

**Τράπεζα
θεμάτων Α'
Λυκείου –
Γεωμετρία
κεφάλαιο 5^ο**

57 θέματα - 3/6/2022

Θέμα 11896 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

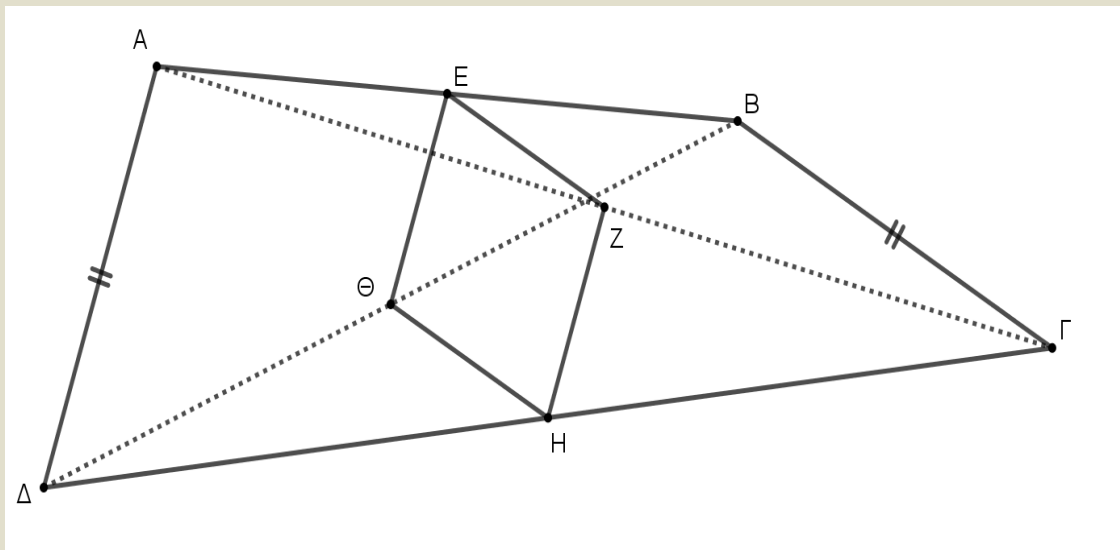
ΘΕΜΑ 3

Στο τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ του σχήματος ισχύει ότι $ΑΔ = ΒΓ$ και τα σημεία $Ε, Ζ, Η$ και $Θ$ είναι τα μέσα των ευθύγραμμων τμημάτων $ΑΒ, ΑΓ, ΓΔ$ και $ΒΔ$ αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι:

α. $ΕΖ // ΗΘ$ Μονάδες 15

β. Το τετράπλευρο $ΕΖΗΘ$ είναι ρόμβος. Μονάδες 10



Θέμα 11897 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ και η διάμεσος του $ΑΜ$. Στην προέκταση της $ΑΓ$ προς το $Γ$ παίρνουμε τμήμα $ΓΔ = ΑΓ$. Από το $Δ$ φέρνουμε παράλληλη προς την $ΑΜ$ που τέμνει την προέκταση της $ΒΓ$ στο $Ε$. Να αποδείξετε ότι:

α) $ΜΓ = ΓΕ$. (Μονάδες 9)

β) Το τετράπλευρο $ΑΜΔΕ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)

γ) $\widehat{B} + \widehat{B\hat{A}M} = \widehat{Γ\hat{E}Δ}$. (Μονάδες 9)

Θέμα 12068 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και M το μέσο της υποτεινούσας του $ΒΓ$. Από το M φέρουμε $M\Delta \perp AB$ και προεκτείνουμε κατά ίσο τμήμα ΔZ .

α) Να αποδείξετε ότι:

1. Το τρίγωνο MBZ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
2. Το τετράπλευρο $AMBZ$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 9)

β) Αν το αρχικό τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, τι είδους τετράπλευρο είναι το $AMBZ$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

Θέμα 12165 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ με $\hat{A} = 120^\circ$ και η διχοτόμος της γωνίας Δ που τέμνει την $ΑΒ$ στο μέσο της $Ε$.

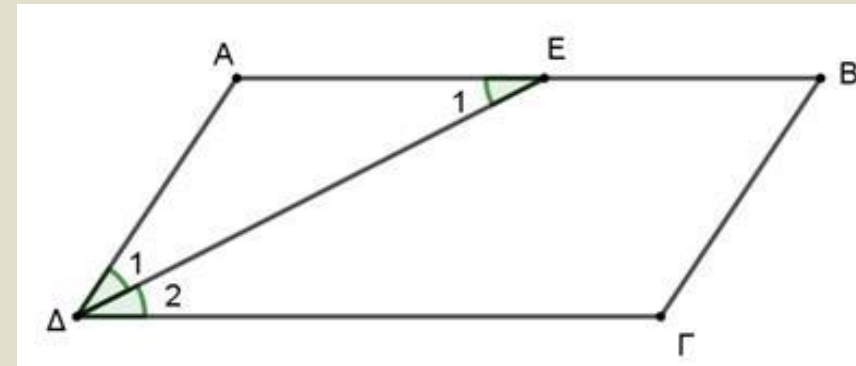
α) Να αποδείξετε ότι $ΑΒ = 2ΑΔ$. (Μονάδες 6)

β) Αν το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από το σημείο $Ε$ στην $ΓΔ$ την τέμνει στο $Η$, τότε να αποδείξετε ότι $\frac{ΔΕ}{ΗΕ} = 2$. (Μονάδες 7)

γ) Αν $Μ$ το μέσο της $ΓΔ$, τότε να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΜΑΔ$ είναι ισόπλευρο.

(Μονάδες 6)

δ) Να αποδείξετε ότι $\Delta\hat{A}\Gamma = 90^\circ$. (Μονάδες 6)



Θέμα 12418 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ ($ΑΒ//ΓΔ$) με $ΑΒ > ΓΔ$. Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τραπέζιου $ΑΒΓΔ$ ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΕ$ με βάση $ΑΒ$. Αν $Μ$ είναι το μέσο της βάσης $ΓΔ$, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $ΑΕΔ$ και $ΒΕΓ$ είναι ίσα. (Μονάδες 11)

β) Η διάμεσος $ΕΜ$ του τριγώνου $ΕΔΓ$ είναι διχοτόμος της γωνίας $Α\hat{E}Β$.
(Μονάδες 14)

Θέμα 12639 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

Θέμα 2

Από το μέσο M της διαμέσου AD τριγώνου $AB\Gamma$, φέρουμε παράλληλη στην AB που τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E . Αν η παράλληλη από το Δ στην AB τέμνει την $A\Gamma$ στο Z , να αποδείξετε ότι:

α) το Z είναι μέσο της $A\Gamma$. (Μονάδες 10)

β) το AE ισούται με το $\frac{1}{4}$ του $A\Gamma$. (Μονάδες 15)

Θέμα 13497 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

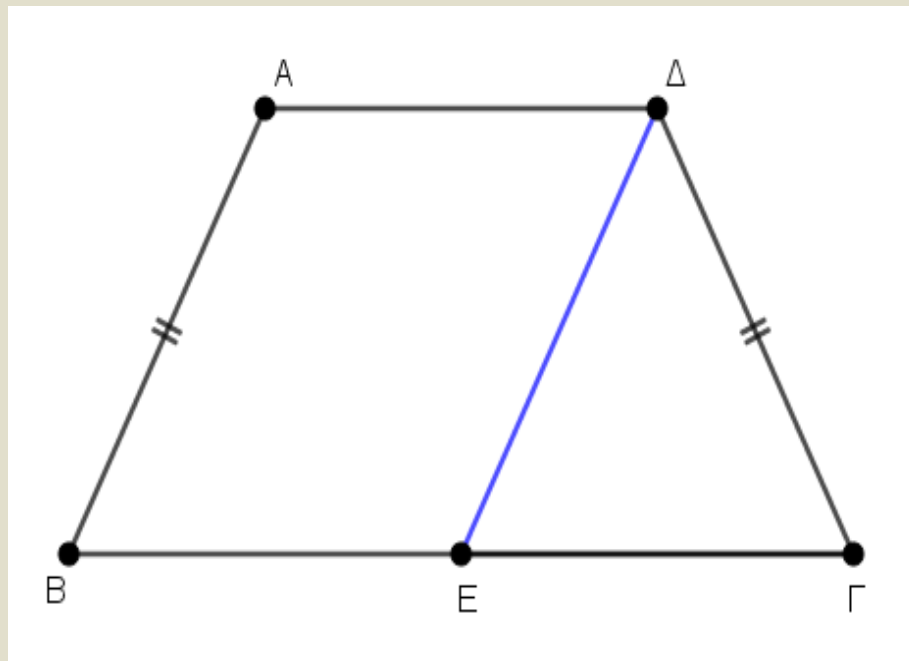
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ABΓΔ ($AD \parallel BG$) με $BΓ > ΔΓ$.

Στην πλευρά BΓ θεωρούμε σημείο E, τέτοιο ώστε $ΓE = ΓΔ$.

α) Να αποδείξετε ότι η ΔE είναι διχοτόμος της $\widehat{AΔΓ}$. (Μονάδες 12)

β) Αν $\widehat{A} = 120^\circ$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔEΓ είναι ισόπλευρο.
(Μονάδες 13)



Θέμα 13519 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ με $ΑΒ > ΑΔ$. Στην $ΑΒ$ θεωρούμε σημείο $Ε$ τέτοιο, ώστε $ΑΕ = ΑΔ$. Από το μέσο $Μ$ της $ΔΕ$ φέρουμε παράλληλη προς την $ΔΓ$ που τέμνει την $ΒΓ$ στο $Κ$.

α) Να αποδείξετε $ΑΜ \perp ΔΕ$. (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι $2ΜΚ = 2ΑΒ - ΑΔ$. (Μονάδες 9)

γ) Φέρνουμε την $ΕΚ$ που τέμνει την προέκταση της $ΔΓ$ στο $Ζ$.

