec{\mathbf{r}}.(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\mathbf{m}) = \mathbf{5}$ και $\mathbf{m}\boldsymbol{x} + \mathbf{6y} - \mathbf{9z} = \mathbf{1}$ είναι παράλληλα, τότε $\boldsymbol{m} = \cdots$
   a. $-\mathbf{4}$
   b. $-\mathbf{3}$
   c. **4**
   d. **3**

Λύση

Στο επίπεδο $\mathbf{m}\boldsymbol{x} + \mathbf{6y} - \mathbf{9z} = \mathbf{1}$ το διάνυσμα $\vec{\mathbf{s}} = (\mathbf{m}, \mathbf{6}, -\mathbf{9})$ είναι κάθετο. Όμοια στο επίπεδο $\vec{\mathbf{r}}.(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\mathbf{m}) = \mathbf{5}$ το διάνυσμα $\vec{\mathbf{t}}.(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\mathbf{m})$ είναι κάθετο. Αφού τα δυο επίπεδα είναι παράλληλα, πρέπει και τα κάθετα σε αυτά αντίστοιχα διανύσματα να είναι παράλληλα. Άρα $\vec{\mathbf{s}}//\vec{\mathbf{t}}$ Άρα υπάρχει $\boldsymbol{\lambda} \neq \mathbf{0}$ τέτοιο ώστε $\vec{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\lambda}\vec{\mathbf{t}} \Leftrightarrow (\mathbf{m}, \mathbf{6}, -\mathbf{9}) = (\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{2}\boldsymbol{\lambda}, -\boldsymbol{\lambda}\mathbf{m}) \Leftrightarrow \boldsymbol{m} = \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{6} = \mathbf{2}\boldsymbol{\lambda}, -\mathbf{9} = -\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{m} \Leftrightarrow \boldsymbol{m} = \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{3}$ Άρα d.

6. Αν $\mathbf{1}, \boldsymbol{\omega}$ και $\boldsymbol{\omega}^2$ είναι οι κυβικές ρίζες της μονάδας, τότε $\left(\frac{a}{\omega} - \boldsymbol{a} + \boldsymbol{a}\boldsymbol{\omega}^7\right)^4 = \cdots$. όπου $\boldsymbol{a} \neq \mathbf{0}$
   a. $\mathbf{8\alpha^4}$
   b. $\mathbf{16\alpha^4}$
   c. $\mathbf{6\alpha^4}$
   d. $\mathbf{2\alpha^4}$

Λύση

Έχω $\left(\frac{a}{\omega} - a + a\omega^7\right)^4 = \left(\frac{a\omega^3}{\omega} - a + a\omega^6\omega\right)^4 = (a\omega^2 - a + a\omega)^4 = \alpha^4(\omega^2 - 1 + \omega)^4 = \alpha^4(-1-1)^4 = 16\alpha^4$

άρα b

7. Αν $\overset{n+2}{P_x} = (n^3 - 4n)(n^2 - 1)$, τότε το x ίσως να ισούται με …
   a. **5**
   b. **3**
   c. **2**
   d. **1**

Λύση

Έχω $(n^3 - 4n)(n^2 - 1) = n(n^2 - 4)(n^2 - 1) = n(n-2)(n+2)(n-1)(n+1) = (n-2)(n-1)n(n+1)(n+2) = \frac{(n+2)!}{(n-3)!} = \frac{(n+2)!}{(n+2-5)!}$ και $\overset{n+2}{P_x} = \frac{(n+2)!}{(n+2-x)!}$ Άρα a

8. Αν τα διανύσματα $\vec{A} = m\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, $\vec{B} = L\hat{j} + 5\hat{k}$ και $\vec{C} = n\hat{k}$ αντιπροσωπεύουν προσκείμενες ακμές ενός παραλληλεπιπέδου του οποίου ο όγκος είναι 40 κυβικές μονάδες, τότε $mLn = \pm\cdots$
   a. **10**
   b. **40**
   c. **20**
   d. **80**

Λύση

Έχω $V(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = |(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C})| = \left\|\begin{matrix} m & 3 & -2 \\ 0 & L & 5 \\ 0 & 0 & n \end{matrix}\right\| \Rightarrow 40 = |mLn| \Rightarrow mLn = \pm 40.$ Άρα b

9. Αν το $ABCD$ είναι παραλληλόγραμμο με $A(2,3,-1), B(0,5,3), C(-2,-3,1)$, τότε η διανυσματική εξίσωση της ευθείας $\overleftrightarrow{CD}$ είναι η
   a. $\vec{r} = (-2,-3,1) + t(-1,1,2)$
   b. $\vec{r} = (-2,-3,1) + t(2,3,-1)$
   c. $\vec{r} = (-2,-3,1) + t(0,5,3)$
   d. $\vec{r} = (-2,2,4) + t(-2,-3,1)$

Λύση

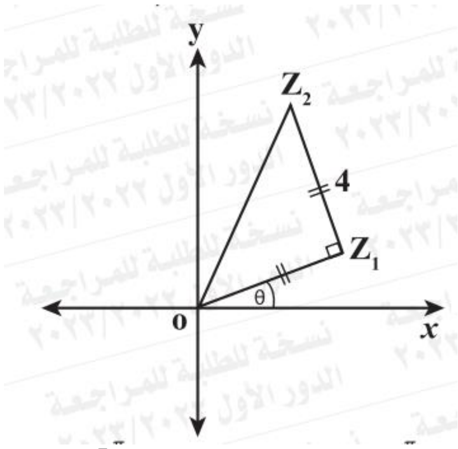
Έχω $\vec{r} = \overrightarrow{OC} + \lambda\overrightarrow{CD} = (-2,-3,1) + \lambda(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}), \lambda \in \mathbb{R}$ με $\overrightarrow{CA} = (2-(-2), 3-(-3), -1-1) = (4,6,-2)$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} = (-2-0, -3-5, 1-3) = (-2,-8,-2)$. Άρα $\vec{r} = (-2,-3,1) + \lambda((4,6,-2) + (-2,-8,-2)) = (-2,-3,1) + \lambda(2,-2,-4) = (-2,-3,1) \pm 2\lambda(-1,1,2)$ Θέτω $t = 2\lambda$ και έχω $\vec{r} = (-2,-3,1) + t(-1,1,2), t \in \mathbb{R}$ άρα a

10. Αν θ είναι η γωνία μεταξύ των δυο επιπέδων $\vec{r}.(2,-2,4) = 5$, $2x + y - 2z = 3$, τότε $\sin\theta =$…
   a. $-\frac{\sqrt{6}}{6}$
   b. $\frac{\sqrt{6}}{6}$
   c. $\frac{\sqrt{30}}{6}$
   d. $-\frac{\sqrt{30}}{6}$

Λύση

Στο επίπεδο $\vec{r}.(2,-2,4) = 5$, το διάνυσμα $\vec{s}(2,-2,4)$ είναι κάθετο. Όμοια στο επίπεδο $2x + y - 2z = 3$, το διάνυσμα $\vec{t}(2,1,-2)$ είναι κάθετο. Η γωνία των επιπέδων είναι ίση με την γωνία των δυο κάθετων διανυσμάτων. Άρα $\cos\theta = \cos(\widehat{\vec{s}, \vec{t}}) = \frac{\vec{s}\cdot\vec{t}}{|\vec{s}||\vec{t}|} = \frac{2\cdot 2 - 2\cdot 1 + 4\cdot(-2)}{\sqrt{2^2+(-2)^2+4^2}\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}} = \frac{-6}{\sqrt{24}\sqrt{9}} = \frac{-6}{2\sqrt{6}\cdot 3} = \frac{-1}{\sqrt{6}} \Rightarrow \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \Rightarrow \sin\theta = \pm\sqrt{\frac{5}{6}} = \pm\frac{\sqrt{30}}{6}$. Δεκτή η $\sin\theta = \frac{\sqrt{30}}{6}$, αφού η γωνία των επιπέδων ορίζεται η οξεία γωνία που σχηματίζουν και το ημίτονο οξείας είναι θετικό. Άρα c

