

**Τράπεζα  
θεμάτων Β'  
Λυκείου –  
Γεωμετρία  
κεφάλαιο 8<sup>ο</sup>**

43 θέματα - 25/5/2022

# Θέμα 22565 - 4<sup>ο</sup> Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

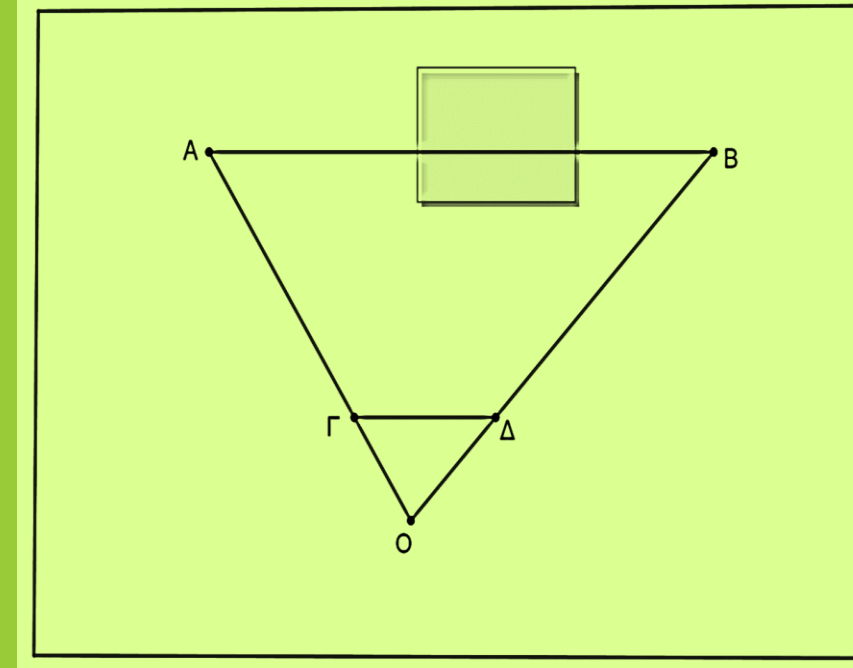
Οι μαθητές θέλοντας να μετρήσουν την απόσταση των σημείων A και B στην αυλή του σχολείου τους μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται ένα κτίσμα και η απευθείας μέτρηση του μήκους AB είναι αδύνατη, εργάστηκαν ως εξής. Στην αυλή τους επέλεξαν σημείο O ώστε η μέτρηση των τμημάτων OA και OB να είναι εφικτή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Μέτρησαν και βρήκαν  $OA=20\text{m}$  και  $OB=30\text{m}$ . Στις OA και OB πήραν σημεία Γ και Δ αντίστοιχα τέτοια ώστε  $OG=2\text{m}$  και  $OD=3\text{m}$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. η ΓΔ είναι παράλληλη με την AB, (Μονάδες 8)
- ii. τα τρίγωνα OΓΔ και OAB είναι όμοια. (Μονάδες 7)

β) Ένας από τους μαθητές υποστηρίζει ότι μπορούν να υπολογίσουν την απόσταση των σημείων A και B αν γνωρίζουν την απόσταση των δύο σημείων Γ και Δ.

Είναι ο ισχυρισμός του μαθητή αληθής; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)



# Θέμα 22568 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο  $\Lambda$  και ακτίνα  $R=10$ , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο ενός άλλου κύκλου με κέντρο το σημείο  $K$  και ακτίνα  $\rho=6$ . Η εφαπτομένη του κύκλου  $(K,\rho)$  στο σημείο του  $\Gamma$  τέμνει τον κύκλο  $(\Lambda,R)$  στα σημεία  $A$  και  $B$ . Η προέκταση της  $K\Lambda$  προς το  $\Lambda$  τέμνει τον κύκλο  $(\Lambda,R)$  στο σημείο  $\Delta$ .

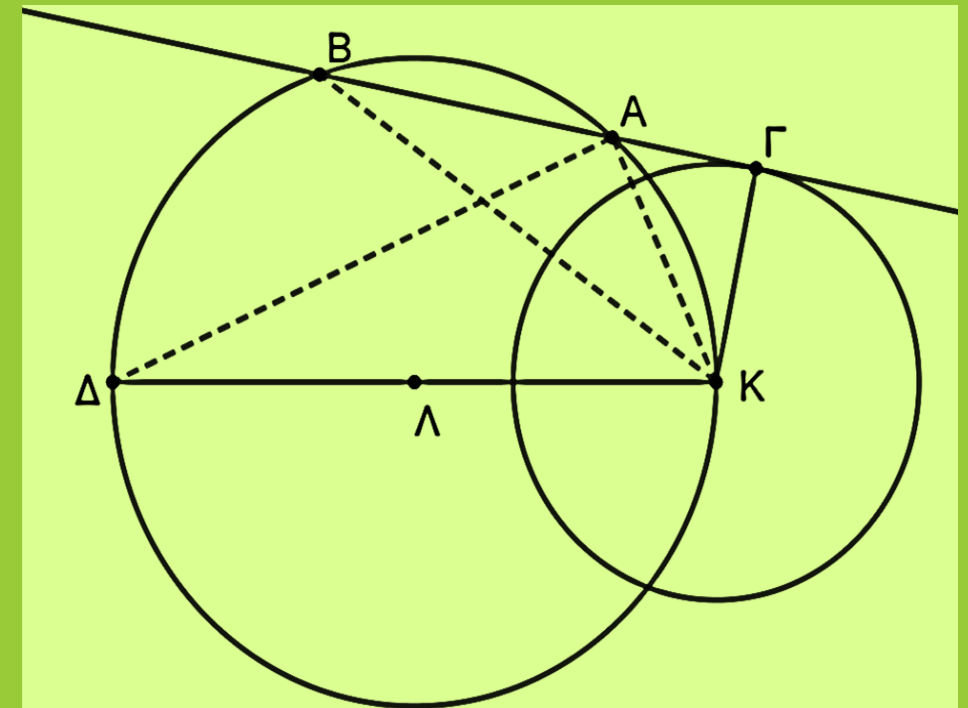
α) Να αποδείξετε ότι:

Τα τρίγωνα  $K\Gamma B$  και  $K\Lambda\Delta$  είναι όμοια. (Μονάδες 8)

$KA \cdot KB = 120$  (Μονάδες 9)

β) Αν είναι  $KB=15$ , να βρείτε

το εμβαδόν του τριγώνου  $A\Gamma K$ . (Μονάδες 8)



# Θέμα 22380 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

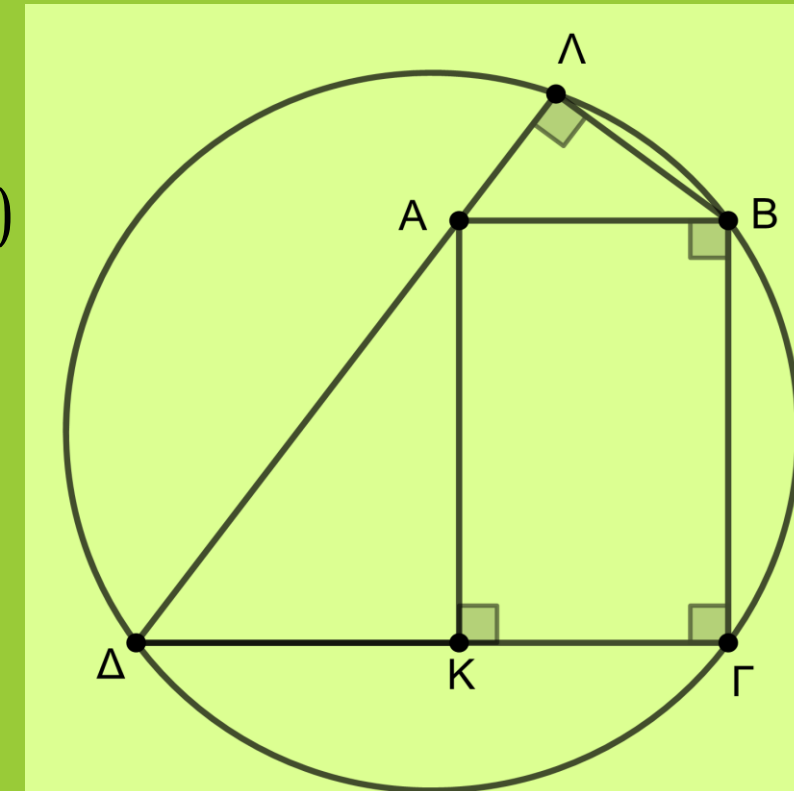
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  με  $\widehat{B} = \widehat{\Gamma} = 90^\circ$  και  $B\Gamma = 16$ ,  $\Gamma\Delta = 22$  και  $A\Delta = 20$ . Έστω  $K$  η προβολή του σημείου  $A$  πάνω στην ευθεία  $\Gamma\Delta$  και  $\Lambda$  η προβολή του σημείου  $B$  πάνω στη ευθεία  $A\Delta$ .

α) Να αποδείξετε ότι:  $K\Delta = 12$ , (Μονάδες 6)

το εμβαδόν του τριγώνου  $AK\Delta$  είναι 96. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AK\Delta$  και  $B\Lambda A$  είναι όμοια και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $B\Lambda A$ . (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το μήκος της διαμέτρου του περιγεγραμμένου κύκλου του τετραπλεύρου  $B\Gamma\Delta\Lambda$ . (Μονάδες 5)



# Θέμα 22023 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο  $ΑΒΓ$ . Από τυχαίο σημείο  $Δ$  της πλευράς  $ΑΒ$  φέρουμε παράλληλη προς την πλευρά  $ΒΓ$  η οποία τέμνει την πλευρά  $ΑΓ$  στο σημείο  $Ε$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ΑΔΕ$  και  $ΑΒΓ$  είναι όμοια.

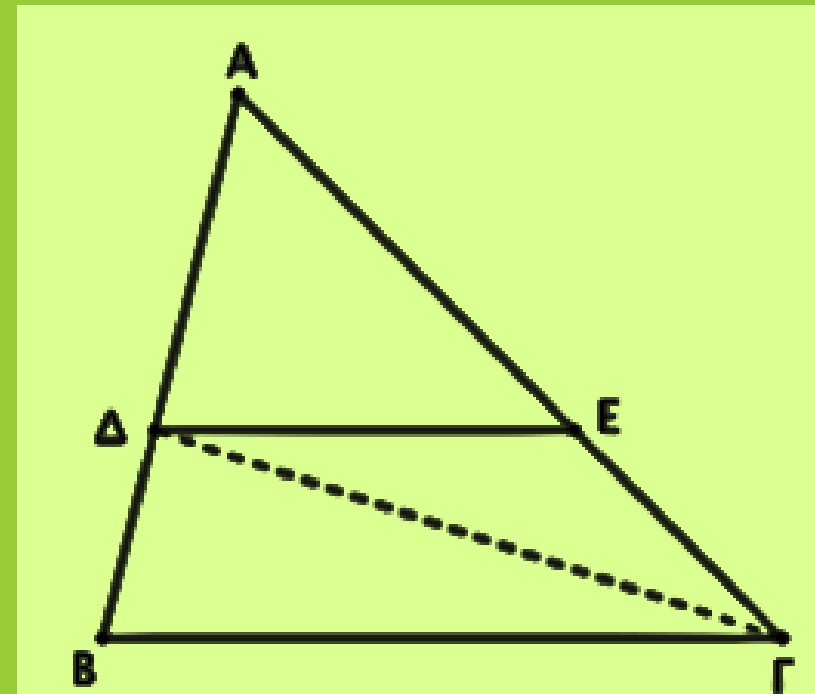
(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών  $\frac{(ΑΔΕ)}{(ΑΒΓ)}$  όταν το σημείο  $Δ$  είναι μέσο της  $ΑΒ$ ".