Να αποδείξετε ότι $ΓΖ = ΑΒ - ΑΔ$. (Μονάδες 9)

Θέμα 13520 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

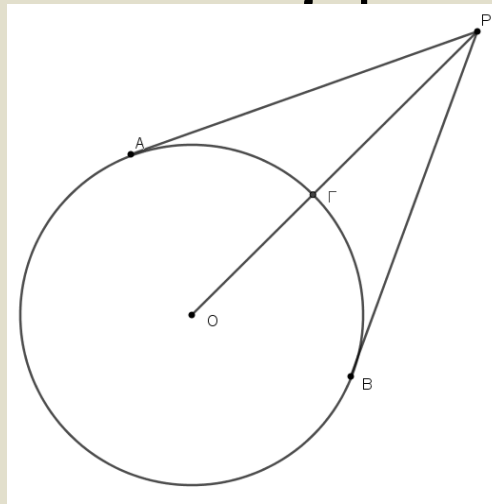
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος (O, ρ) και σημείο P εκτός του κύκλου. Από το P φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα PA και PB . Η PO τέμνει το μικρότερο του ημικυκλίου τόξο AB στο Γ και $\widehat{APB} = 60^\circ$. Να αποδείξετε ότι:

α) $OP = 2\rho$. (Μονάδες 10)

β) $\widehat{A\Gamma B} = 120^\circ$. (Μονάδες 10)

γ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι το τετράπλευρο $OAGB$ είναι ρόμβος. Συμφωνείτε μαζί του; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 05)



Θέμα 13522 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

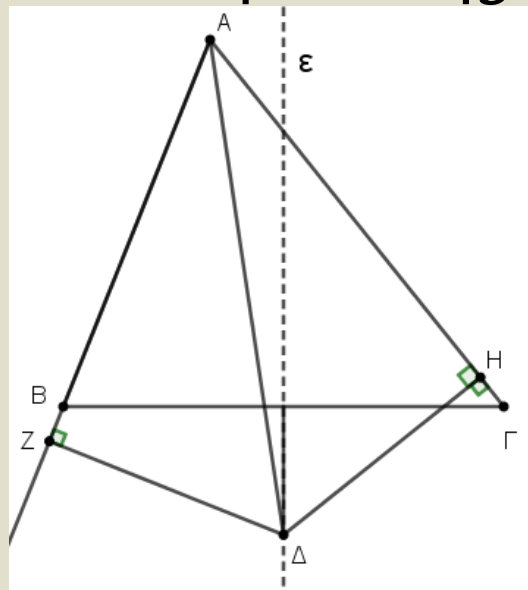
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Η διχοτόμος της γωνίας A τέμνει την μεσοκάθετο (ε) της $B\Gamma$ στο Δ . Από το Δ φέρνουμε τα κάθετα τμήματα ΔZ και ΔH προς τις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $AZ\Delta$ και $AH\Delta$. (Μονάδες 08)

β) Να αποδείξετε ότι $BZ = H\Gamma$. (Μονάδες 09)

γ) Αν η γωνία $A = 60^\circ$ και M το μέσο της $A\Delta$, να αποδείξετε ότι $HM = Z\Delta$.
(Μονάδες 08)



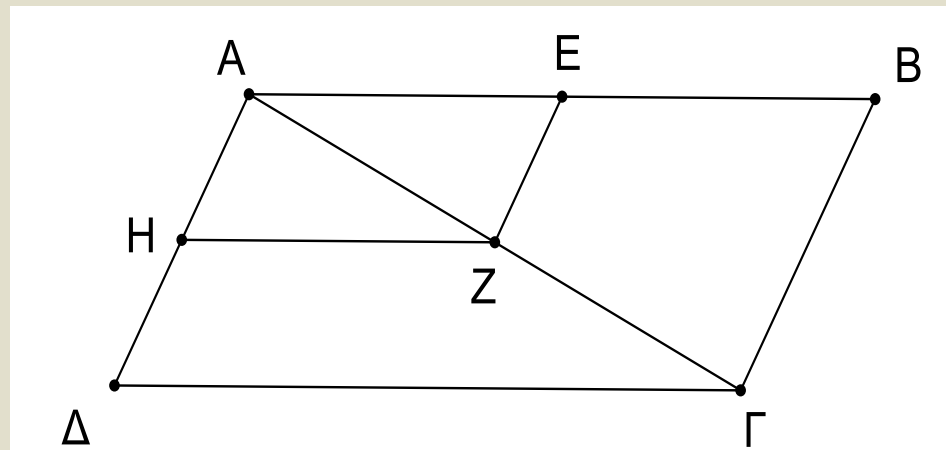
Θέμα 13532 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ και τα μέσα $Ε$, $Ζ$ και $Η$ των $ΑΒ$, $ΑΓ$ και $ΑΔ$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $ZH = \frac{AB}{2}$. (Μονάδες 15)

β) Το τετράπλευρο $ΑΕΖΗ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)



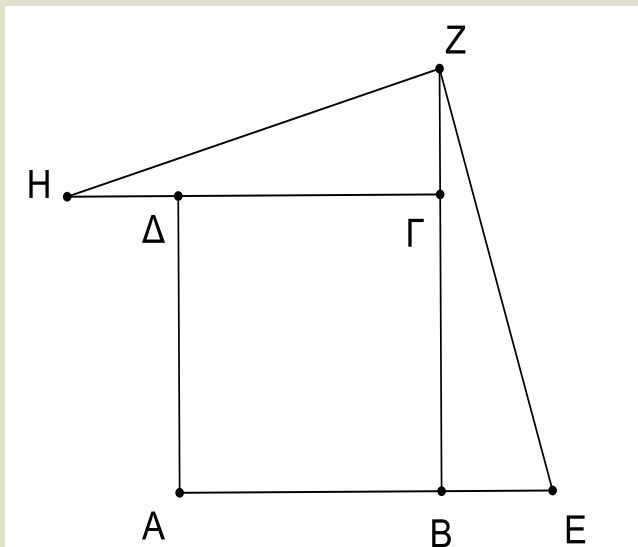
Θέμα 13536 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$. Στις προεκτάσεις των πλευρών $ΑΒ$ προς το $Β$, $ΒΓ$ προς το $Γ$ και $ΓΔ$ προς το $Δ$ θεωρούμε σημεία $Ε$, $Ζ$ και $Η$ αντίστοιχα, ώστε $ΒΕ = ΓΖ = ΔΗ$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΖΕ = ΖΗ$. (Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι $ΕΖΗ = 90^\circ$. (Μονάδες 10)



Θέμα 13539 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

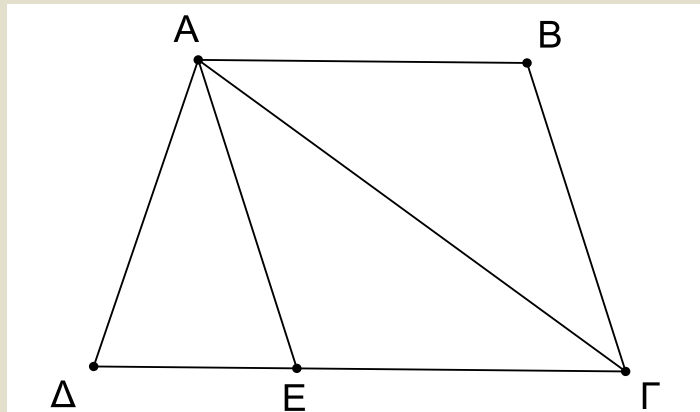
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ με $ΑΒ // ΓΔ$ και $\hat{A} = 108^\circ$. Στη βάση $ΓΔ$ θεωρούμε σημείο $Ε$, ώστε οι $ΑΓ$, $ΑΕ$ να τριχοτομούν τη γωνία \hat{A} .

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $ΑΔΕ$. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο $ΑΔΕ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 5)

ii. Το τετράπλευρο $ΑΒΓΕ$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 10)



Θέμα 13540 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

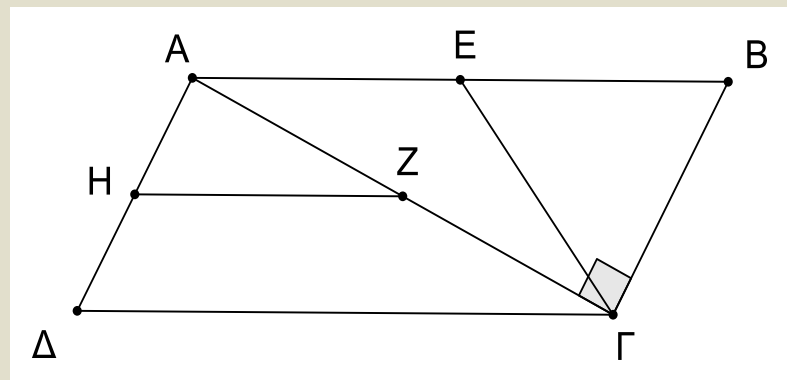
Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ τέτοιο, ώστε η διαγώνιός του $ΑΓ$ να είναι κάθετη στη $ΒΓ$. Θεωρούμε τα μέσα $Ε$, $Ζ$ και $Η$ των $ΑΒ$, $ΑΓ$ και $ΑΔ$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $ΓΕ = ΖΗ$. (Μονάδες 9)

ii. Η $ΓΑ$ είναι διχοτόμος της γωνίας $Δ\hat{Γ}Ε$. (Μονάδες 9)

β) Αν $ΔΗ = \frac{ΑΒ}{4}$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΒΓΕ$ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 7)

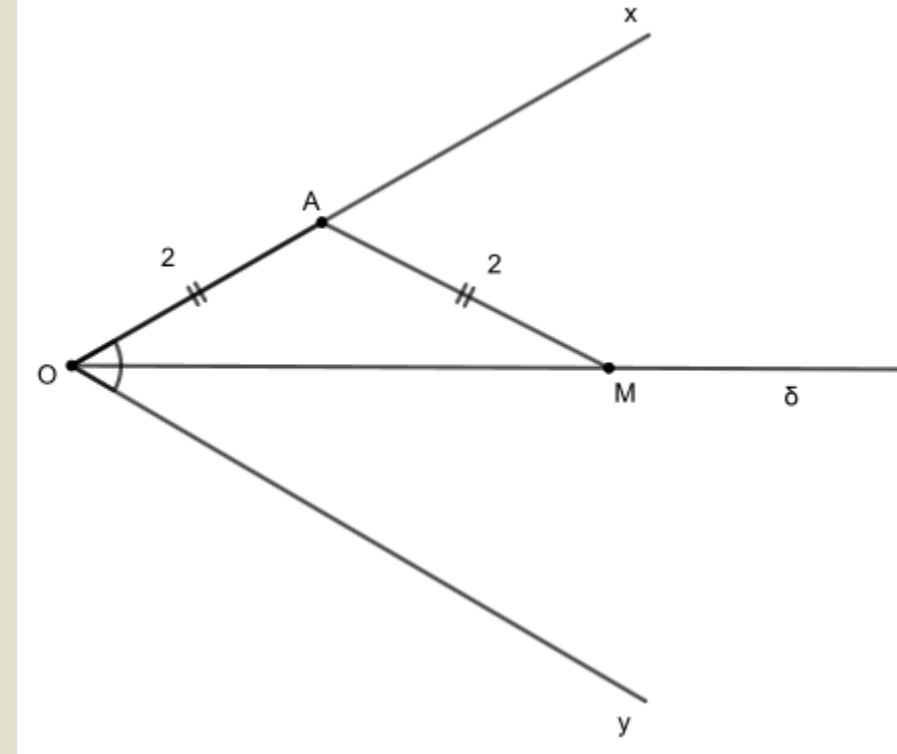


Θέμα 13653 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Σχεδιάζουμε γωνία $\widehat{xOy} = 60^\circ$ και παίρνουμε σημείο A επί της πλευράς Ox , τέτοιο ώστε $AO = 2$. Φέρουμε τη διχοτόμο $O\delta$ της γωνίας \widehat{xOy} και θεωρούμε σημείο M στην $O\delta$, τέτοιο ώστε $AM = AO$. Να υπολογίσετε:

- Τη γωνία $\widehat{\delta Oy}$. (Μονάδες 6)
- Τις γωνίες του τριγώνου AOM . (Μονάδες 9)
- Το μήκος του ύψους AB που αντιστοιχεί στη βάση OM του ισοσκελούς τριγώνου AOM . (Μονάδες 10)



Θέμα 13672 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

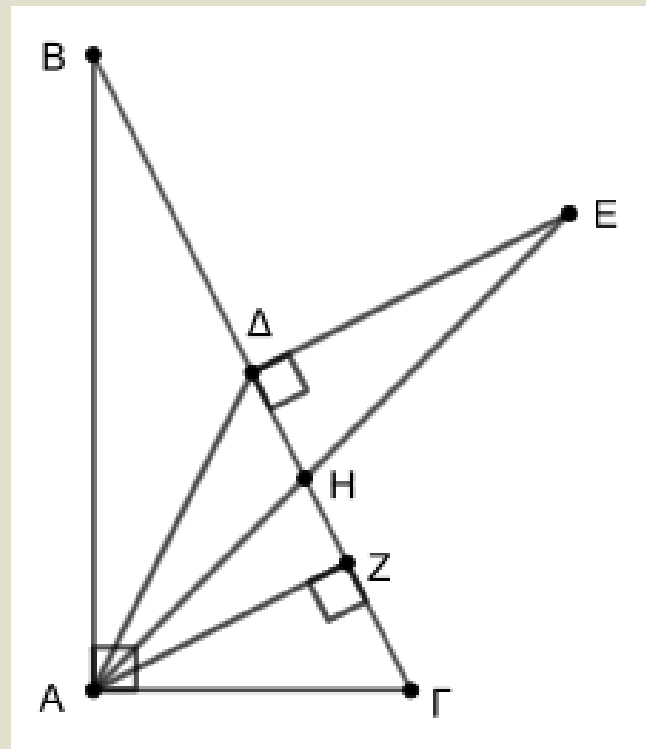
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $AB > A\Gamma$. Από το μέσο Δ της πλευράς $B\Gamma$ φέρουμε κάθετη στη $B\Gamma$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, η οποία τέμνει τη διχοτόμο AH της γωνίας \hat{A} στο σημείο E . Έστω AZ το ύψος στην υποτείνουσα. Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{\Gamma A Z} = \hat{\Delta A B}$. (Μονάδες 8)

β) $A\Delta = \Delta E$. (Μονάδες 9)

γ) $\hat{Z A \Delta} = \hat{\Gamma} - \hat{B}$. (Μονάδες 8)



Θέμα 13699 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται δυο κύκλοι (K, ρ_1) και (Λ, ρ_2) που εφάπτονται εξωτερικά σε σημείο A . Έστω ότι μια ευθεία (ε) εφάπτεται εξωτερικά στους δυο κύκλους σε σημεία τους B και Γ αντίστοιχα και ότι η εσωτερική εφαπτομένη (ζ) των κύκλων στο σημείο επαφής τους A τέμνει την ευθεία (ε) σε σημείο M .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. οι ευθείες KB και ΛM τέμνονται σε σημείο, έστω Δ . (Μονάδες 10)

ii. το τρίγωνο $\Delta K \Lambda$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)

γ) Με ποια σχέση πρέπει να συνδέονται οι ακτίνες ρ_1 και ρ_2 των δύο κύκλων ώστε το ισοσκελές τρίγωνο $\Delta K \Lambda$ να είναι ορθογώνιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

Θέμα 13742 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και M το μέσο της βάσης του $B\Gamma$. Φέρουμε $BK \perp B\Gamma$ έτσι ώστε $BK = A\Gamma$ (το σημείο K είναι στο ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το A).

α) Να αποδείξετε ότι $AM \parallel BK$ και $AB = BK$. (Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι η AK είναι διχοτόμος της γωνίας BAM . (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι $\widehat{BKA} = 45^\circ - \frac{\widehat{\Gamma}}{2}$ (Μονάδες 6)

δ) Μπορεί το τετράπλευρο $ABKM$ να είναι παραλληλόγραμμο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

Θέμα 13743 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ και σημείο $Μ$ στην πλευρά $ΑΒ$. Από το $Μ$ φέρουμε παράλληλη στη $ΒΓ$ που τέμνει την $ΑΓ$ στο σημείο $Δ$.

α) Να αποδείξετε ότι $Δ\hat{Μ}Γ = Β\hat{Γ}Μ$. (Μονάδες 05)

β) Αν το τρίγωνο $ΓΑΒ$ είναι ισοσκελές με βάση $ΑΒ$, να προσδιορίσετε τη θέση του σημείου $Μ$ στην $ΑΒ$ ώστε το τρίγωνο $ΔΜΓ$ να είναι ισοσκελές με $ΔΜ = ΔΓ$ και να δικαιολογήσετε τους ισχυρισμούς σας. (Μονάδες 10)

γ) Αν $Μ$ είναι το μέσο του τμήματος $ΑΒ$ και $Ε$ το μέσο του τμήματος $ΒΓ$ να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $ΜΔΕΒ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)

Θέμα 13744 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$. Στις προεκτάσεις των πλευρών του $ΑΒ$ και $ΒΓ$ προς το $Β$ και προς το $Γ$ αντίστοιχα, παίρνουμε τα σημεία $Ε$ και $Ζ$ τέτοια ώστε $ΒΕ = ΓΖ$. Αν $Ρ$ είναι το σημείο τομής των $ΑΖ$ και $ΔΕ$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Οι γωνίες $Α\hat{Ε}Δ$ και $Β\hat{Ζ}Α$ είναι ίσες.

ii. Τα τμήματα $ΑΖ$ και $ΔΕ$ είναι κάθετα. (Μονάδες 18)

β) Αν γνωρίζετε ότι το σημείο τομής $Ρ$ των $ΑΖ$ και $ΔΕ$ είναι τέτοιο ώστε $ΡΒ = ΑΒ$, να προσδιορίσετε τη θέση του σημείου $Ε$ στην προέκταση του τμήματος $ΑΒ$. (Μονάδες 07)

Θέμα 13745 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$, το μέσο $Μ$ της βάσης $ΒΓ$ και τυχαίο εσωτερικό σημείο $Δ$ στη βάση $του$.

α) Αν από το μέσο $Μ$ φέρουμε παράλληλες προς τις πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΓ$ του τριγώνου, που τις τέμνουν στα σημεία $Ε$ και $Ζ$ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:

i. $ΜΕ = ΜΖ$. (Μονάδες 6)

ii. Το $ΑΕΜΖ$ είναι ρόμβος με περίμετρο ίση με $2ΑΒ$. (Μονάδες 7)

β) Αν πάρουμε τυχαίο εσωτερικό σημείο $Δ$ στο ευθύγραμμο τμήμα $ΒΓ$, διαφορετικό από το μέσο $Μ$, και φέρουμε τις παράλληλες προς τις πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΓ$ του τριγώνου, που τις τέμνουν στα σημεία $Κ$ και $Λ$ αντίστοιχα, τότε:

i. Ποιο είναι το είδος του τετράπλευρου $ΑΚΛΔ$.

Θέμα 13746 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ και η διάμεσός του $ΑΔ$. Στην προέκταση της διαμέσου $ΑΔ$ προς το $Δ$ παίρνουμε σημείο $Ε$, έτσι ώστε $ΑΔ = ΔΕ$.

α) Να αποδείξετε ότι :

i. Τα τρίγωνα $ΑΒΔ$ και $ΕΓΔ$ είναι ίσα. (Μονάδες 07)

ii. Η διάμεσος $ΑΔ$ είναι μικρότερη από το ημιάθροισμα των πλευρών $ΑΒ$ και $ΑΓ$ που την περιέχουν. (Μονάδες 08)

β) Αν στο τρίγωνο $ΑΒΓ$ το διπλάσιο της διαμέσου $ΑΔ$ ισούται με την πλευρά $ΒΓ$, να χαρακτηρίσετε το είδος του τετράπλευρου $ΑΒΕΓ$ και το είδος του τριγώνου $ΑΒΓ$ και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
(Μονάδες 10)

Θέμα 13751 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

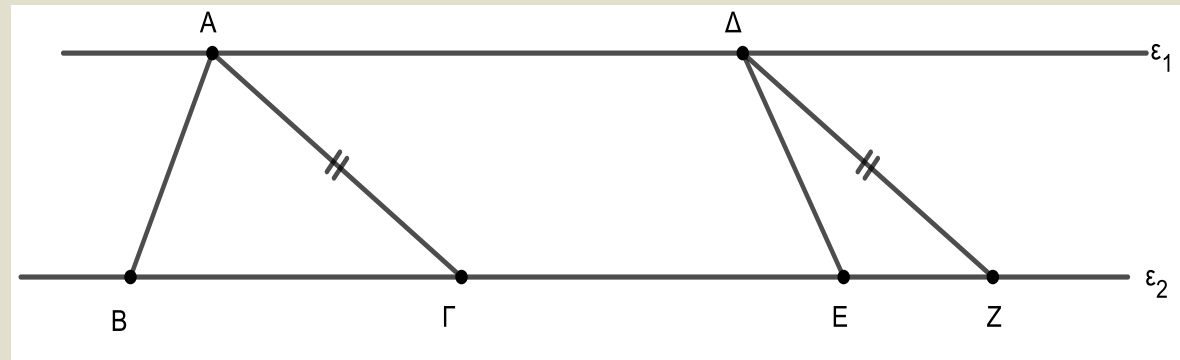
Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες. Το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι οξυγώνιο, ενώ το $\Delta ΕΖ$ είναι αμβλυγώνιο με $\hat{Ε} > 90^\circ$. Ισχύει επίσης ότι $ΑΓ = \Delta Ζ$.