11. Αν η διπλανή εικόνα δείχνει δυο μιγαδικούς αριθμούς $\boldsymbol{z_1}$ και $\boldsymbol{z_2}$ στο μιγαδικό επίπεδο, τότε $\frac{z_2}{z_1} = \cdots$

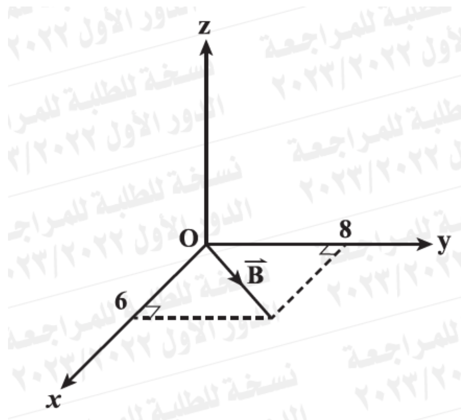


a. $\mathbf{4e^{-\frac{\pi}{4}i}}$
b. $\mathbf{\sqrt{2}e^{-\frac{\pi i}{4}}}$
c. $\mathbf{4e^{\frac{\pi}{4}i}}$
d. $\mathbf{\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}}$

Λύση

Έχω $\frac{z_2}{z_1} = \frac{|z_2|e^{\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)i}}{|z_1|e^{\theta i}} = \frac{|z_2|}{|z_1|}\frac{e^{\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)i}}{e^{\theta i}} = \frac{4\sqrt{2}}{4}\cdot e^{\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)i-\theta i} = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$. Άρα d

12. Αν η διπλανή εικόνα δείχνει το διάνυσμα $\vec{B}$ και $\vec{A} = (3,4,12)$, τότε $\|\overrightarrow{AB}\| = \cdots$ μονάδες μήκους.



a. **5**
b. **13**
c. **12**
d. **10**

Λύση

Έχω $\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\| = \|(6,8,0) - (3,4,12)\| = \|(3,4,-12)\| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-12)^2} = \sqrt{9+16+144} = \sqrt{169} = 13$. Άρα b

13. Αν ένα πολύγωνο έχει $\boldsymbol{n}$ πλευρές και ο αριθμός των διαγώνιων του είναι **740**, τότε ${}^{n}C_3 = \cdots$

a. **9880**
b. **8980**
c. **8890**
d. **9088**

Λύση

Έχω $740 = \frac{n(n-3)}{2} \Leftrightarrow n^2 - 3n - 1480 = 0 \Leftrightarrow (n-40)(n+37) = 0 \overset{n>2}{\Longrightarrow} n = 40$ άρα ${}^{n}C_3 = {}^{40}C_3 = \frac{40!}{(40-3)!3!} = \frac{40(39)(38)}{6} = 40(13)(19)$ =9880 Άρα a

14. Αν $Z = 4\left(\sin\frac{\pi}{6} - i\cos\frac{\pi}{6}\right)$, όπου $i^2 = -1$, τότε μία από τις τετραγωνικές ρίζες του $\boldsymbol{Z}$ είναι…

a. $\sqrt{3} + i$
b. $\sqrt{3} + 2i$
c. $\sqrt{3} - i$
d. $\sqrt{3} - 2i$

Λύση

Έχω $Z = 4\left(\sin\frac{\pi}{6} - i\cos\frac{\pi}{6}\right) = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 4e^{-\frac{\pi}{3}i}$, άρα μια τετραγωνική ρίζα είναι η $\sqrt{Z} = Z^{\frac{1}{2}} = \left(4e^{-\frac{\pi}{3}i}\right)^{\frac{1}{2}} = 2e^{-\frac{\pi}{6}i} = 2\left(\cos\frac{-\pi}{6} + i\sin\frac{-\pi}{6}\right) = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right) = \sqrt{3} - i$. Άρα c

15. Αν ο έβδομος όρος του αναπτύγματος της $\left(\frac{m}{x^2} - \frac{x^2}{m}\right)^{3n}$ κατά τις αύξουσες δυνάμεις του x είναι όρος χωρίς το x (όπου $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^+$), τότε η τιμή αυτού του όρου είναι ίση με…

a. -12

b. $\mathbf{924}$
c. $\boldsymbol{4m}$
d. $\mathbf{-924m^{12}}$

Λύση

Έχω $\left(\frac{\mathrm{m}}{x^2}-\frac{x^2}{\mathrm{m}}\right)^{\mathbf{3n}} = \sum_{k=0}^{3n}\binom{3n}{k}\left(\frac{\mathrm{m}}{x^2}\right)^{3n-k}\left(-\frac{x^2}{\mathrm{m}}\right)^{k} = \sum_{k=0}^{3n}\binom{3n}{k}\frac{m^{3n-k}}{m^k}\frac{x^{2k}}{x^{6n-2k}}(-\mathbf{1})^{k} =$

$\sum_{k=0}^{3n}(-\mathbf{1})^k\binom{3n}{k}m^{3n-2k}x^{4k-6n}$. Για τον όρο χωρίς το x έχω $\boldsymbol{6n-4k=0}$ και τον έβδομο όρο για $\boldsymbol{k=6}$ (αφού ο πρώτος όρος είναι για $\boldsymbol{n=0}$). Άρα $\boldsymbol{n=4}$. Άρα ο 7ος όρος είναι ο $(-\mathbf{1})^k\binom{3n}{k}m^{3n-2k} = (-\mathbf{1})^6\binom{12}{6}m^{12-12} = \binom{12}{6} = \mathbf{924}$. Άρα b

16. Αν $\boldsymbol{M}$ είναι το μέσο του $\boldsymbol{BC}$ όπου $\mathbf{A}(-\mathbf{2},\mathbf{0},\mathbf{3})$, $\mathbf{B}(\mathbf{1},\mathbf{0},\mathbf{6})$, $\mathbf{C}(\mathbf{5},\mathbf{4},\mathbf{2})$, τότε η εξίσωση της σφαίρας με κέντρο το $\boldsymbol{M}$ που περνά από το σημείο $\boldsymbol{A}$ είναι …

a. $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=\sqrt{30}$
b. $(x+2)^2+y^2+(z-3)^2=30$
c. $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=30$
d. $(x+2)^2+y^2+(z-3)^2=\sqrt{30}$

Λύση

Έχω $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)=\frac{1}{2}\left((1,0,6)+(5,4,2)\right)\frac{1}{2}(6,4,8)=(3,2,4)\Rightarrow M(3,2,4)$ και ακτίνα της σφαίρας $R=AM=\sqrt{\left(3-(-2)\right)^2+(2-0)^2+(4-3)^2}=\sqrt{25+4+1}=\sqrt{30}$. Άρα η εξίσωση της σφαίρας είναι $(x-3)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=30$ άρα c

17. Αν $\mathbf{T_{15}}$ είναι ο μεσαίος όρος του αναπτύγματος του $\left(a\sqrt{x}-\frac{1}{a\sqrt{x}}\right)^{n+3}$ κατά τις φθίνουσες δυνάμεις του x, τότε ο συντελεστής του $\mathbf{T_{16}}=\cdots$ όταν $\mathbf{a}=\frac{1}{2}$

a. $-4\times\ {}^{28}C_{13}$
b. $4\times\ {}^{28}C_{13}$
c. $-4\times\ {}^{26}C_{15}$
d. $4\times\ {}^{26}C_{15}$