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τη θέση του σημείου  $Δ$  ώστε  $\frac{(ΔΕΓ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{2}{9}$ .

(Μονάδες 05)



# Θέμα 22400 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

Τα Δ και Ε είναι σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, ενός τριγώνου ΑΒΓ.  
Δίνεται ότι  $AB = 9$ ,  $AG = 12$ ,  $AD = 4$  και  $AE = 3$ .

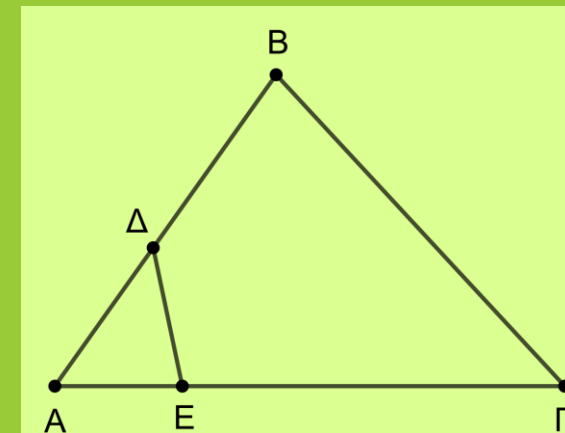
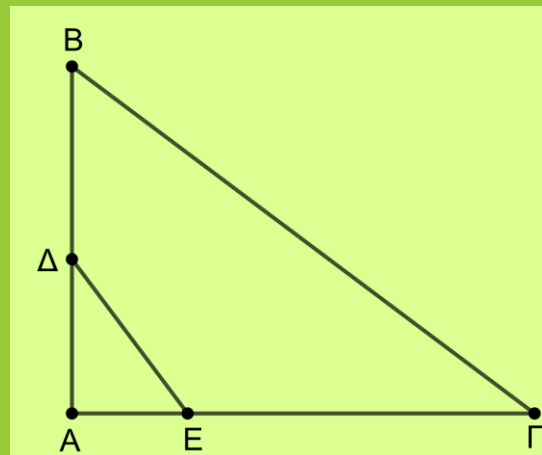
α) Έστω ότι στο παραπάνω τρίγωνο ΑΒΓ είναι  $BΓ = 15$ , (Σχήμα 1). Να αποδείξετε ότι:

Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 7)

$DE = 5$ . (Μονάδες 6)

β) Έστω τώρα ότι στο αρχικό τρίγωνο ΑΒΓ είναι  $BΓ = 10$ , (Σχήμα 2). Να αποδείξετε ότι: Το τρίγωνο ΑΒΓ δεν είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 6)

$DE = \frac{10}{3}$ . (Μονάδες 6)



# Θέμα 22243 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο  $ΑΒΓΔ$  και σημείο  $Z$  στην πλευρά

$ΑΔ$ , ώστε  $AZ = \frac{3}{4} AB$ .

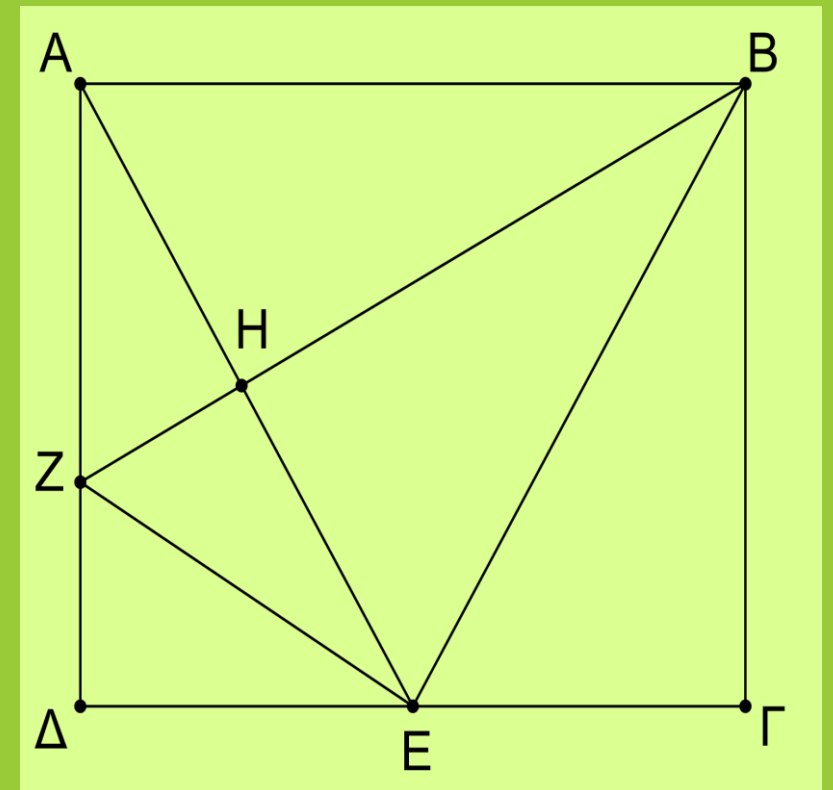
α) Να αποδείξετε ότι  $BZ = \frac{5}{4} AB$ . (Μονάδες 6)