α)

i. Να σχεδιάσετε τα ύψη των τριγώνων από τις κορυφές A και Δ ονομάζοντάς τα AH και $\Delta\Theta$ αντίστοιχα. (Μονάδες 05)

ii. Να αποδείξετε ότι $HΓ = \Theta Ζ$. (Μονάδες 12)

β) Να δικαιολογήσετε γιατί $EΖ < ΒΓ$. (Μονάδες 08)



Θέμα 13755 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

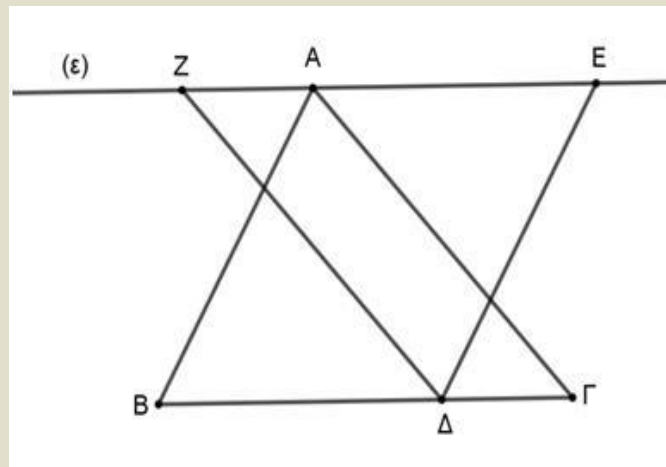
Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$. Από την κορυφή $Α$ φέρουμε ευθεία $(ε)$ παράλληλη προς τη $ΒΓ$. Από το τυχαίο σημείο $Δ$ της πλευράς $ΒΓ$ φέρουμε τις παράλληλες προς την $ΑΒ$ και

$ΑΓ$, οι οποίες τέμνουν την ευθεία $(ε)$ στα σημεία $Ε$ και $Ζ$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι :

α) τα τετράπλευρα $ΖΑΓΔ$ και $ΑΒΔΕ$ είναι παραλληλόγραμμα. (Μονάδες 10)

β) τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΔΕΖ$ είναι ίσα. (Μονάδες 15)

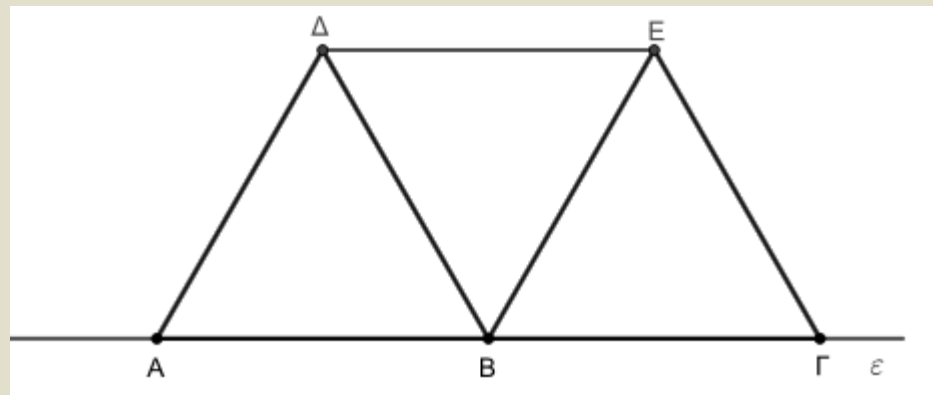


Θέμα 13767 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Σε ευθεία ε θεωρούμε τα διαδοχικά σημεία A , B και Γ έτσι ώστε ώστε $AB = B\Gamma$. Στη συνέχεια, σχεδιάζουμε τα ισόπλευρα τρίγωνα $AB\Delta$ και $B\Gamma E$ προς το ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την ευθεία ε όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

- Να υπολογίσετε τη γωνία $\Delta\hat{B}E$. (Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta E$ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 10)
- Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta E B$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 8)



Θέμα 13816 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

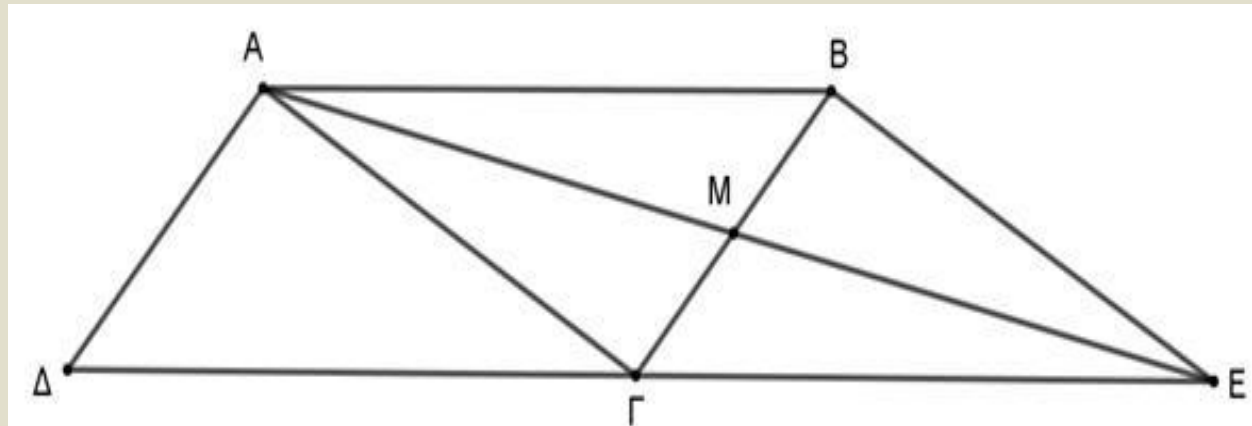
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ τέτοιο, ώστε $ΑΔ < ΑΒ$ και $Μ$ το μέσο της $ΒΓ$.

Προεκτείνουμε την $ΑΜ$ προς το $Μ$ κατά τμήμα $ΜΕ = ΑΜ$.

Να αποδείξετε ότι :

- το τετράπλευρο $ΑΒΕΓ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)
- τα σημεία $Δ$, $Γ$ και $Ε$ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 15)



Θέμα 13824 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

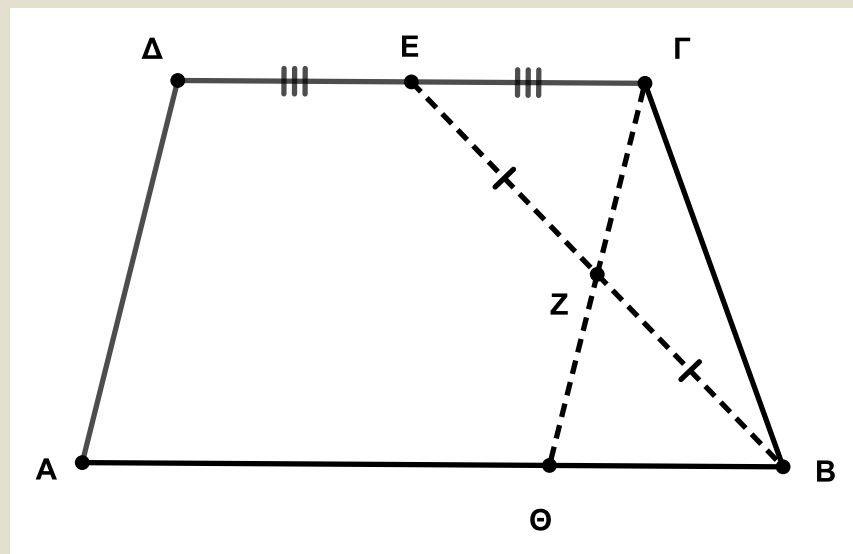
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ με βάσεις $ΑΒ$ και $ΓΔ$. Αν $Ε$ και $Ζ$ τα μέσα των $ΓΔ$ και $ΒΕ$ αντίστοιχα και $Θ$ το σημείο τομής της $ΑΒ$ και της προέκτασης της $ΓΖ$, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $ΓΕΖ$, $ΘΒΖ$ είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) $ΕΓ=ΘΒ$. (Μονάδες 5)

γ) Το τετράπλευρο $ΕΒΘΔ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)



Θέμα 13825 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$. Από το μέσο $Μ$ της $ΒΓ$ γράφουμε ευθύγραμμο τμήμα $ΜΔ$ ίσο και παράλληλο προς την $ΒΑ$ και ένα άλλο ευθύγραμμο τμήμα $ΜΕ$ ίσο και παράλληλο προς την $ΓΑ$ (τα σημεία $Δ$ και $Ε$ βρίσκονται στο ημιεπίπεδο που ορίζεται από τη $ΒΓ$ και το σημείο $Α$). Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τετράπλευρα $ΑΔΜΒ$ και $ΑΓΜΕ$ είναι παραλληλόγραμμα.
(Μονάδες 12)
- β) $ΔΑ=ΑΕ$. (Μονάδες 13)

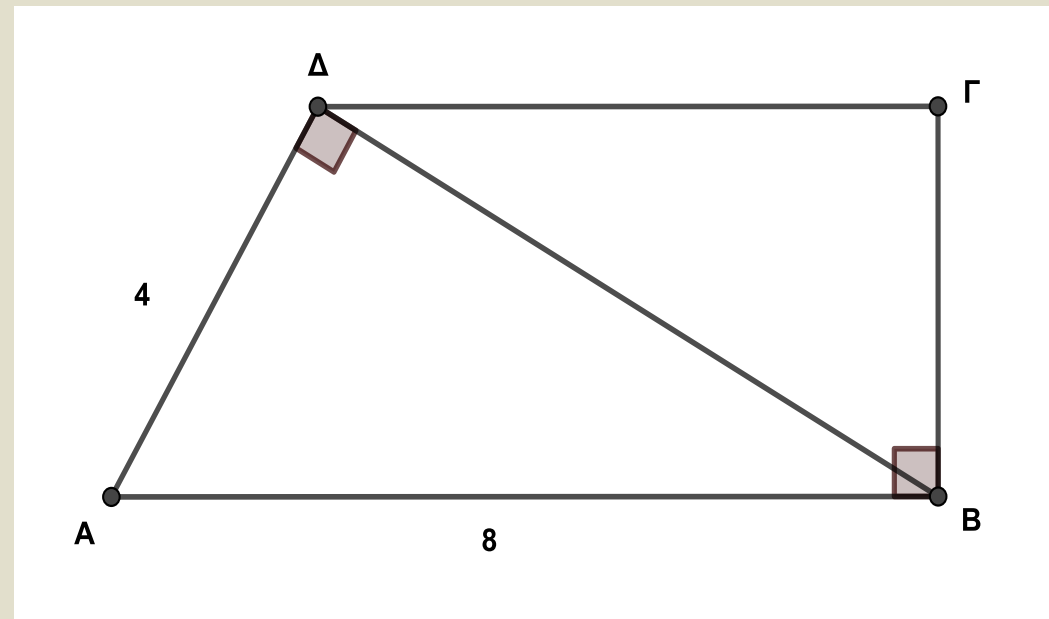
Θέμα 13828 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Σε τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ η διαγώνιος $ΒΔ$ είναι κάθετη στην πλευρά $ΑΔ$ και η πλευρά $ΓΒ$ κάθετη στη βάση $ΑΒ$. Αν $ΑΔ=4$ και $ΑΒ=8$ τότε:

α) Να υπολογιστεί η γωνία $\widehat{ΔΑΒ}$. (Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι η διαγώνιος $ΒΔ$ του τραπέζιου $ΑΒΓΔ$ είναι διπλάσια της πλευράς του $ΒΓ$. (Μονάδες 13)



Θέμα 13829 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ και $Ο$ το σημείο τομής των διαγωνίων του. Θεωρούμε τα σημεία $Ε$ και $Ζ$ των τμημάτων $ΑΟ$ και $ΓΟ$ αντίστοιχα, τέτοια ώστε $ΑΕ=ΓΖ$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΕΔ$ και $ΓΖΒ$ είναι ίσα. (Μονάδες 12)
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΔΕΒΖ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Ένα τρίγωνο $ΑΒΓ$ έχει $\hat{Α} = 90^{\circ}$.