Λύση

Ισχύει ότι στο ανάπτυγμα του $(X+a)^n$ ο όρος $T_{r+1}=\ {}^{n}C_rX^{n-r}a^r$
Για τον μεσαίο όρο του αναπτύγματος του $(\mathbf{x}+\mathbf{a})^{\mathbf{n}}$
(a) Αν n περιττός, τότε υπάρχουν δυο μεσαίοι όροι τάξεως $\frac{n+1}{2},\frac{n+3}{2}$
(b) Αν n άρτιος, τότε υπάρχει ένας μεσαίος όρος τάξεως $\frac{n+2}{2}$

Αφού έχω έναν μεσαίο όρο, ο n+3 είναι άρτιος και ο μεσαίος όρος του, $\mathbf{T_{15}}$, είναι τάξεως $\frac{n+3+2}{2}=15\Rightarrow n=25$. Άρα έχω $\left(a\sqrt{x}-\frac{1}{a\sqrt{x}}\right)^{n+3}=\sum_{k=0}^{n+3}\binom{n+3}{k}(a\sqrt{x})^{n+3-k}\left(-\frac{1}{a\sqrt{x}}\right)^k=\sum_{k=0}^{28}\binom{28}{k}(a\sqrt{x})^{28-k}\left(-\frac{1}{a\sqrt{x}}\right)^k=$ $\sum_{k=0}^{28}\binom{28}{k}(a)^{28-2k}(\sqrt{x})^{28-2k}(-1)^k$ με $\mathbf{T_{16}}=\binom{28}{15}(a)^{28-30}(-1)^{15}=-\binom{28}{15}(a)^{-2}=-\binom{28}{15}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=-4\binom{28}{15}=-4\binom{28}{13}$. Άρα a.

18. Η εξίσωση του επιπέδου που περιέχει την ευθεία με εξίσωση $x=y=\frac{1}{2}z$ και περνάει από το σημείο $A(1,2,3)$, είναι …

a. $\vec{\mathbf{r}}.(1,-1,-1)=0$
b. $x+2y+3z=0$
c. $x-y+z=0$
d. $\vec{\mathbf{r}}.(1,1,-1)=0$

Λύση

Δυο σημεία της ευθείας άρα και του επιπέδου είναι προφανώς τα $O(0,0,0)$ και $B(1,1,2)$. Ένα κάθετο στο επίπεδο διάνυσμα είναι το $\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 2\end{vmatrix}=(1,1,-1)$, το επίπεδο λοιπόν έχει εξίσωση της μορφής

$\boldsymbol{x+y-z+d=0}$ αλλά, αφού το $\boldsymbol{O(0,0,0)}$ είναι σημείο του επιπέδου, έχω $\boldsymbol{d=0}$, άρα το επίπεδο έχει εξίσωση $\boldsymbol{x+y-z=0}$ ή $\vec{\mathbf{r}}.\boldsymbol{(1,1,-1)=0}$ άρα d.

19. Αν ο πίνακας $\begin{pmatrix} -4 & 5 & -2 \\ -6 & -3 & -3 \\ -7 & -7 & 7 \end{pmatrix}$ είναι ο συμπαράγοντας του πίνακα Α, έτσι ώστε ο πίνακας Α είναι ο πίνακας συντελεστών ενός συστήματος εξισώσεων και $|\mathbf{A}|^2 = |\mathbf{Adj(A)}|, |\mathbf{A}| < \mathbf{0}$ βρείτε το σύνολο λύσεων της εξίσωσης πινάκων $\mathbf{A}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix}$

Λύση

Έχω $Adj(A) = \begin{pmatrix} -4 & 5 & -2 \\ -6 & -3 & -3 \\ -7 & -7 & 7 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 \\ 5 & -3 & -7 \\ -2 & -3 & 7 \end{pmatrix}$

$|Adj(A)| = \begin{vmatrix} -4 & -6 & -7 \\ 5 & -3 & -7 \\ -2 & -3 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -14 & 0 & 7 \\ 5 & -3 & -7 \\ -7 & 0 & 14 \end{vmatrix} = -3\begin{vmatrix} -14 & -7 \\ 7 & 14 \end{vmatrix} = -3(-196+49) = -3(-147) = 441$

$\xRightarrow{|A|^2=|Adj(A)|} |A|^2 = 21^2 \xRightarrow{|A|<0} |A| = -21 \neq 0$. Άρα ο πίνακας $\boldsymbol{A}$ αντιστρέφεται.

Έχω $\mathbf{A}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1}\begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix} = \frac{1}{|A|}adj(A)\begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix} = -\frac{1}{21}\begin{pmatrix} -4 & -6 & -7 \\ 5 & -3 & -7 \\ -2 & -3 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 12 \end{pmatrix} =$

$-\frac{1}{21}\begin{pmatrix} -36-90-84 \\ 45-45-84 \\ -18-45+84 \end{pmatrix} = -\frac{1}{21}\begin{pmatrix} -210 \\ -84 \\ 21 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}}$

20. Βρείτε το μήκος της καθέτου από το σημείο $\boldsymbol{B(5,-1,0)}$ στην ευθεία $\boldsymbol{L}$, της οποίας η εξίσωση είναι η $\vec{\mathbf{r}} = (\mathbf{5} \quad, \mathbf{-1} \quad, \mathbf{5}) + \mathrm{t}(\mathbf{2} \quad, \mathbf{2} \quad, \mathbf{1})$

Λύση

Έστω δυο σημεία $\boldsymbol{A, C}$ της ευθείας $\boldsymbol{L}$ για $\boldsymbol{t=0}$ και $\boldsymbol{t=1}$ αντίστοιχα. Άρα $\boldsymbol{A(5 \quad, -1 \quad, 5), C(7 \quad, 1 \quad, 6)}$

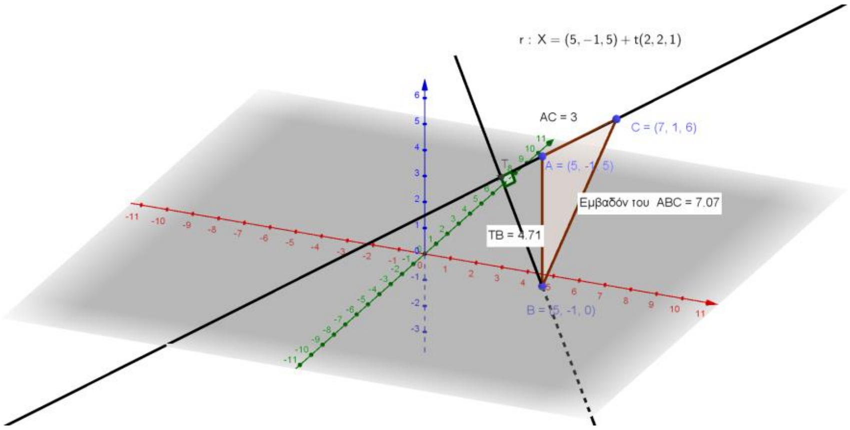
Έχω $\overrightarrow{\mathbf{AC}} = \big((7-5),(1-(-1)),(6-5)\big) = (2,2,1)$, $\overrightarrow{\mathbf{AB}} = \big((5-5),(-1-(-1)),(0-5)\big) = (0,0,-5)$

$\boldsymbol{AC} = \sqrt{2^2+2^2+1^2} = \sqrt{4+4+1} = 3$

Το εμβαδόν του τριγώνου

$\boldsymbol{ABC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{\mathbf{AB}} \times \overrightarrow{\mathbf{AC}}\| = \frac{1}{2}\left\|\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -5 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}\right\| = \frac{1}{2}|(10,-10,0)| = \frac{1}{2}\sqrt{10^2+(-10)^2+0^2} = 5\sqrt{2}$.