β) Αν το  $ΑΒΓΔ$  είναι τετράγωνο,  $E$  το μέσο της  $ΓΔ$  και  $H$  είναι το σημείο τομής των  $ΑΕ$ ,  $BZ$ , να αποδείξετε

ότι:  $BE^2 = \frac{5}{4} AB^2$  και  $ZE^2 = \frac{5}{16} AB^2$ , (Μονάδες 6)

το τρίγωνο  $BEZ$  είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $BEZ$  και  $BΓE$  είναι όμοια και να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών τους. (Μονάδες 8)



# Θέμα 20678 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

Η κορνίζα του παρακάτω σχήματος αποτελείται από δύο όμοια ορθογώνια με παράλληλες πλευρές και κοινό κέντρο  $O$ . Το ορθογώνιο  $A'B'\Delta'$  έχει το μισό εμβαδόν από το ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$ .

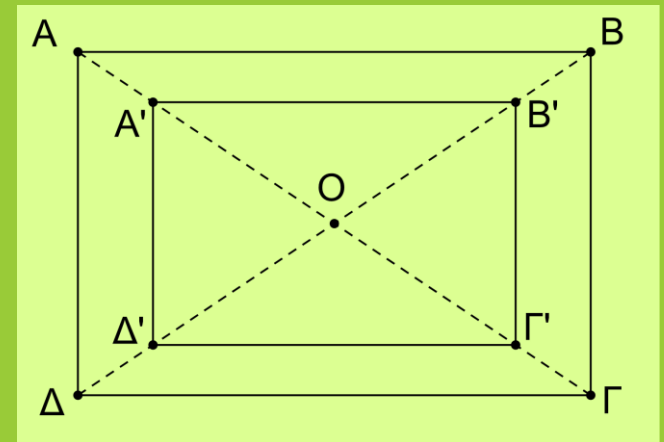
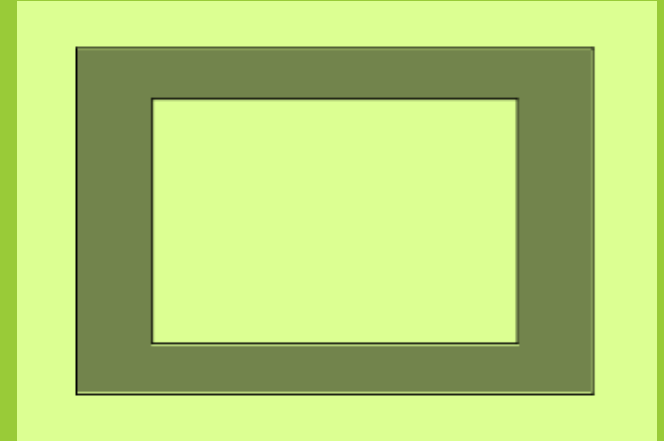
α) Να βρείτε τον λόγο ομοιότητας του ορθογωνίου  $AB\Gamma\Delta$  προς το ορθογώνιο  $A'B'\Delta'$ . (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι όμοια. (Μονάδες 6)

γ) Στην κορνίζα τοποθετούμε μια φωτογραφία που χωράει ακριβώς στο κάδρο, χωρίς να χάνεται κανένα μέρος της. Η διαγώνιος  $A\Gamma$  της κορνίζας έχει μήκος 40 cm και  $\widehat{A\hat{O}B} = 120^\circ$ .

Πόσο μήκος έχει η διαγώνιος της φωτογραφίας; (Μονάδες 6)

Πόσο είναι το εμβαδόν της φωτογραφίας; (Μονάδες 8)





## Θέμα 22070 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 2

Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει μήκη πλευρών  $\alpha = 17$ ,  $\beta = 8$ ,  $\gamma = 15$ .

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 13)

β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ:

Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους λ.

Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών  $\frac{(ΑΒΔ)}{(ΑΓΔ)}$ .

(Μονάδες 12)

