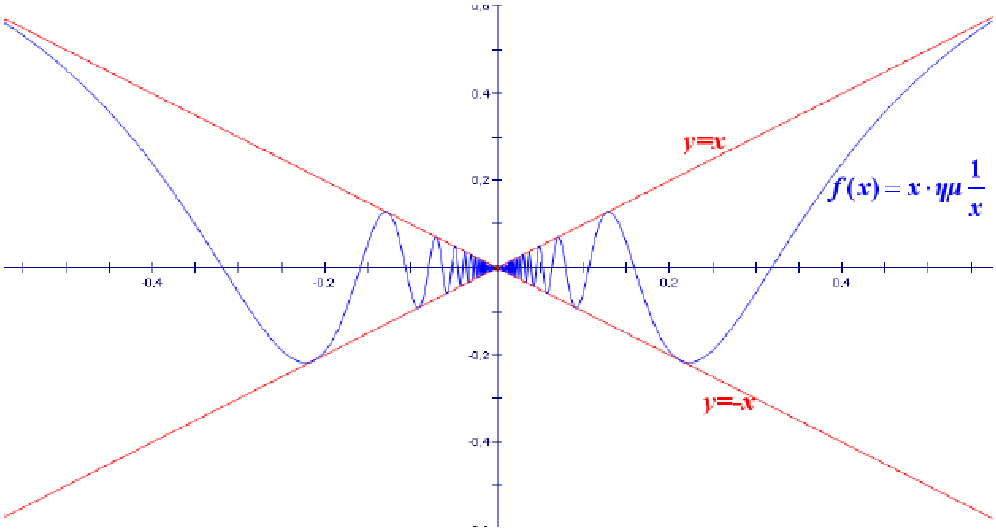
Μερικές διευκρινίσεις για τις γραφικές παραστάσεις

Η ύπαρξη του ορίου δεν συνεπάγεται μονοτονία, ούτε και τοπική μονοτονία.

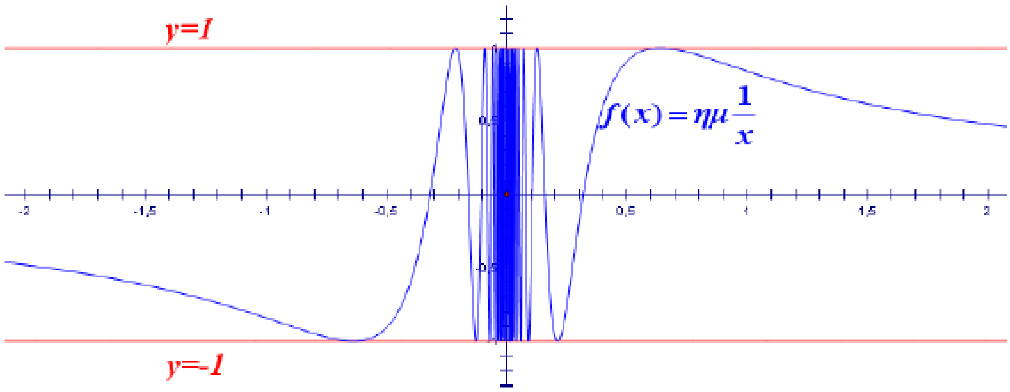
$$f(x) = x \cdot \eta\mu \frac{1}{x}$$



- Αν υπάρχει το όριο μιας συνάρτησης σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της τότε η συνάρτηση είναι μονότονη κοντά στο x_0. [Λ]
- Αν υπάρχει το (αριστερό) όριο μιας συνάρτησης σε ένα σημείο x_0 τότε η συνάρτηση είναι μονότονη σε ένα διάστημα της μορφής (α, x_0). [Λ]