Η κάθετος από το σημείο $\boldsymbol{B}$ στην ευθεία $\boldsymbol{L}$ είναι το ύψος $\boldsymbol{\upsilon_B}$ στο τρίγωνο $\boldsymbol{ABC}$, άρα $\boldsymbol{\upsilon_B} = \frac{2(ABC)}{AC} = \boxed{\frac{10\sqrt{2}}{3}}$



2ος Τρόπος

Έχω όπως πριν $\overrightarrow{\mathbf{AB}} = (0,0,-5)$. Το $\boldsymbol{AT}$ είναι η προβολή του $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ στην ευθεία άρα και στο διάνυσμα της $\overrightarrow{\mathbf{AC}} = (\mathbf{2} \quad, \mathbf{2} \quad, \mathbf{1})$. Άρα $\boldsymbol{AT} = \frac{|\overrightarrow{\mathbf{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathbf{AC}}|}{|\overrightarrow{\mathbf{AC}}|} = \frac{|0-0-5|}{3} = \frac{5}{3}$. Από πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο $\boldsymbol{ATB}$ έχουμε $\boldsymbol{TB} = \sqrt{AB^2-AT^2} = \sqrt{25-\frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{200}{9}} = \boxed{\frac{10\sqrt{2}}{3}}$, όπως πριν.

[Εξέταση Απολυτηρίου Γενικής Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης - Επιστημονικό Τμήμα (Μαθηματικά) -
Θέμα: Λογισμός - Calculus - Α' Κύκλος - Ακαδημαϊκό Έτος 2022/2023]
Ημερομηνία: 9/7/2023
- Επιτρέπεται η χρήση αριθμομηχανής.

1. Αν $\mathbf{y=\csc 2x}$, τότε $\frac{dy}{dx}=\cdots$
   a. $\mathbf{2\csc^2 2x\cos 2x}$
   b. $\mathbf{-2\csc^2 2x\cos 2x}$
   c. $\mathbf{csc2x\ cot2x}$
   d. $\mathbf{-csc2x\ cot2x}$

Λύση
Έχω $\frac{dy}{dx}=-cot(2x)csc(2x)\cdot(2x)'=-2csc(2x)cot(2x)=-2csc(2x)\frac{cos(2x)}{sin(2x)}=-2csc^2(2x)cos(2x)$ άρα b

2. Αν $\mathbf{x^2-xy=0}$, τότε $\frac{dy}{dx}=\cdots$ στο σημείο $(\mathbf{1,1})$
   a. $\mathbf{-1}$
   b. $\mathbf{1}$
   c. $\mathbf{0}$
   d. $\mathbf{2}$

Λύση
Έχω για κάθε x ότι: $2x-y-x\frac{dy}{dx}=0$ άρα για $x=y=1$ έχω $2-1-\frac{dy}{dx}\Big|_{x=1}=0\Rightarrow\frac{dy}{dx}\Big|_{x=1}=1$ Άρα b

3. $\lim_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x})^{\frac{1}{2}x}=\cdots\cdots$
   a. $\boldsymbol{e}$
   b. $\boldsymbol{e^{\frac{5}{2}}}$
   c. $\mathbf{2}\boldsymbol{e}$
   d. $\mathbf{5}\boldsymbol{e}$

Λύση
Έχω $\lim_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x})^{\frac{1}{2}x}=\lim_{x\to\infty}(1+\frac{1}{\frac{x}{2}})^{\frac{x}{2}}$ Θέτω $u=\frac{x}{2}$ οπότε το όριο γίνεται $\lim_{u\to\infty}(1+\frac{1}{u})^u=e$. Άρα a

4. $\int\frac{1}{2x+e}\mathbf{d}x=\cdots\ldots\ldots+c$
   a. $\mathbf{2ln}\ |x+\mathbf{e}|$
   b. $\mathbf{2ln}|2x+\mathbf{e}|$
   c. $\frac{1}{2}\mathbf{ln}|x+\mathbf{e}|$
   d. $\frac{1}{2}ln|2x+e|$

Λύση
Θέτω $2x+e=u\Rightarrow 2dx=du$ Άρα $\int\frac{1}{2x+e}dx=\int\frac{1}{u}\frac{1}{2}du=\frac{1}{2}ln|u|+c=\frac{1}{2}ln|2x+e|+c$. Άρα d

5. $\int\mathbf{ln}\frac{1}{x}\mathbf{d}x=\cdots\cdots\cdots+\mathbf{c}$
   a. $x\left(1-\ln\frac{1}{x}\right)$
   b. $\frac{1}{x}\left(\ln\frac{1}{x}-1\right)$
   c. $x\left(1+\ln\frac{1}{x}\right)$
   d. $\frac{1}{x}\left(1+\ln\frac{1}{x}\right)$

Λύση
Έχω $\int\ln\frac{1}{x}dx=-\int\ln x\,dx=-\int x'\ln x\,dx=-xlnx+\int x(\ln x)'dx=-xlnx+\int x\frac{1}{x}dx=-xlnx+x+c=x(1-lnx)+c=x\left(1+ln\frac{1}{x}\right)+c$ άρα c

6. Αν $\mathbf{f(2x)=x^e}$, τότε $f'(2)=\cdots\cdots\cdots$
   a. $\frac{1}{2}\mathbf{e}$
   b. $\mathbf{2e}$
   c. $\mathbf{e}$

d. $\mathbf{e^2}$

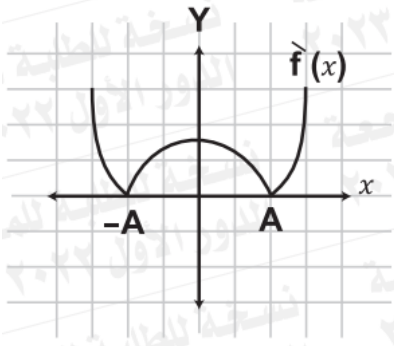
Λύση

Έχω $\mathbf{2f'(2x) = ex^{e-1}}$, οπότε για $\boldsymbol{x = 1}$ έχω $\mathbf{2f'(2) = e \Rightarrow f'(2) = \frac{e}{2}}$ άρα a

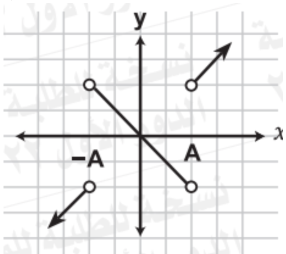
7. Αν το γράφημα της συνάρτησης $\boldsymbol{y = ae^{\frac{b}{x}}}$ έχει σημείο καμπής το $\mathbf{(1, 1)}$ όπου $\boldsymbol{a, b}$ σταθερές, τότε $\boldsymbol{ab} \in$
   a. $\mathbf{0, 2e^2}$
   b. $\mathbf{-2e^2}$
   c. $\mathbf{2e^2}$
   d. $\mathbf{0}$

Λύση

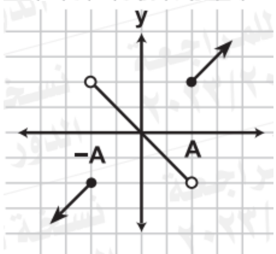
Έχω $\boldsymbol{y' = ae^{\frac{b}{x}}\left(\frac{b}{x}\right)' = -\frac{ab}{x^2}e^{\frac{b}{x}} = -\alpha bx^{-2}e^{\frac{b}{x}}}$ και $\boldsymbol{y'' = 2\alpha bx^{-3}e^{\frac{b}{x}} \pm \alpha bx^{-2}e^{\frac{b}{x}}\left(\frac{b}{x}\right)' = 2\alpha bx^{-3}e^{\frac{b}{x}} + \alpha b^2x^{-4}e^{\frac{b}{x}} = \alpha bx^{-4}e^{\frac{b}{x}}(2x + b)}$. Αφού έχει σημείο καμπής το $\mathbf{(1, 1)}$ θα έχουμε $\boldsymbol{y''(1) = 0 \Rightarrow \alpha be^{b}(2 + b) = 0 \Rightarrow b = -2}$. Έχω ακόμα ότι $\boldsymbol{y(1) = 1 \Rightarrow ae^{b} = 1 \Rightarrow ae^{-2} = 1 \Rightarrow a = e^2}$ Άρα $\boldsymbol{ab = -2e^2}$ άρα b.