## Θέμα 22141 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

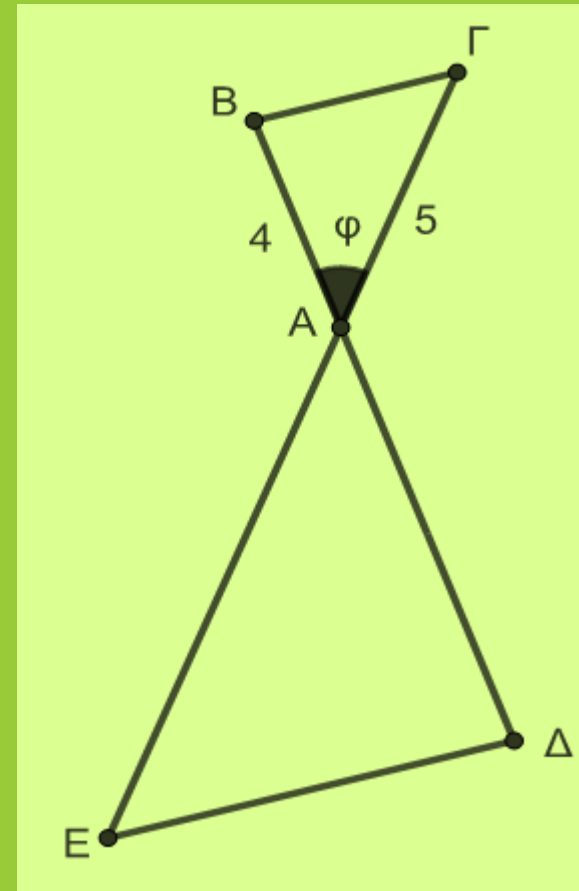
### ΘΕΜΑ 4

Το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ έχει τα άκρα του Β και Γ στις προεκτάσεις των πλευρών ΔΑ και ΕΑ, αντίστοιχα, του τριγώνου ΑΔΕ, έτσι ώστε να είναι παράλληλο στην πλευρά ΔΕ. Επίσης δίνονται τα μήκη των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ,  $AB = 4$  και  $AG = 5$ . Έστω ότι ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι  $\frac{(AB\Gamma)}{(A\Delta E)} = \frac{1}{4}$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια με λόγο  $\frac{1}{2}$ . (Μονάδες 10)

β) Αν  $\widehat{B\hat{A}G} = \varphi$ , να αποδείξετε ότι το εμβαδόν (ΑΔΕ) του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίσο με  $40\eta\mu\varphi$ . (Μονάδες 07)

γ) Να βρείτε σημείο Ζ εσωτερικό της πλευράς ΑΔ, ώστε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΖ που σχηματίζεται να είναι ίσο με το  $\frac{1}{4}$  του εμβαδού του τριγώνου ΑΔΕ. (Μονάδες 08)



# Θέμα 22148 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

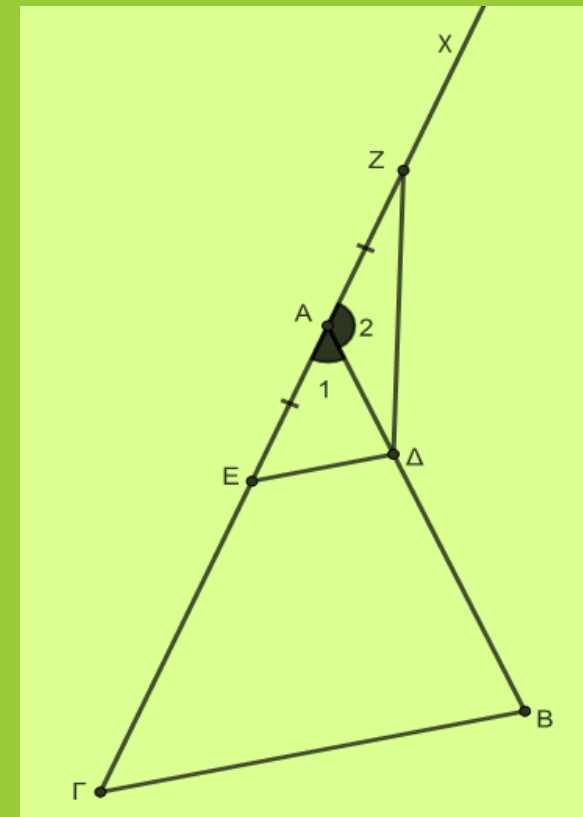
Έστω  $E$  σημείο στην πλευρά  $GA$  του τριγώνου  $ABΓ$ . Από το  $E$  φέρνουμε παράλληλη στην πλευρά  $BΓ$  του  $ABΓ$  η οποία τέμνει την πλευρά  $AB$  στο σημείο  $\Delta$  και παίρνουμε σημείο  $Z$  στην προέκταση  $A\chi$  της πλευράς  $GA$  του τριγώνου  $ABΓ$  ώστε να είναι  $AZ = AE$ , όπως στο σχήμα.

α) Έστω  $AG = 3AE$ . Να αποδείξετε ότι:

i. Το εμβαδόν του τριγώνου  $A\Delta E$  είναι ίσο με το  $\frac{1}{9}$  του εμβαδού του τριγώνου  $ABΓ$ . (Μονάδες 07)

ii. Το εμβαδόν του τριγώνου  $\Delta EZ$  είναι ίσο με τα  $\frac{2}{9}$  του εμβαδού του τριγώνου  $ABΓ$ . (Μονάδες 10)

β) Αν το εμβαδόν του  $\Delta EZ$  είναι ίσο με το  $\frac{1}{2}$  του εμβαδού του  $ABΓ$ , να υπολογίσετε το λόγο  $\frac{AE}{AG}$ . (Μονάδες 08)



## Θέμα 22150 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $E$  και  $Z$  τα μέσα των πλευρών του  $A\Gamma$  και  $AB$ , αντίστοιχα.