α) Να σχεδιάσετε ένα τέτοιο τρίγωνο αν επιπλέον γνωρίζετε ότι $ΑΒ > ΑΓ$. Ποια είναι η μικρότερη γωνία του τριγώνου και γιατί; (Μονάδες 10)

β) Αν για το τρίγωνο που σας ζητήθηκε να σχεδιάσετε στο α) ερώτημα γνωρίζετε επιπλέον ότι η μια από τις οξείες γωνίες του είναι ίση με 30° , τότε να απαντήσετε στα παρακάτω:

i. Πόσες μοίρες θα είναι η γωνία $\hat{Β}$ και πόσες η γωνία $\hat{Γ}$; (Μονάδες 8)

ii. Ποια πλευρά του τριγώνου είναι ίση με το μισό της υποτεινουσας; (Μονάδες 7)

Θέμα 13832 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

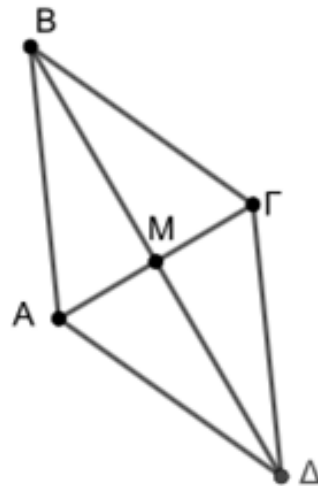
Στο σχήμα το M είναι μέσο των τμημάτων $ΑΓ$ και $ΒΔ$. Επίσης $Α\hat{M}B = Γ\hat{M}B$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Οι $ΑΓ$ και $ΒΔ$ είναι κάθετες. (Μονάδες 10)

ii. Το $ΑΒΓΔ$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 8)

β) Το $ΑΒΓΔ$ είναι η κάτοψη ενός κήπου. Για να περιφράξουμε τον κήπο χρειαζόμαστε 30 μέτρα φράχτη. Αν αφήσουμε την πλευρά $ΑΒ$ του κήπου χωρίς φράχτη πόσα μέτρα φράχτη θα χρειαστούμε για τις υπόλοιπες πλευρές; (Μονάδες 7)



Θέμα 13833 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

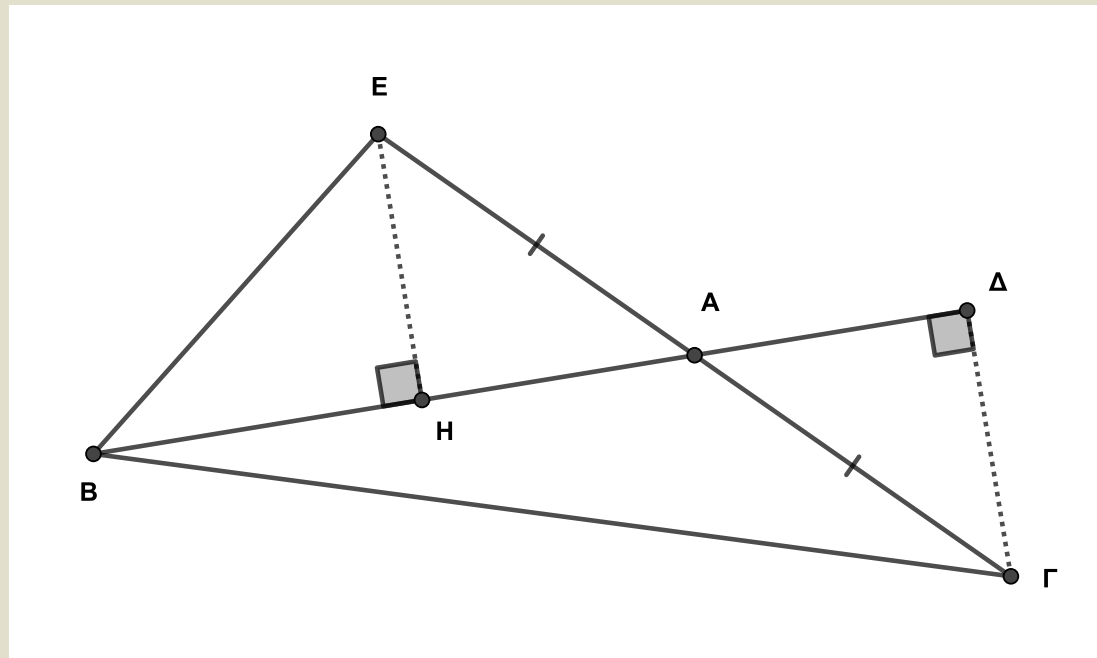
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα το $\Gamma\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου $ΑΒ\Gamma$, το $ΕΗ$ είναι ύψος του τριγώνου $ΑΒΕ$ και η $ΒΑ$ είναι διάμεσος του τριγώνου $ΒΕ\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $Α\Gamma\Delta$ και $ΑΕΗ$ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $ΑΗ=Α\Delta$. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Gamma\Delta ΕΗ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)



Θέμα 13834 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Σε τυχαίο τρίγωνο $ΑΒΓ$ φέρουμε τη διάμεσό του $ΑΜ$. Προεκτείνουμε την πλευρά $ΒΓ$ προς το μέρος του $Β$ κατά τμήμα $ΒΖ=ΒΓ$ και προς το μέρος του $Γ$ κατά τμήμα $ΓΗ=ΒΓ$, επίσης προεκτείνουμε τη διάμεσο $ΑΜ$ κατά τμήμα $ΜΕ=ΑΜ$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΜΖ$ και $ΕΜΗ$ είναι ίσα. (Μονάδες 12)
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΑΗΕΖ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)

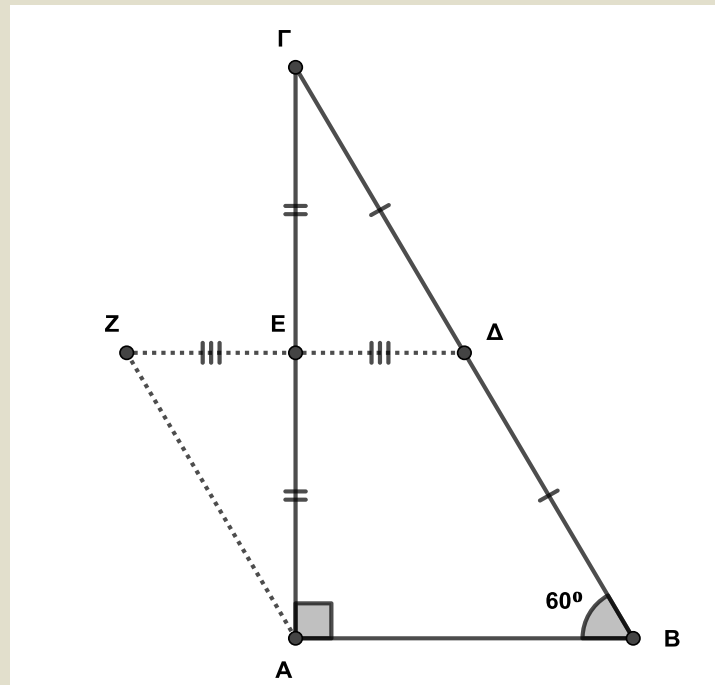
Θέμα 13837 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $\widehat{Α}=90^\circ$ και $\widehat{Β}=60^\circ$. Θεωρούμε τα σημεία Δ και $Ε$ που είναι τα μέσα των πλευρών $ΒΓ$ και $ΑΓ$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την $\Delta Ε$ κατά τμήμα $ΕΖ=ΔΕ$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΓΔ=ΑΖ$. (Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΖΑΒ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)



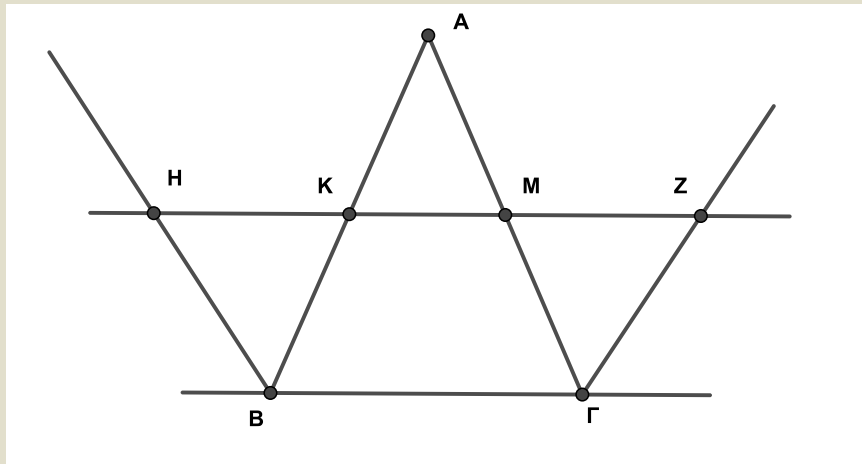
Θέμα 13838 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($ΑΒ=ΑΓ$), με $Κ$, $Μ$ τα μέσα των πλευρών $ΑΒ$ και $ΑΓ$ αντίστοιχα. Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $Κ$ και $Μ$ τέμνει τις εξωτερικές διχοτόμους των γωνιών $Β$ και $Γ$ στα σημεία $Η$ και $Ζ$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΚΜΓΒ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.
(Μονάδες 11)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΒΓΖΗ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.
(Μονάδες 14)



Θέμα 13841 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, $B\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας B και M το μέσο της. Από το σημείο Δ φέρουμε παράλληλη προς τη $B\Gamma$, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο σημείο E . Αν η EM τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο Z τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι $BE=ED$. (Μονάδες 7)
- β) Να αποδείξετε ότι $BE \parallel Z\Delta$. (Μονάδες 8)
- γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEBZ είναι ρόμβος. (Μονάδες 5)
- δ) Ποιο θα έπρεπε να είναι το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ώστε το τετράπλευρο ΔEBZ να είναι τετράγωνο; Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

Θέμα 13842 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

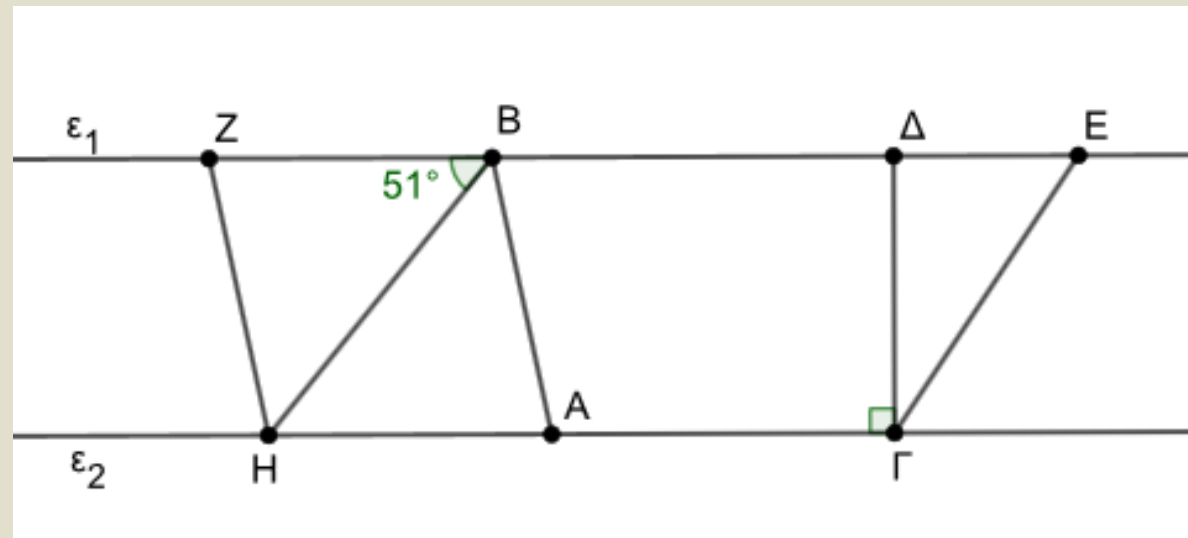
Στο παραπάνω σχήμα το τετράπλευρο $ABZH$ είναι ρόμβος.