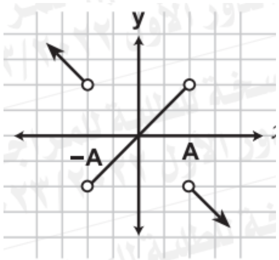
8. Αν το διπλανό γράφημα είναι αυτό της $\boldsymbol{f'(x)}$, τότε το γράφημα της $\boldsymbol{f''(x)}$ είναι:



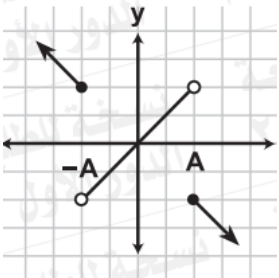
a.



b.



c.

d. 

Λύση

Στο διάστημα $(-\infty, -A)$ η f' είναι φθίνουσα άρα η $f'' < 0$, οπότε τα c,d απορρίπτονται. Στα σημεία $x = -A$ και $x = A$ η f' παρουσιάζει γωνιακά άρα η f'' εκεί δεν ορίζεται, συνεπώς a.

9.

Εάν η κλίση της κανονικής ευθείας προς την καμπύλη της συνάρτησης: $y = f(x)$ σε οποιοδήποτε σημείο (x, y) της καμπύλης ισούται με $(secxcscx)$ και η καμπύλη περνά από το σημείο $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{-1}{8}\right)$, τότε το σημείο τομής της καμπύλης με τον άξονα των y είναι το …

- **a.** $\left(0, \frac{-1}{4}\right)$
- **b.** $\left(0, \frac{1}{4}\right)$
- **c.** $\left(0, \frac{1}{2}\right)$
- **d.** $(0, 0)$

Λύση

Έχω $secxcscx = -\frac{1}{f'(x)} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{sec\,x\,csc\,x} = -cosxsinx = \frac{1}{2}(-sin^2x)' \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}sin^2x + c$. Αλλά $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{8} \Rightarrow -\frac{1}{2}sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + c = -\frac{1}{8} \Rightarrow c = 0$ Άρα $f(x) = -\frac{1}{2}sin^2x \Rightarrow f(0) = 0$. άρα d

10. Αν $\int_{-k}^{k} \sqrt{k + x}dx = \frac{2}{3}$,τότε $k = \cdots$

- a. 2
- **b.** $\frac{-1}{2}$
- **c.** $\frac{1}{2}$
- **d.** -1

Λύση

Έχω $\int_{-k}^{k} \sqrt{k + x}dx = \int_{-k}^{k} (k + x)^{\frac{1}{2}}dx = \left[\frac{2}{3}(k + x)^{\frac{3}{2}}\right]_{-k}^{k} = \frac{2}{3}(2k)^{\frac{3}{2}}$. Άρα $\frac{2}{3}(2k)^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow (2k)^{\frac{3}{2}} = 1 \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$ άρα c

11. Το γράφημα της καμπύλης $xy = e^x$ έχει ένα τοπικό ελάχιστο για $y = \cdots$

- **a.** $-e$
- **b.** e
- **c.** 1
- **d.** -1

Λύση

Έχω $y = x^{-1}e^x \Rightarrow y' = -x^{-2}e^x + x^{-1}e^x = x^{-2}e^x(-1 + x)$. Έχω στο τοπικό ελάχιστο ότι $y' = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = e$ Άρα b

12. Αν $\int_2^4 f(x)dx = n$ και $\int_4^2 g(x)dx = m$, τότε $\int_2^4 [f(x) - 2g(x) + 1]dx = \cdots$.

- **a.** $n - 2m + 2$
- **b.** $n - 2m + 1$
- **c.** $n + 2m + 1$
- **d.** $n + 2m + 2$

Λύση

Έχω $\int_2^4 [f(x) - 2g(x) + 1]dx = \int_2^4 f(x)dx - 2\int_2^4 g(x)dx + \int_2^4 dx = n + 2\int_4^2 g(x)dx + 2 = n + 2m + 2$. Άρα d

13. Η εξίσωση της εφαπτομένης στην καμπύλη $y = x + ln(cosx)$ σε ένα σημείο της καμπύλης με τετμημένη 0 είναι …

a. $y = x$
b. $y + x = 0$
c. $y = 0$
d. $x = 0$

Λύση

Έχω $y'(x) = 1 - \frac{sinx}{cos\,x} \Rightarrow y'(0) = 1$ και $y(0) = 0 + ln(cos0) = 0$ Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης είναι $y - y(0) = y'(0)(x - 0) \Rightarrow y = x$. Άρα a

14. Μια μεταλλική σφαίρα ακτίνας r cm μεγεθύνεται διατηρώντας το σχήμα της. Αν ο ρυθμός μεταβολής του όγκου της είναι $8r\frac{cm^3}{sec}$ κάποια στιγμή, τότε ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού της επιφάνειας της σφαίρας αυτήν την στιγμή είναι ίσος με …$\frac{cm^3}{sec}$

a. 16π
b. 8π
c. 16
d. 8

Λύση

Έχω $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ και $E = 4\pi r^2$. Άρα $\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2\frac{dr}{dt} \Rightarrow 8r = 4\pi r^2\frac{dr}{dt} \Rightarrow 2 = \pi r\frac{dr}{dt}$ και $\frac{dE}{dt} = 8\pi r\frac{dr}{dt} = 8 \cdot 2 = 16$. Άρα c

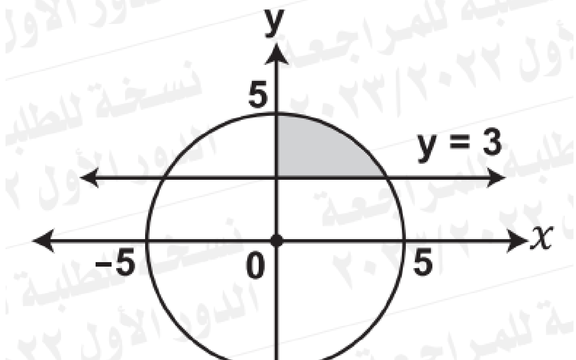
15. $\int \frac{2\cos^3 x - \cos x}{\sin x - 2\sin^3 x}\mathrm{d}x = \cdots \ldots \ldots . + c$

a. $ln|cotx|$
b. $ln|sinx|$
c. $-ln|cosx|$
d. $-ln|sinx|$

Λύση

Έχω $\int \frac{2\cos^3 x - \cos x}{\sin x - 2\sin^3 x}\mathrm{d}x = \int \frac{cosx(2\cos^2 x - 1)}{sinx(1 - 2\sin^2 x)}\mathrm{d}x = \int \frac{cosx\,cos2x}{sinx\,cos2x}\mathrm{d}x = \int \frac{cosx}{sinx}\mathrm{d}x = \int \frac{(sinx)'}{sinx}\mathrm{d}x = ln|sinx| + c$ Άρα b

16. Στο διπλανό σχήμα το κέντρο του κύκλου είναι η αρχή των αξόνων και η ακτίνα του κύκλου είναι **5** μονάδες μήκους. Ο όγκος του στερεού που προκύπτει από την περιστροφή της σκιασμένης περιοχής γύρω από τον άξονα x είναι ίσος με …. κυβικές μονάδες.



a. $\frac{128}{5}\pi$
b. $\frac{236}{3}\pi$
c. $\frac{236}{5}\pi$
d. $\frac{128}{3}\pi$