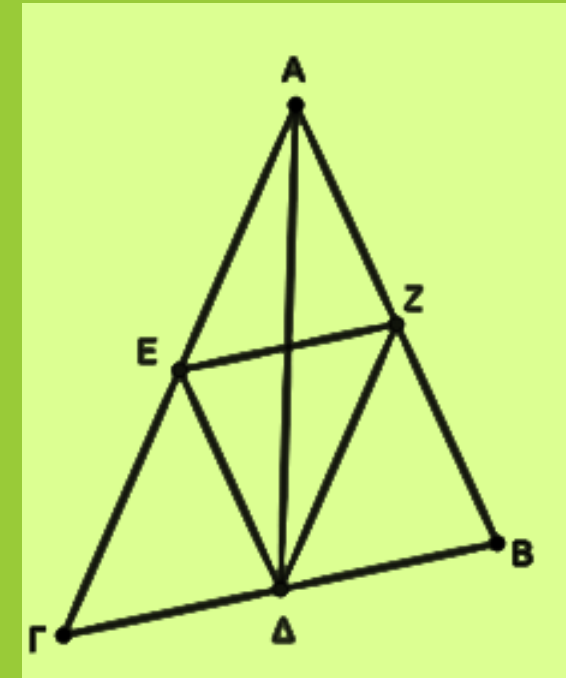
α) Αν επιπλέον το ευθύγραμμο τμήμα  $A\Delta$  ενώνει την κορυφή  $A$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  και το μέσο  $\Delta$  της απέναντι πλευράς  $B\Gamma$ , όπως στο σχήμα, να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα  $E\Delta\Gamma$  και  $AB\Gamma$  είναι όμοια με λόγο ομοιότητας  $\frac{1}{2}$ .

ii. Για το εμβαδόν  $(AE\Delta Z)$  του τετραπλεύρου  $AE\Delta Z$  ισχύει ότι  $(AE\Delta Z) = (AB\Gamma) - 2(E\Delta\Gamma)$ .

iii. Το εμβαδόν του τετραπλεύρου  $AE\Delta Z$  είναι ίσο με το  $\frac{1}{2}$  του εμβαδού του τριγώνου  $AB\Gamma$ . (Μονάδες 18)

β) Αν το σημείο  $\Delta$  είναι τυχαίο εσωτερικό σημείο της πλευράς  $B\Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ , τότε ισχύει ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου  $AE\Delta Z$  είναι ίσο με το  $\frac{1}{2}$  του εμβαδού του τριγώνου  $AB\Gamma$ ; (Μονάδες 07)



## Θέμα 18369 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$ ,  $\hat{A} = 36^\circ$ .

α) Αν η  $B\Delta$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $B$ , να αποδείξετε ότι:

Τα τρίγωνα  $B\Delta\Gamma$  και  $AB\Gamma$  είναι όμοια. (Μονάδες 10)

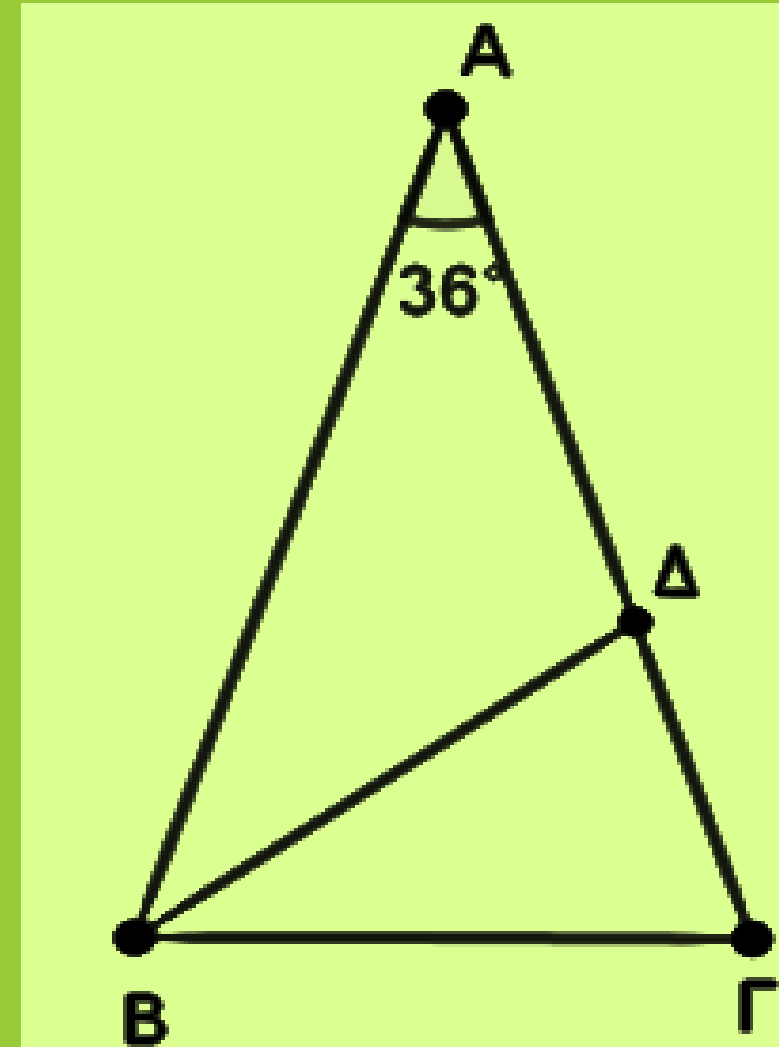
Να γράψετε τους λόγους των ανάλογων πλευρών.

(Μονάδες 06)

β) Μετακινούμε το σημείο  $\Delta$  στο εσωτερικό της  $A\Gamma$ .

Για ποια θέση του σημείου  $\Delta$  θα ισχύει  $\frac{(AB\Delta)}{(\Delta B\Gamma)} = 3$ .

(Μονάδες 09)



# Θέμα 21350 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

Στο σχήμα δίνονται ότι  $\hat{B} = \hat{E} = 90^\circ$ ,  $AE = 8$ ,  $EB = 4$  και  $DE = 4$ .