Τα πλευρικά όρια δεν υπάρχουν πάντα

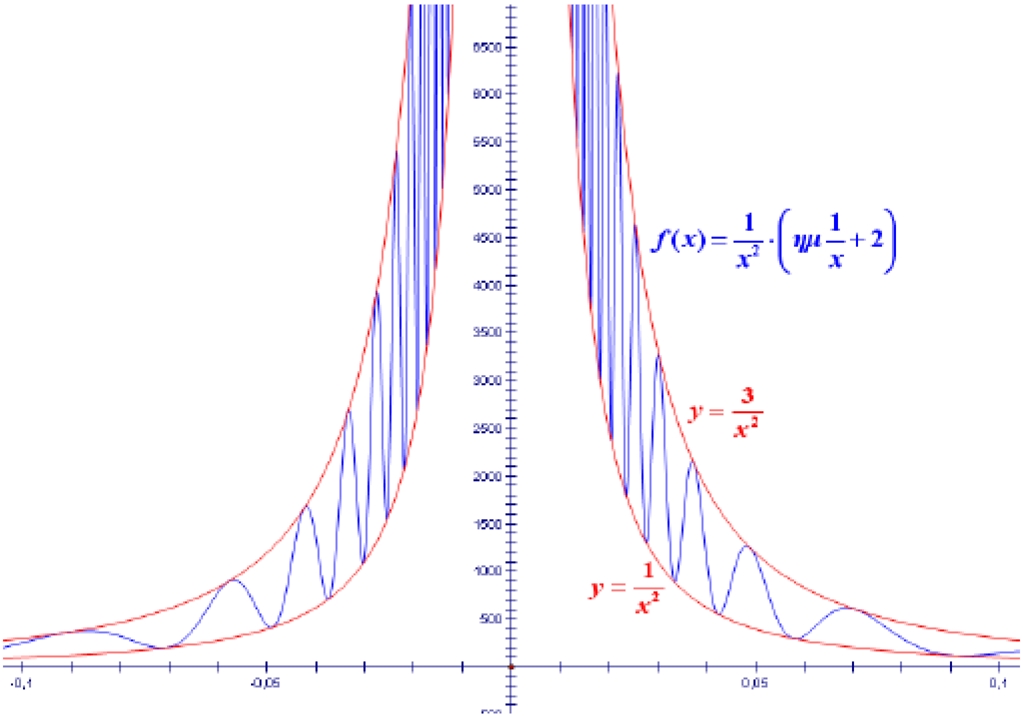
$$f(x) = \eta\mu \frac{1}{x}$$



- Αν μία συνάρτηση f ορίζεται κοντά στο x_0, τότε τα πλευρικά όρια της f στο x_0 δεν υπάρχουν πάντα. [Σ]
- Αν μία συνάρτηση f ορίζεται σε ένα διάστημα της μορφής (α, x_0), τότε το αριστερό όριο της f στο x_0 υπάρχει πάντα. [Λ]
- Αν μία συνάρτηση f ορίζεται κοντά στο x_0 και δεν υπάρχει το όριο f στο x_0 τότε τα πλευρικά όρια της f στο x_0 υπάρχουν αλλά δεν είναι ίσα. [Λ]

Η ύπαρξη μη πεπερασμένου ορίου δεν συνεπάγεται μονοτονία

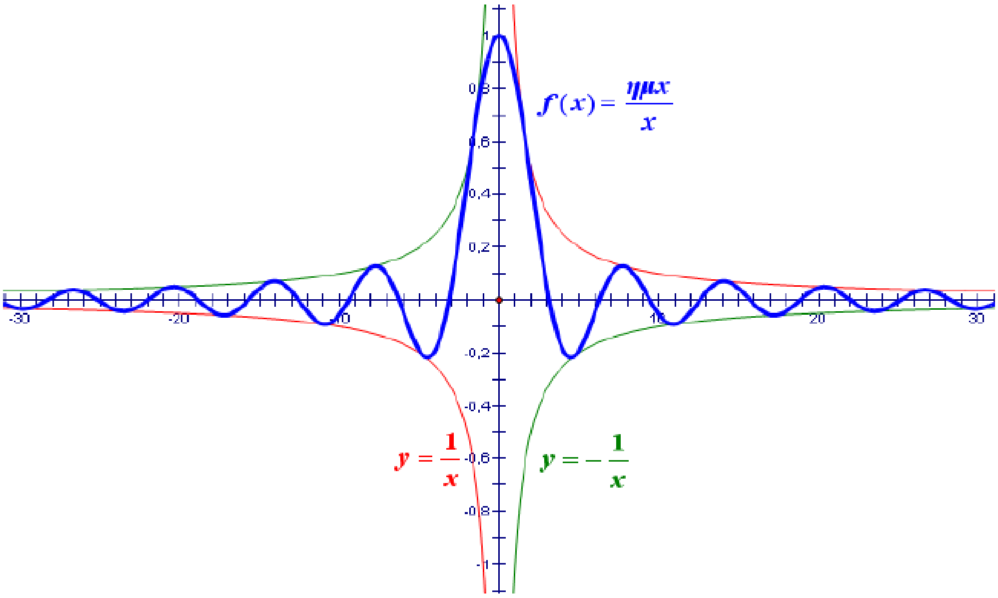
$$\lim_{x \to 2} \frac{1}{x^2} \cdot \left(\eta\mu \frac{1}{x} + 2 \right)$$