Λύση

Έχω για $y = 3, x > 0$ ότι $x = 4$ Άρα $V = \pi\int_0^4(f^2(x) - 3^2)dx = \pi\int_0^4(5^2 - x^2 - 3^2)dx = \pi\int_0^4(16 - x^2)dx = \pi\left[16x - \frac{x^3}{3}\right]_0^4 = \pi\left(64 - \frac{4^3}{3}\right) = \frac{128}{3}\pi$. άρα d

17. Αν η ευθεία $y = mx - a$ εφάπτεται στην καμπύλη $x^3 + y^2 = 5$ στο σημείο $(1, 2)$, τότε $m = \cdots$

a. $\frac{-3}{4}$
b. $\frac{3}{4}$
c. $\frac{4}{3}$
d. $\frac{-4}{3}$

Λύση

Έχω $3x^2 + 2yy' = 0$ Στο σημείο $(1, 2)$ έχω $y' = m$ άρα $3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 2m = 0 \Rightarrow m = \frac{-3}{4}$ Άρα a

18. Αν $f(x) = \frac{1}{x}\mathrm{e}^{|x|}$, τότε το τοπικό μέγιστο της συνάρτησης f είναι ίσο με …

a. 1
b. e
c. $-e$
d. -1

Λύση

Έχω $f(x)=\begin{cases} x^{-1}e^{x}, & x>0 \\ x^{-1}e^{-x}, & x<0 \end{cases} \Rightarrow f'(x)=\begin{cases} -x^{-2}e^{x}+x^{-1}e^{x}, & x>0 \\ -x^{-2}e^{-x}-x^{-1}e^{-x}, & x<0 \end{cases}=\begin{cases} x^{-2}e^{x}(-1+x), x>0 \\ x^{-2}e^{-x}(-1-x), x<0 \end{cases}$ με πίνακα μεταβολών τον ακόλουθο

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-1)=-e$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	$f(1)=e$	$\nearrow$	$+\infty$

Άρα c

19. Βρείτε την ολική ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=\sqrt[3]{(\boldsymbol{x}-\mathbf{8})^{2}}+\mathbf{1}$ όπου $\boldsymbol{x}\in[\mathbf{0},\mathbf{9}]$

Λύση

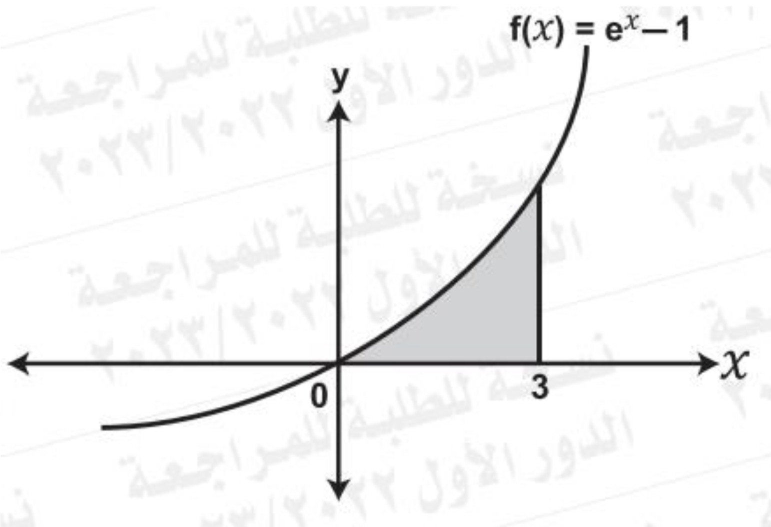
Έχω $f(x)=|x-8|^{\frac{2}{3}}+1=\begin{cases}(x-8)^{\frac{2}{3}}+1, & 8\le x\le 9 \\ (8-x)^{\frac{2}{3}}+1, & 0\le x<8\end{cases} \Rightarrow$

$f'^{(x)}=\begin{cases}\frac{2}{3}(x-8)^{-\frac{1}{3}}, & 8<x\le 9 \\ -\frac{2}{3}(8-x)^{-\frac{1}{3}}, & 0\le x<8\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'^{(x)}>0, 8<x\le 9 \\ f'^{(x)}<0, 0\le x<8 \end{cases}$ με πίνακα μεταβολών τον ακόλουθο.

x	0		8		9
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$f(0)=5$	$\searrow$	$f(8)=1$	$\nearrow$	$f(9)=2$

Άρα ολικό ελάχιστο η $\boxed{f(8)=1}$

20. Αν το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής είναι ίσο με $(\mathrm{a}^{3}-4)$ τετραγωνικές μονάδες, να βρείτε την τιμή του **a**

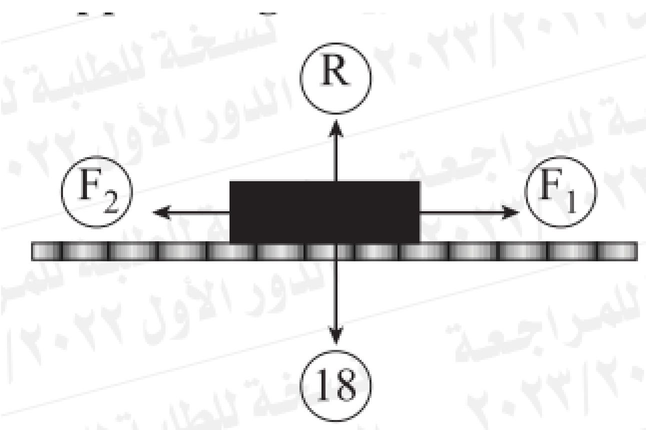


Λύση

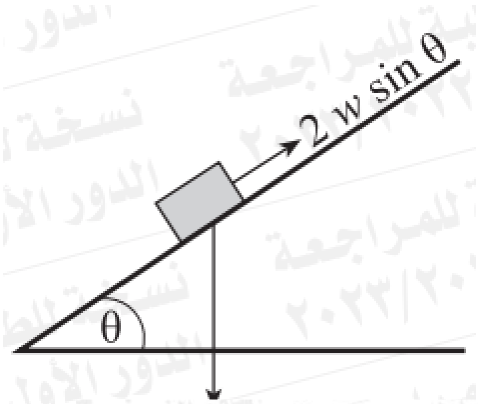
Έχω $E=\int_0^3 e^{x}-1\,dx=[e^{x}-x]_0^3=e^{3}-3-(e^{0}-0)=e^{3}-4 \Rightarrow \mathrm{a}^{3}-4=e^{3}-4 \Rightarrow \boxed{a=e}$

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε ενδεικτικές ερωτήσεις (χωρίς λύση) από το εξεταζόμενο μάθημα :
[Μαθηματικά-Μηχανική]
Ημερομηνία: 7/4/2023

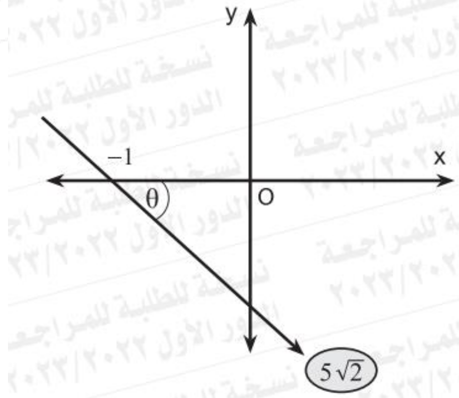
1. Στη διπλανή εικόνα ένα σώμα βάρους $\mathbf{18\,N}$ τοποθετείται σε ένα τραχύ οριζόντιο επίπεδο, Εάν δύο οριζόντιες δυνάμεις $\mathbf{F_1}$ newton, $\mathbf{F_2}$ newton, δρουν σε δύο αντίθετες κατευθύνσεις πάνω του και ο συντελεστής της στατικής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\frac{2}{3}$, τότε το μέτρο της $\mathbf{F_1}$ που κάνει το σώμα να κινηθεί στην κατεύθυνσή της είναι ίσο με ……..$\boldsymbol{N}$.