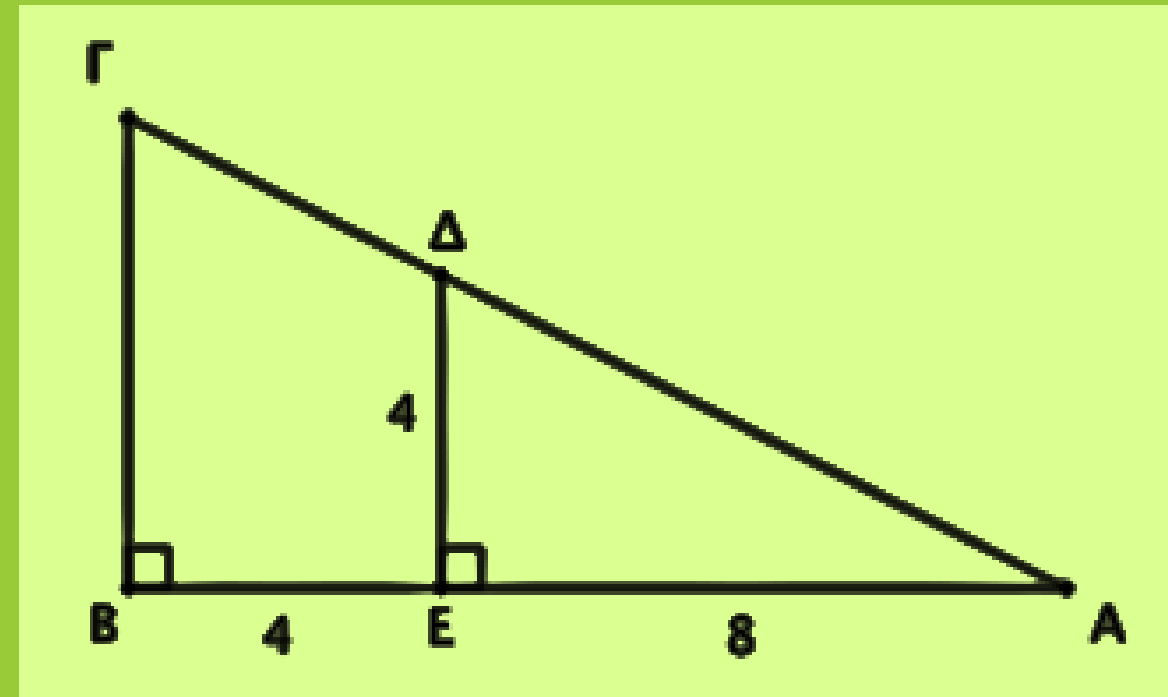
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AE\Delta$  και  $AB\Gamma$  είναι όμοια.

(Μονάδες 10)

β) Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων  $AE\Delta$  και  $AB\Gamma$ . (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς  $B\Gamma$ .

(Μονάδες 05)



## Θέμα 21975 - 1ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το τρίγωνο που ορίζεται από τις ευθείες δύο πλευρών τριγώνου και μία παράλληλη προς την τρίτη πλευρά του, έχει πλευρές ανάλογες προς τις πλευρές του αρχικού τριγώνου.
2. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι πάντοτε όμοια.
3. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, ο λόγος των τετραγώνων των καθέτων πλευρών του είναι ίσος με το λόγο των προβολών τους πάνω στην υποτεινούσα.
4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει  $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$ , τότε το τρίγωνο είναι πάντοτε οξυγώνιο.
5. Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β) Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε να αποδείξετε ότι ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές. (Μονάδες 15)

# Θέμα 21986 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

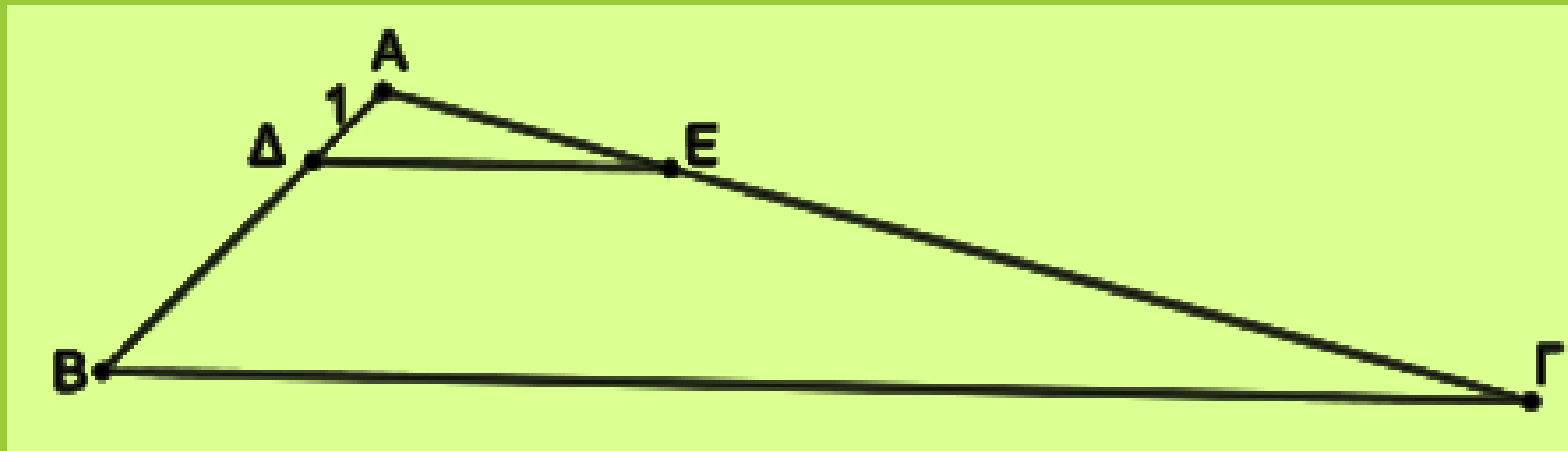
Στις πλευρές  $AB$  και  $AG$  τριγώνου  $ABΓ$  παίρνουμε σημεία  $\Delta$  και  $E$  αντίστοιχα ώστε η  $\Delta E$  να είναι παράλληλη στην  $BΓ$  και  $A\Delta = 1$ , όπως στο σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι  $AE \cdot B\Delta = GE$ . (Μονάδες 10)