Επίσης δίνεται ότι $Z\hat{B}H = 51^\circ$ και ότι η $A\hat{\Gamma}\Delta$ είναι ορθή.

α) Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{B}H$. (Μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $A\hat{H}B$. (Μονάδες 6)

γ) Αν η γωνία \hat{E} του τριγώνου $\Gamma\Delta E$ είναι ίση με 56° , να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $\Gamma\Delta E$. (Μονάδες 10)



Θέμα 13845 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

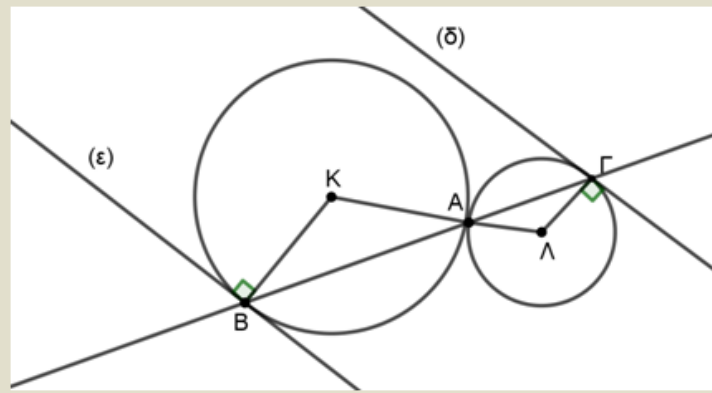
Οι κύκλοι (K,R) , (Λ,ρ) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο A . Φέρουμε τυχαία ευθεία η οποία διέρχεται από το A και δεν περνάει από τα κέντρα των κύκλων, τέμνει τους κύκλους αντίστοιχα στα σημεία B και Γ . Φέρουμε τις εφαπτόμενες (ϵ) και (δ) στα σημεία B και Γ .

Να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{KBA} = \widehat{\Lambda\Gamma A}$. (Μονάδες 8)

β) $(\epsilon) \parallel (\delta)$. (Μονάδες 10)

γ) Να εξετάσετε σε ποια περίπτωση το τετράπλευρο $K\Gamma\Lambda B$ θα είναι παραλληλόγραμμο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)



Θέμα 13848 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα οι κύκλοι έχουν κέντρο K και οι $ΑΓ$ και $ΒΔ$ είναι διαμέτροί τους.

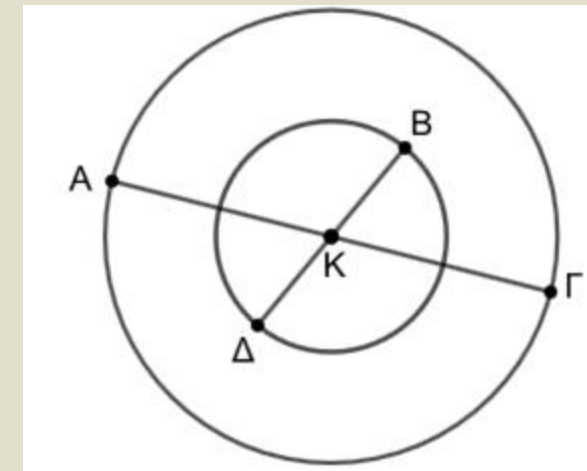
α) Αν ισχύει $ΑΓ > ΒΔ$:

i. να σχεδιάσετε το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ και να αποδείξετε ότι είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)

ii. να διατυπώσετε μια επιπλέον υπόθεση για τις $ΑΓ$ και $ΒΔ$, ώστε το $ΑΒΓΔ$ να είναι ρόμβος. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

β) Αν οι δύο κύκλοι ταυτίζονται, τότε να εξετάσετε αν ο ακόλουθος ισχυρισμός είναι αληθής: «Το $ΑΒΓΔ$ είναι τετράγωνο».

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

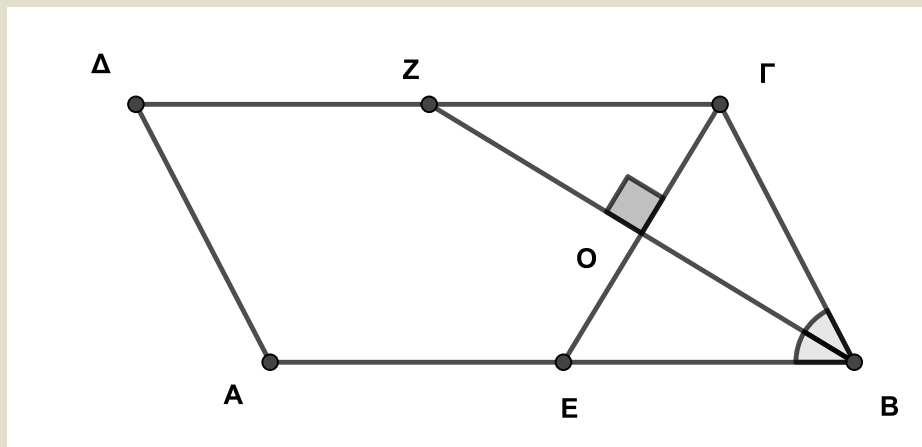


Θέμα 13850 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος και η BZ διχοτόμος της γωνίας \widehat{B} . Φέρουμε ΓO κάθετη στη BZ και την προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει την AB στο σημείο E .

- Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $EB\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $OZ\Gamma$ και OBE είναι ίσα. (Μονάδες 7)
- Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EB\Gamma Z$ είναι ρόμβος (Μονάδες 6)
- Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας \widehat{B} ώστε το τετράπλευρο $EB\Gamma Z$ να είναι τετράγωνο; (Μονάδες 4)



Θέμα 13851 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

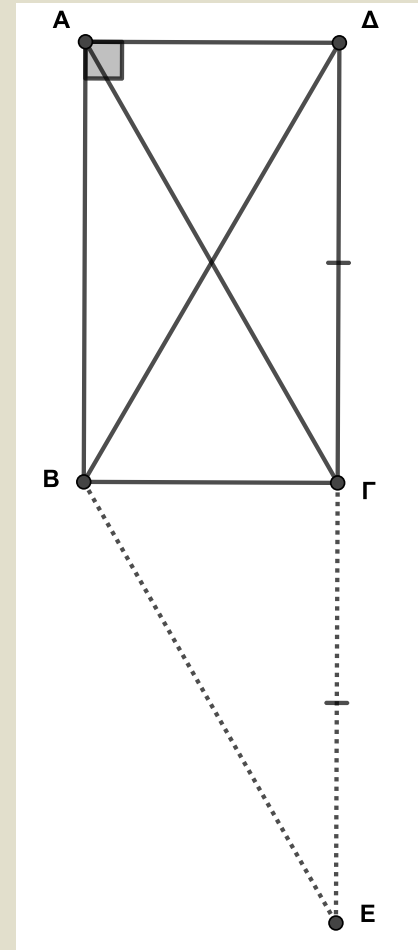
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο $ΑΒΓΔ$. Προεκτείνουμε την πλευρά $ΔΓ$ προς το μέρος του $Γ$ κατά τμήμα $ΓΕ=ΔΓ$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΑΓΕΒ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΒΔΕ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)

γ) Αν $\widehat{ΒΕΔ}=120^\circ$ να αποδείξετε ότι $ΒΔ=2ΑΔ$. (Μονάδες 9)



Θέμα 13852 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

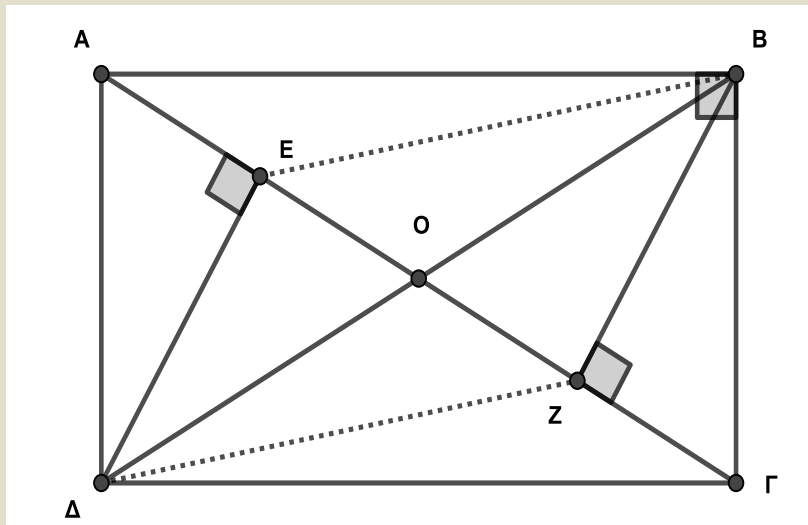
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο $ΑΒΓΔ$ με $ΑΒ > ΑΔ$ και με κέντρο $Ο$. Αν $ΒΖ$ και $ΔΕ$ είναι οι αποστάσεις των κορυφών $Β$ και $Δ$ από τη διαγώνιο $ΑΓ$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΔΕΟ$ και $ΒΖΟ$ είναι ίσα. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΕΒΖΔ$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)

γ) Αν $\widehat{ΔΑΕ} = 60^\circ$ και $ΟΕ = 5$, να βρείτε το μήκος της πλευράς $ΑΔ$. (Μονάδες 12)