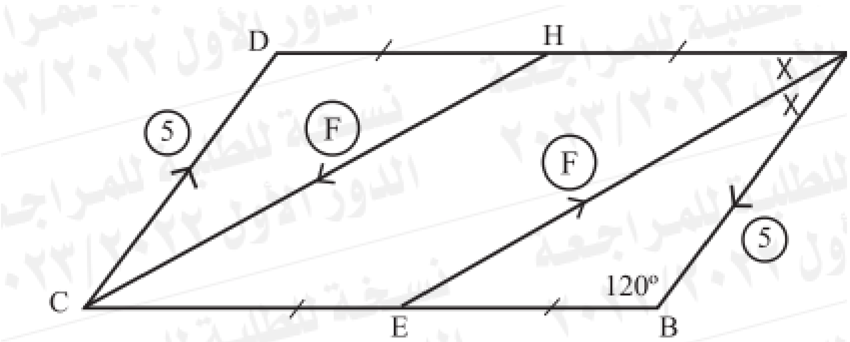
   e. $\mathbf{12F_2}$
   f. $\mathbf{F_2 + 12}$
   g. $\mathbf{F_2 - 12}$
   h. $\mathbf{2 + F_2}$
2. Στη διπλανή εικόνα ένα σώμα βάρους $(\boldsymbol{w})$ kg.wt τοποθετείται σε ένα τραχύ επίπεδο κεκλιμένο προς το οριζόντιο από μια γωνία μέτρησης $\boldsymbol{\theta}$. Αν το μέγεθος της δύναμης που κάνει το σώμα έτοιμο να κινηθεί προς τα πάνω προς την κατεύθυνση της γραμμής της μεγαλύτερης κλίσης του επιπέδου ισούται με $\mathbf{2\,\boldsymbol{w}\,\boldsymbol{sin\theta}}$ τότε το μέγεθος της προκύπτουσας αντίδρασης είναι ίσο με ….kg.wt.



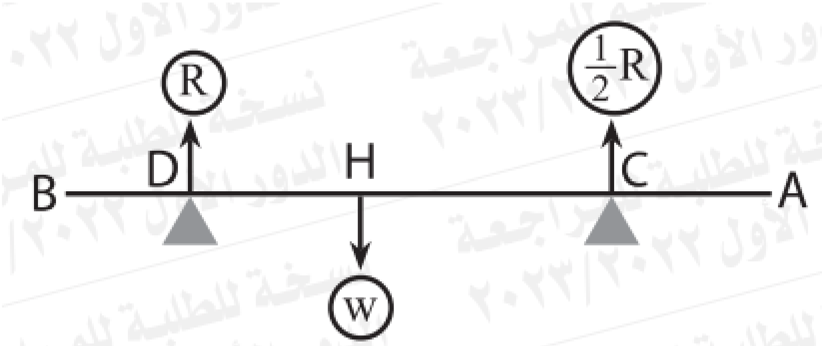
   a. $\boldsymbol{w\,sin\theta}$
   b. $\boldsymbol{w\cos\theta}$
   c. $\boldsymbol{w}$
   d. $\boldsymbol{w\tan\theta}$
3. Στη διπλανή εικόνα, εάν μια δύναμη μεγέθους $\mathbf{5\sqrt{2}}$ μονάδες δύναμης δρα στη γραμμή της οποίας η κλίση είναι $\mathbf{-1}$ και περνά μέσω του σημείου $(\mathbf{-1}\ ,\mathbf{0}\ )$ τότε το αλγεβρικό μέτρο της ροπής της δύναμης γύρω από την αρχή των αξόνων ισούται με ... μονάδες ροπής



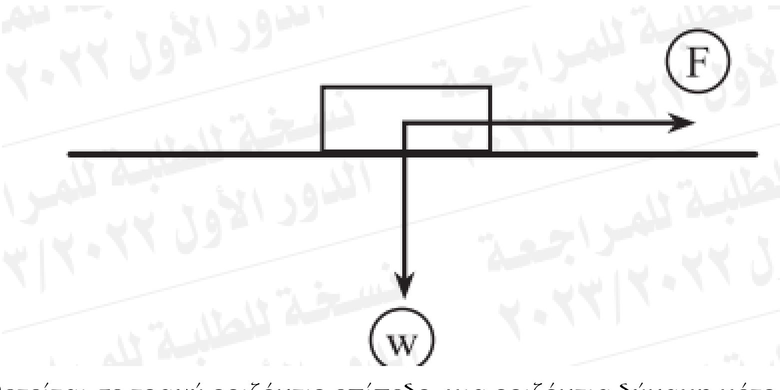
   e. $\mathbf{-5\sqrt{2}}$
   f. $\mathbf{5\sqrt{2}}$
   g. $\mathbf{-5}$
   h. $\mathbf{5}$
4. Αν οι δυνάμεις $\overrightarrow{\boldsymbol{F_1}} = \mathbf{3\hat{i} + \hat{j}}$, $\overrightarrow{\mathbf{F_2}} = \mathbf{2\hat{i} - 3\hat{j}}$ και $\overrightarrow{\mathbf{F_3}} = \mathbf{-5\hat{i} + 2\hat{j}}$ δρουν στα σημεία $\mathbf{A(1,2)}$, $\mathbf{B(2,-3)}$ και $\mathbf{C(3,-1)}$ αντίστοιχα, και το σύστημα είναι ισοδύναμο με ένα ζεύγος, τότε το διάνυσμα της ορμής του ζεύγους είναι ίσο με …
   e. $\mathbf{12\,\hat{\boldsymbol{k}}}$
   f. $\mathbf{6\,\hat{\boldsymbol{k}}}$
   g. $\mathbf{-4\,\hat{\boldsymbol{k}}}$
   h. $\mathbf{-12\,\hat{\boldsymbol{k}}}$



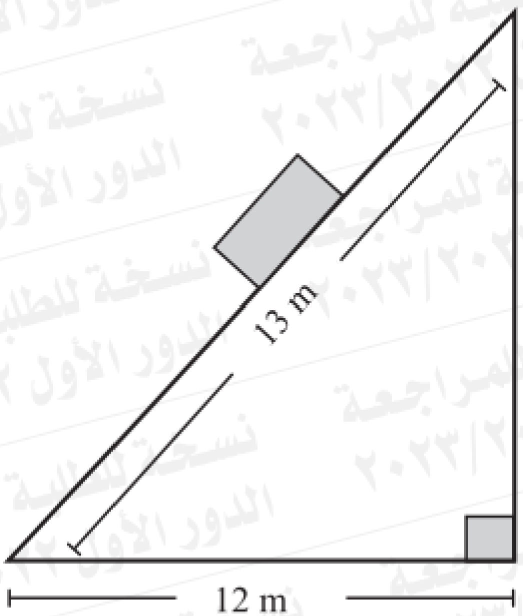
5. Στη διπλανή εικόνα $\boldsymbol{ABCD}$ είναι ένα παραλληλόγραμμο, $\overline{\mathbf{AE}}$ διχοτομεί την $\angle$A. Εάν οι δύο δυνάμεις μεγέθους 5 gm.wt , 5 gm.wt σχηματίζουν ένα ζευγάρι και βρίσκεται σε ισορροπία - με το ζευγάρι που σχηματίζεται από τις δύο δυνάμεις μεγεθών $\boldsymbol{F}$ και $\boldsymbol{F}$ gm.wt , τότε $\boldsymbol{F} = \cdots$ gm.wt
   - e. **10**
   - f. $\mathbf{10\sqrt{3}}$
   - g. **20**
   - h. $\mathbf{20\sqrt{3}}$