- Αν μία συνάρτηση f ορίζεται κοντά στο x_0 και το αριστερό της όριο στο x_0 είναι $+\infty$ τότε η f είναι αύξουσα σε ένα διάστημα της μορφής (α, x_0). [Λ]

Η ύπαρξη ορίου στο άπειρο δεν συνεπάγεται μονοτονία

$$f(x) = \frac{\eta\mu x}{x}$$



- Αν μία συνάρτηση f ορίζεται κοντά στο $+\infty$ και το όριό της, όταν το x τείνει στο $+\infty$, είναι $-\infty$ τότε η f είναι φθίνουσα σε ένα διάστημα της μορφής (α, $+\infty$). [Λ]

- Αν υπάρχει το όριο μιας συνάρτησης f, όταν το x τείνει στο $+\infty$, τότε η f είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα της μορφής (α, $+\infty$). [Λ]

Δεν υπάρχει πάντα το όριο στο άπειρο
π.χ. f(x)=ημx

Αν μία συνάρτηση f ορίζεται κοντά στο $+\infty$, τότε το όριό της όταν το x τείνει στο $+\infty$, υπάρχει πάντα και είναι πραγματικός αριθμός ή $\pm\infty$. [Λ]
Αν μία συνάρτηση f ορίζεται σε ένα διάστημα της μορφής (α, $+\infty$), δεν υπάρχει πάντα το όριό της στο $+\infty$. [Σ]

Η διακοπή της γραφικής παράστασης δεν σημαίνει ότι η συνάρτηση δεν είναι συνεχής

- Αν η γραφική της παράσταση μιας συνάρτησης διακόπτεται τότε η συνάρτηση δεν είναι συνεχής. [Λ]

π.χ. f(x)=1/x (διακόπτεται στο 0 αλλά το 0 είναι εκτός πεδίου ορισμού).

Ανακατασκευή της έννοιας της εφαπτομένης που υπάρχει από την εφαπτομένη κύκλου

- Η εφαπτομένη ε της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, έχει ένα μόνον κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση της f. [Λ]

π.χ. μια δικλαδική που η εφαπτόμενη σε ένα σημείο του ενός κλάδου της τέμνει τον άλλο κλάδο της ή η εφαπτόμενη της ημx στο π/3.

- Η εφαπτομένη ε της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αφήνει τη γραφική παράσταση της f προς το ίδιο μέρος (ημιεπίπεδο) της ε. [Λ]

π.χ. η $f(x)=x^3$ στο O(0,0) καθώς και κάθε εφαπτόμενη μιας συνάρτησης σε σημείο καμπής, διαπερνά τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

- Η εφαπτομένη ε της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, μπορεί να συμπίπτει κατά ένα μέρος με τη γραφική παράσταση της f. [Σ]

π.χ. $g(x)=\begin{cases} x^2, & αν\ x \le 0 \\ 0, & αν\ x > 0 \end{cases}$ στο σημείο O,

- Η εφαπτομένη ε της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, μπορεί να συμπίπτει με τη γραφική παράσταση της f. [Σ]

π.χ. η εφαπτόμενη κάθε ευθείας σε οποιοδήποτε σημείο της