Θέμα 13853 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

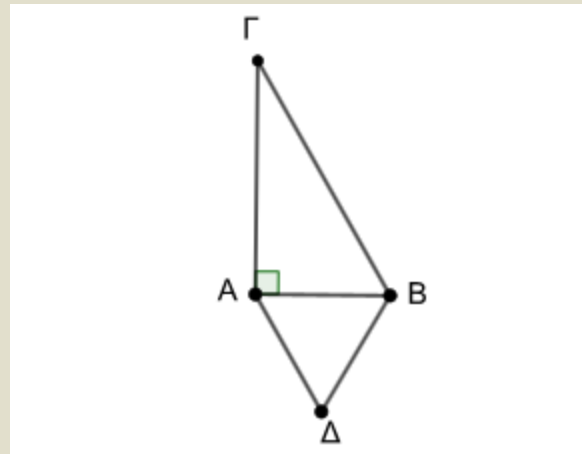
ΘΕΜΑ 4

Στο παραπάνω σχήμα το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$. Επίσης οι $ΑΔ$ και $ΒΓ$ είναι παράλληλες και το τρίγωνο $ΑΒΔ$ είναι ισόπλευρο.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $ΑΒΓ$. (Μονάδες 8)

β) Αν η περίμετρος του $ΑΒΔ$ είναι 12 να βρείτε το μήκος της υποτεινούς του $ΑΒΓ$. (Μονάδες 7)

γ) Αν το σημείο $Κ$ είναι σημείο της υποτεινούς τέτοιο ώστε το $ΑΔΒΚ$ να είναι παραλληλόγραμμο, τότε να βρείτε τη θέση του σημείου $Κ$. Τι είδους παραλληλόγραμμο είναι το $ΑΔΒΚ$; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας. (Μονάδες 10)



Θέμα 13855 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

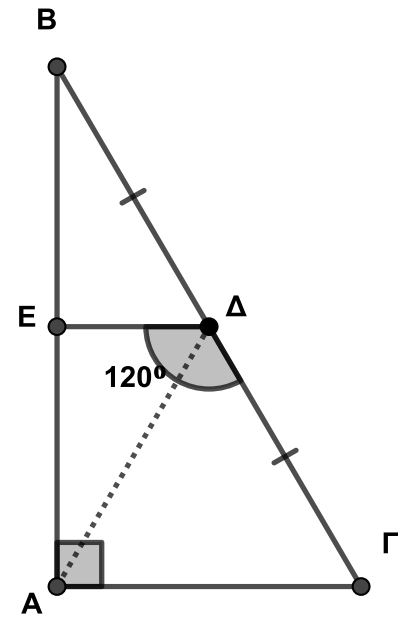
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $\hat{A}=90^\circ$. Από το μέσο Δ της πλευράς $ΒΓ$ φέρουμε παράλληλη προς την πλευρά $ΑΓ$ που τέμνει την πλευρά $ΑΒ$ στο σημείο $Ε$. Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι $\hat{E}\Delta\Gamma=120^\circ$, τότε:

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνία $\Delta\hat{\Gamma}Α$. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΑΔΓ$ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 8)

γ) Προεκτείνουμε την πλευρά $ΑΓ$ προς το Γ κατά τμήμα $\Gamma Z=A\Gamma$ και την πλευρά $ΒΓ$ προς το Γ κατά τμήμα $\Gamma H=\frac{ΒΓ}{2}$. Να αποδείξετε ότι $A\hat{H}Z=90^\circ$. (Μονάδες 12)



Θέμα 13856 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Σε τρίγωνο ΔEZ , φέρουμε τη διάμεσο ΔM και στην προέκτασή της προς το μέρος του M παίρνουμε σημείο Θ έτσι ώστε $\Delta M = M\Theta$. Προεκτείνουμε την πλευρά EZ προς το E κατά τμήμα $EA = EZ$ και προς το Z κατά τμήμα $Z\Gamma = EZ$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔAM και ΘGM είναι ίσα. (Μονάδες 8)
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Theta A\Delta\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)
- γ) Στο σχήμα της άσκησης που κατασκεύασε στο τετράδιό του ο Γιάννης είναι $A\Delta = 12$. Πόσο θα είναι το μήκος της διαμέσου EH του τριγώνου ΔEZ στο σχήμα του Γιάννη; (Μονάδες 9)

Θέμα 13857 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

α) Στο σχήμα η $B\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος $A\Gamma$ και διάμετρος του κύκλου με κέντρο M . Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος.

(Μονάδες 8)

β) Χαρακτηρίστε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως αληθή ή ψευδή.

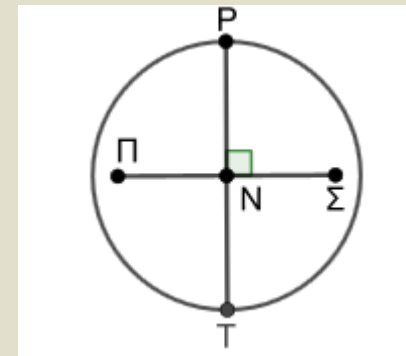
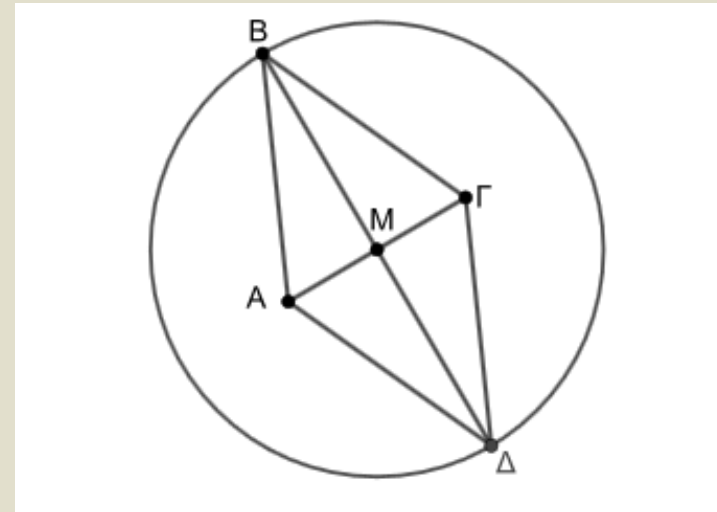
Πρόταση 1: «Αν η διαγώνιος ενός τυχαίου τετραπλεύρου είναι μεσοκάθετος της άλλης διαγωνίου και διάμετρος κύκλου με κέντρο το σημείο τομής των διαγωνίων, τότε το τετράπλευρο είναι ρόμβος».

Πρόταση 2: «Αν η διαγώνιος ενός τυχαίου τετραπλεύρου είναι κάθετη στην άλλη διαγώνιο και διάμετρος κύκλου με κέντρο το σημείο τομής των διαγωνίων, τότε το τετράπλευρο είναι ρόμβος».

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση. (Μονάδες 10)

γ) Στο παρακάτω σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα $P\Gamma$ και $\Pi\Sigma$ τέμνονται κάθετα στο N και $\Pi N = N\Sigma$. Επίσης η $P\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου με κέντρο το N .

Να αποδείξετε ότι $\Pi P = P\Sigma = \Sigma\Gamma = \Gamma\Pi$. (Μονάδες 7)



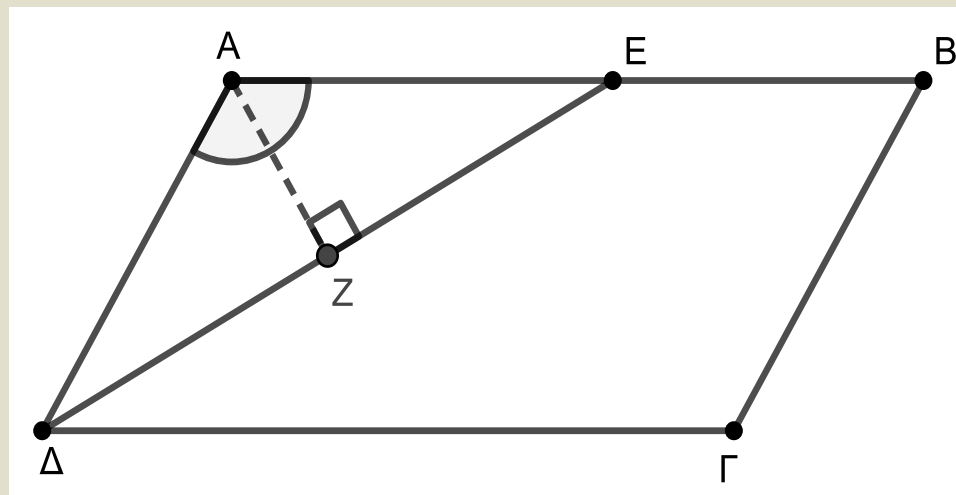
Θέμα 14876 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ με γωνία $\hat{A} = 120^\circ$ και $ΑΒ=2ΑΔ$. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας $Δ$ του παραλληλογράμμου, η οποία τέμνει την $ΑΒ$ στο $Ε$, και στη συνέχεια το κάθετο τμήμα $ΑΖ$ στη $ΔΕ$. Να αποδείξετε ότι:

α) γωνία $Α\hat{Δ}Ε = 30^\circ$ (Μονάδες 10)

β) $ΑΖ = \frac{ΑΒ}{4}$ (Μονάδες 15)

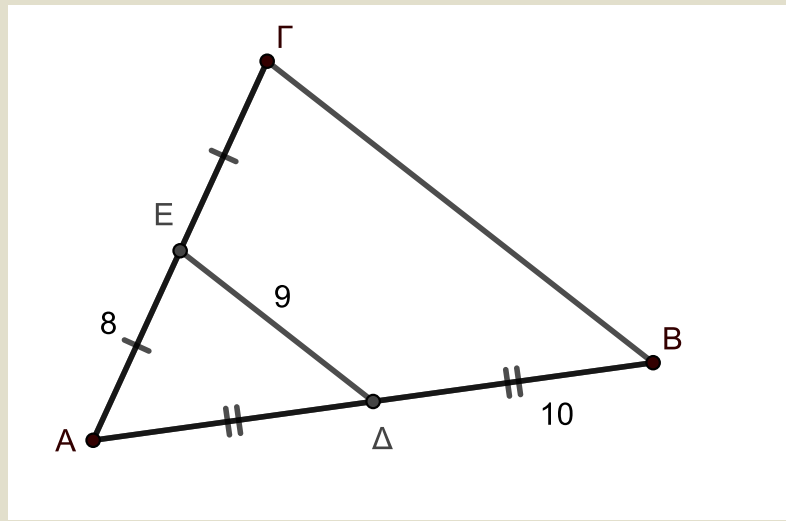


Θέμα 14877 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο $ΑΒΓ$ του παρακάτω σχήματος τα σημεία $Δ$ και $Ε$ είναι τα μέσα των πλευρών $ΑΒ$ και $ΑΓ$ αντίστοιχα, $ΑΕ=8$, $ΕΔ=9$ και $ΔΒ=10$.

- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΔΕΓΒ$ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 8)
- β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $ΒΓ$. (Μονάδες 8)
- γ) Να συγκρίνετε τις περιμέτρους του τριγώνου $ΑΒΓ$ και του τετραπλεύρου $ΔΕΓΒ$. (Μονάδες 9)



Θέμα 14879 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

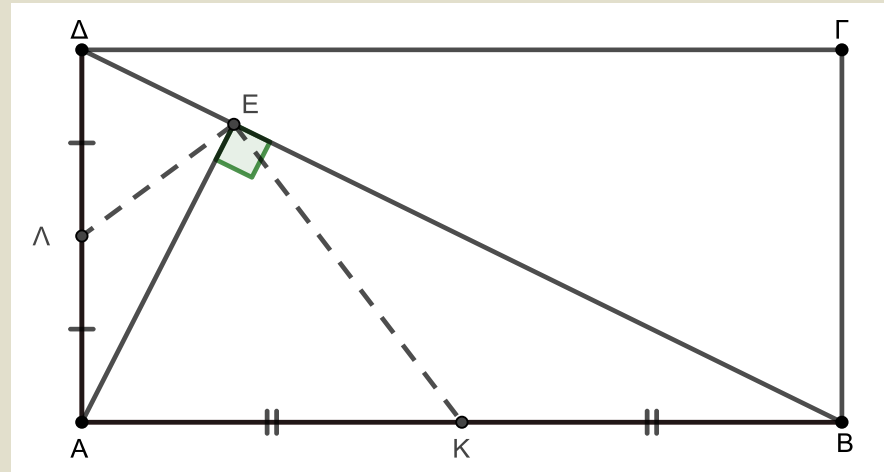
Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$. Από την κορυφή $Α$ φέρουμε $ΑΕ$ κάθετη στη $ΒΔ$. Έστω $Κ, Λ$ τα μέσα των $ΑΒ$ και $ΑΔ$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι :

i. $\widehat{ΚΕΛ} = 90^\circ$.

ii. $ΚΛ = \frac{ΑΓ}{2}$. (Μονάδες 16)

β) Αν $\widehat{ΒΑΓ} = 30^\circ$, να αποδείξετε ότι $ΚΛ = ΒΓ$. (Μονάδες 9)



Θέμα 14881 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ με τη γωνία A ορθή και $ΑΜ$ η διάμεσός του. Από το M φέρουμε MK κάθετη στην $ΑΒ$ και $MΛ$ κάθετη στην $ΑΓ$. Αν N, P είναι τα μέσα των $ΒΜ$ και $ΓΜ$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{NKM} = \widehat{NMK}$ (Μονάδες 7)

β) Η MK είναι διχοτόμος της γωνίας NMA . (Μονάδες 9)

γ) $AM = KN + LP$. (Μονάδες 9)

Θέμα 14882 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

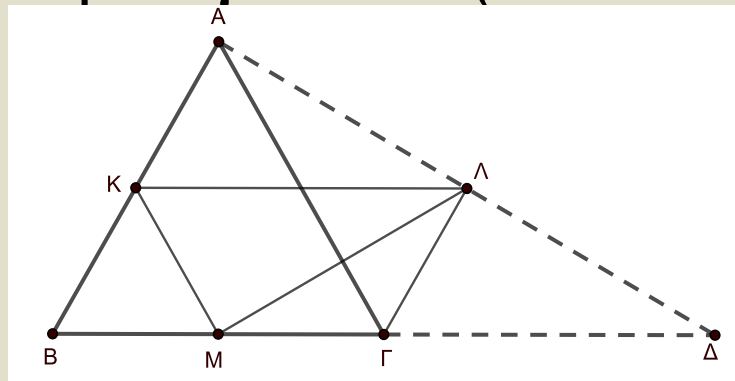
Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $ΑΒΓ$. Στην προέκταση της $ΒΓ$ (προς το $Γ$) θεωρούμε τμήμα $ΓΔ = ΒΓ$. Αν $Μ$, $Κ$ και $Λ$ είναι τα μέσα των πλευρών $ΒΓ$, $ΑΒ$ και $ΑΔ$ αντίστοιχα τότε:

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $ΒΑΔ$. (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τετράπλευρο $ΚΛΓΜ$ είναι ισοσκελές τραπέζιο με τη μεγάλη βάση διπλάσια από τη μικρή. (Μονάδες 8)

ii. Το τρίγωνο $ΚΜΛ$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 10)



Θέμα 14883 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Σε κύκλο κέντρου O φέρουμε τις διαμέτρους του $ΑΓ$ και $ΒΔ$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 13)

β) Τι είδους γωνία σχηματίζουν οι διάμετροι $ΑΓ$ και $ΒΔ$ αν το $ΑΒΓΔ$ είναι τετράγωνο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

Θέμα 14885 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το οξυγώνιο και σκαληνό τρίγωνο $AB\Gamma$. Προεκτείνουμε το ύψος του AH κατά τμήμα $H\Delta = AH$ και τη διάμεσό του AM κατά τμήμα $ME = AM$. Να αποδείξετε ότι:

α)

i. $AB = \Gamma E$

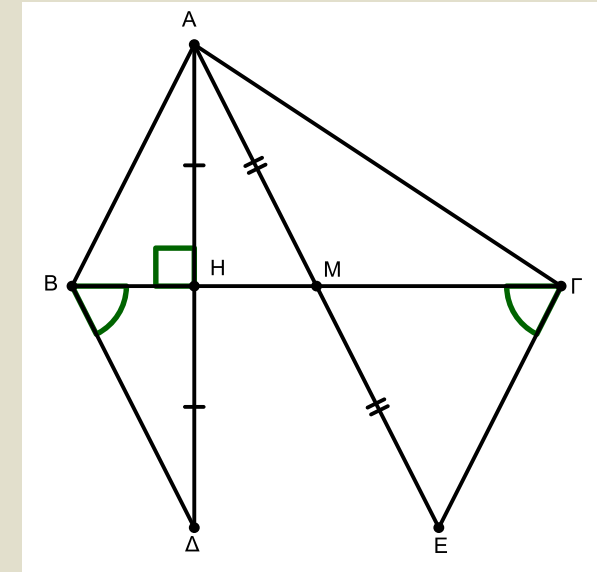
ii. $AB = B\Delta$ (Μονάδες 8)

β) $\widehat{\Gamma B\Delta} = \widehat{B\Gamma E}$ (Μονάδες 8)

γ)

i. Εξετάστε αν το τμήμα $B\Delta$ μπορεί να είναι παράλληλο στο τμήμα ΓE . (Μονάδες 5)

ii. Ποιο είναι το είδος του τετραπλεύρου $B\Gamma E\Delta$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 4)



Θέμα 14886 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$), τα μέσα Δ , E , Z των πλευρών του και το ύψος του $ΑΚ$. Αν Θ είναι το σημείο τομής των AZ και ΔE , τότε:

α) Να αποδείξετε ότι:

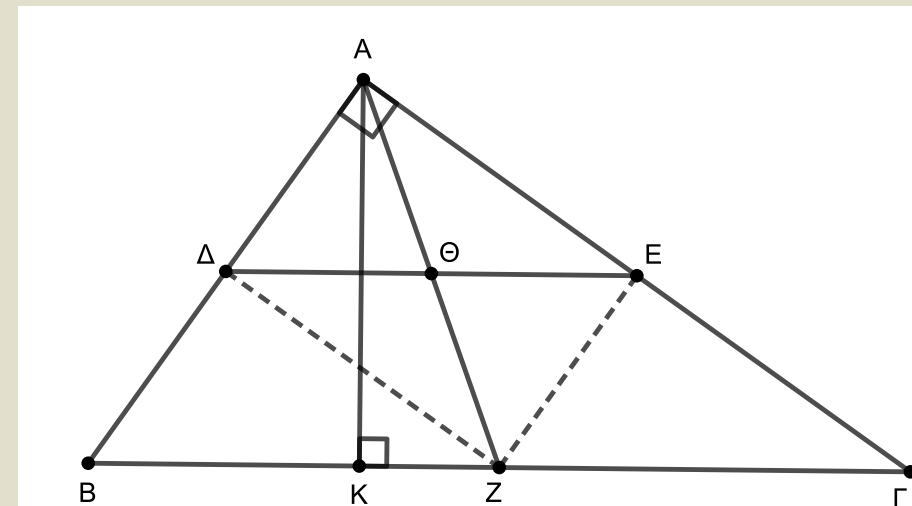
i. Το τετράπλευρο $A\Delta Z E$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 8)

ii. $A\Theta = \Theta E = \frac{B\Gamma}{4}$ (Μονάδες 7)

β) Αν επιπλέον είναι $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, τότε:

i. να βρείτε τη γωνία $A\hat{Z}B$. (Μονάδες 5)

ii. να αποδείξετε ότι $BK = \frac{B\Gamma}{4}$. (Μονάδες 5)



Θέμα 14887 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

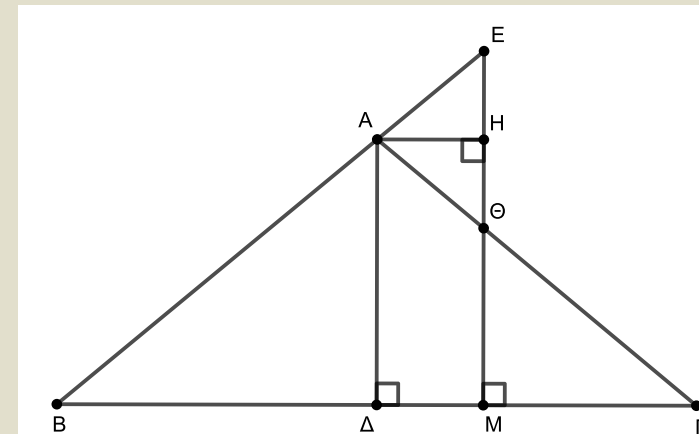
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($ΑΒ = ΑΓ$), και τυχαίο σημείο $Μ$ της πλευράς $ΒΓ$. Από το σημείο $Μ$ φέρουμε ευθεία κάθετη στην πλευρά $ΒΓ$ που τέμνει τις ευθείες $ΑΒ$ και $ΑΓ$ στα σημεία $Ε$ και $Θ$ αντίστοιχα. Αν $ΑΔ$ και $ΑΗ$ τα ύψη των τριγώνων $ΑΒΓ$ και $ΑΘΕ$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{ΔΑΗ} = 90^\circ$. (Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο $ΑΘΕ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

γ) $ΜΘ + ΜΕ = 2ΑΔ$. (Μονάδες 9)



Θέμα 14888 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Στην πλευρά $B\Gamma$ θεωρούμε τα σημεία K, M, Λ ώστε $BK=KM=M\Lambda=\Lambda\Gamma$. Αν τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $\Delta E\Lambda K$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)
- β) Το τετράπλευρο $K\Delta AM$ είναι τραπέζιο και η διάμεσός του ισούται με $\frac{3}{8} B\Gamma$. (Μονάδες 12)