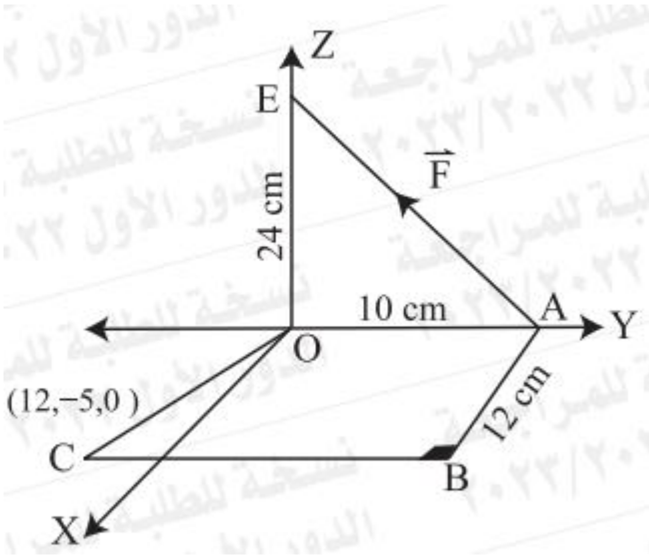
6. Στη διπλανή εικόνα το $\boldsymbol{AB}$ είναι μια μη ομογενής ράβδος βάρους $(\boldsymbol{w})\boldsymbol{kg.wt}$ και ισορροπεί οριζόντια σε δυο σημεία $\boldsymbol{C}$ και $\boldsymbol{D}$. Αν το μέτρο της κάθετης αντίδρασης στο $\boldsymbol{C}$ ισούται με το μισό του μέτρου της κάθετης αντίδρασης στο $\boldsymbol{D}$, τότε $\boldsymbol{CH}:\boldsymbol{HD} = \cdots$
   - e. $\mathbf{3:2}$
   - f. $\mathbf{1:1}$
   - g. $\mathbf{1:2}$
   - h. $\mathbf{2:1}$



7. Στη διπλανή εικόνα ένα σώμα βάρους (w) newton τοποθετείται σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο, μια οριζόντια δύναμη μέτρου F newton δρα στο σώμα για να το κινήσει. Αν το μέτρο της προκύπτουσας αντίδρασης είναι R=2F newton, τότε το μέτρο της γωνίας της τριβής είναι ίσο με….°
   - e. **60**
   - f. **45**
   - g. **30**
   - h. **75**

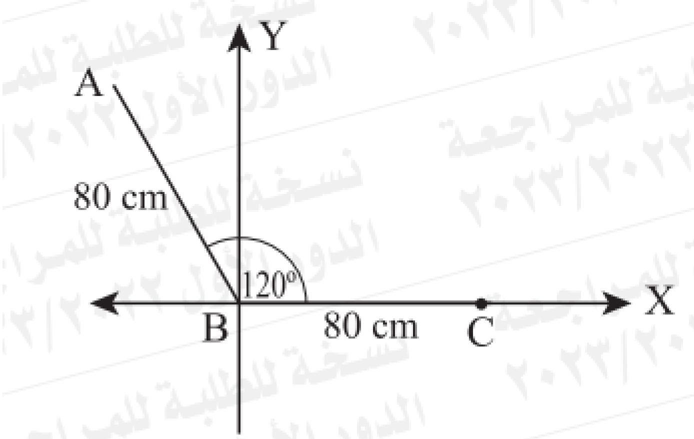


8. Στη διπλανή εικόνα αν το σώμα κινηθεί προς τα κάτω, τότε ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του επιπέδου και του σώματος είναι …
   - **e.** $\frac{5}{12}$
   - **f.** $\frac{5}{13}$
   - **g.** $\frac{12}{13}$
   - **h.** $\frac{13}{12}$



9. Στη διπλανή εικόνα $\boldsymbol{ABCO}$ είναι ένα τραπέζιο, , $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{90°}$. Αν μία δύναμη $\vec{\boldsymbol{F}}$ δρα κατά μήκος της $\overrightarrow{\boldsymbol{AE}}$ όπου $\|\vec{\boldsymbol{F}}\| = \mathbf{13}$ kg.wt, τότε η ροπή της δύναμης $\vec{\boldsymbol{F}}$ ως προς το σημείο $\boldsymbol{C}(\mathbf{12}, -\mathbf{5}, \mathbf{0}) = \cdots$
   - **e.** $\mathbf{180\hat{i} + 144\hat{j} + 60\hat{k}}$
   - **f.** $\mathbf{180\hat{i} + 140\hat{j} - 60\hat{k}}$
   - **g.** $\mathbf{-180\hat{i} - 144\hat{j} + 60\hat{k}}$
   - **h.** $\mathbf{180\hat{i} - 144}\hat{\boldsymbol{j}} - \mathbf{60}\hat{\boldsymbol{k}}$

10. Αν οι συνεπίπεδες δυνάμεις $\overrightarrow{\boldsymbol{F_1}} = \mathbf{2\hat{i} - 3\hat{j}}, \overrightarrow{\boldsymbol{F_2}} = -\mathbf{6}\hat{\boldsymbol{\imath}} + \mathbf{9}\hat{\boldsymbol{\jmath}}, \overrightarrow{\boldsymbol{F_3}} = \mathbf{6}\hat{\boldsymbol{\imath}} - \mathbf{9}\hat{\boldsymbol{\jmath}}$ δρουν στα σημεία $\mathbf{A(1,2)}, \mathbf{B(2,4)}$ και $\mathbf{C(-3,-6)}$ αντίστοιχα, τότε το διάνυσμα ροπής της συνισταμένης τους στο σημείο $\boldsymbol{D}(-\mathbf{1}, \mathbf{0})$ είναι ίσο με…
   - e. $\mathbf{59\hat{k}}$
   - f. $\mathbf{95\hat{k}}$
   - g. $\mathbf{-95\hat{k}}$
   - h. $\mathbf{-59\hat{k}}$



11. Στη διπλανή εικόνα $\boldsymbol{ABC}$ είναι ένα ομοιόμορφο καλώδιο με $\boldsymbol{AB = BC = 80\ cm}$. Αν το καλώδιο λυγίσει κατά γωνία $\boldsymbol{120°}$ (όπως φαίνεται στο σχήμα) τότε οι συντεταγμένες του κέντρου βαρύτητας του λυγισμένου καλωδίου ως προς τους άξονες συντεταγμένων είναι …

e. $\left(\boldsymbol{10, 10\sqrt{3}}\right)$
f. $\left(\boldsymbol{40, 40\sqrt{3}}\right)$
g. $\left(\boldsymbol{20\sqrt{3}, 20}\right)$
h. $\left(\boldsymbol{10\sqrt{2}, 10}\right)$

[Πηγές]

Αίγυπτος - Βικιπαίδεια (wikipedia.org)

https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/PSYCH138/%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B5%CF%82/%CE%9C%CE%B5%CF%84%CE%B1%CE%BD%CE%AC%CF%83%CF%84%CE%B5%CF%82%20%CF%83%CF%84%CE%B7%CE%BD%20%CE%95%CE%BB%CE%BB%CE%AC%CE%B4%CE%B1/%CE%91%CE%AF%CE%B3%CF%85%CF%80%CF%84%CE%BF%CF%82.pdf

https://en.wikipedia.org/wiki/Education_in_Egypt

Σπουδές στην Αίγυπτο | Κορυφαία πανεπιστήμια (topuniversities.com)

Thanaweya Amma - Βικιπαίδεια (wikipedia.org)

https://moe.gov.eg/en/exam-model2022-2023/

مفاهيم شعبة علمى رياضة- الصف الثالث الثانوي (moe.gov.eg) Ύλη στα μαθηματικά