β) Αν επιπλέον  $B\Delta = AE$  και  $GE = 9$ :

i. Να αποδείξετε ότι  $B\Delta = 3$  και  $AB = 4$ . (Μονάδες 10)

ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $A\Delta E$  και  $ABΓ$  είναι όμοια και να υπολογίσετε το λόγο ομοιότητάς τους. (Μονάδες 05)





## Θέμα 22100 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 4

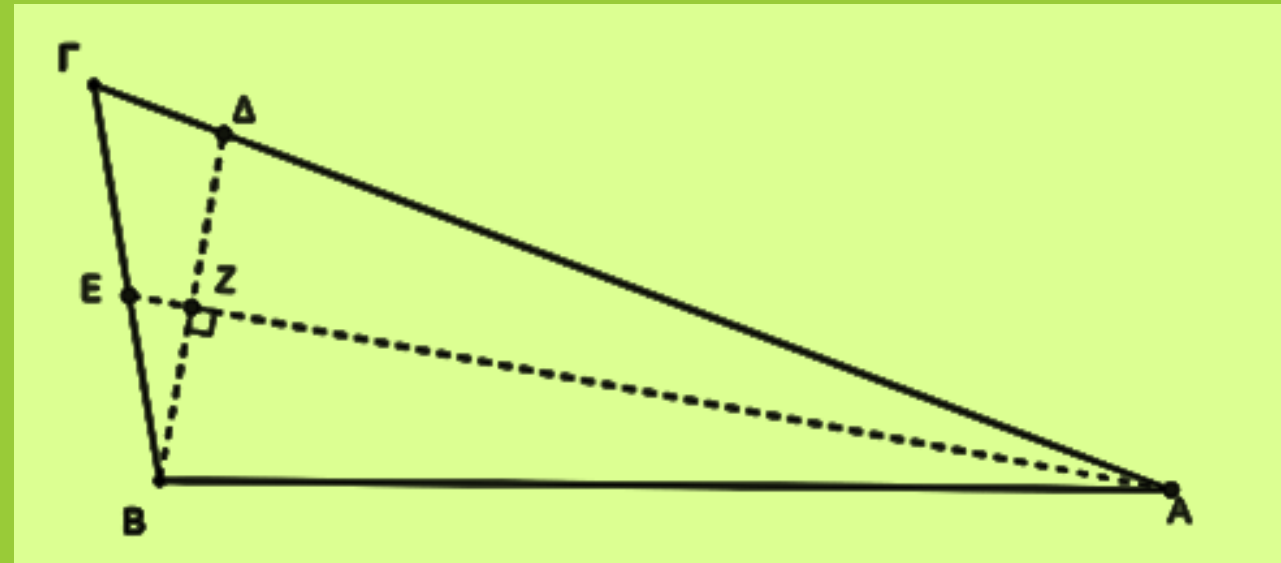
Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με γωνίες  $\hat{A} = 20^\circ$ ,  $\hat{B} = 100^\circ$ , και η διχοτόμος  $AE$  της γωνίας του  $\hat{A}$ . Από το  $B$  φέρνουμε την κάθετη προς την  $AE$  και έστω  $Z$ ,  $\Delta$  τα σημεία τομής της καθέτου με τις  $AE$ ,  $A\Gamma$  αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\widehat{B\Delta} = \hat{A} = 20^\circ \quad (\text{Μονάδες } 10)$$

Το τρίγωνο  $B\Delta\Gamma$  είναι όμοιο με το τρίγωνο  $AB\Gamma$ , να γράψετε τα ζεύγη των ομόλογων πλευρών τους και να αιτιολογήσετε γιατί είναι αυτές οι πλευρές ομόλογες. (Μονάδες 10)

β) Να σχεδιάσετε εξωτερικά του τριγώνου  $AB\Gamma$  δύο τετράπλευρα: ένα τετράγωνο με πλευρά την  $B\Gamma$  και ένα ορθογώνιο που η μία του πλευρά είναι η πλευρά  $A\Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  και η άλλη του πλευρά είναι ευθύγραμμο τμήμα ίσο με το ευθύγραμμο τμήμα  $\Gamma\Delta$ . Να εξετάσετε αν τα δυο τετράπλευρα, που σχεδιάσατε, έχουν ίσα εμβαδά. (Μονάδες 5)



Για να βρει το ύψος ενός δέντρου, ένας μαθητής ύψους 1,60 m σκέφτηκε να μετρήσει το μήκος της σκιάς του δέντρου και το μήκος της δικιάς του σκιάς πάνω στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κάποια χρονική στιγμή μιας ηλιόλουστης ημέρας. Στέκεται σε θέση έτσι ώστε, η άκρη της σκιάς του να συμπίπτει με την άκρη της σκιάς του δέντρου. Ο μαθητής μετράει και βρίσκει ότι η σκιά του έχει μήκος 2m και η σκιά του δέντρου ότι έχει μήκος 5m.

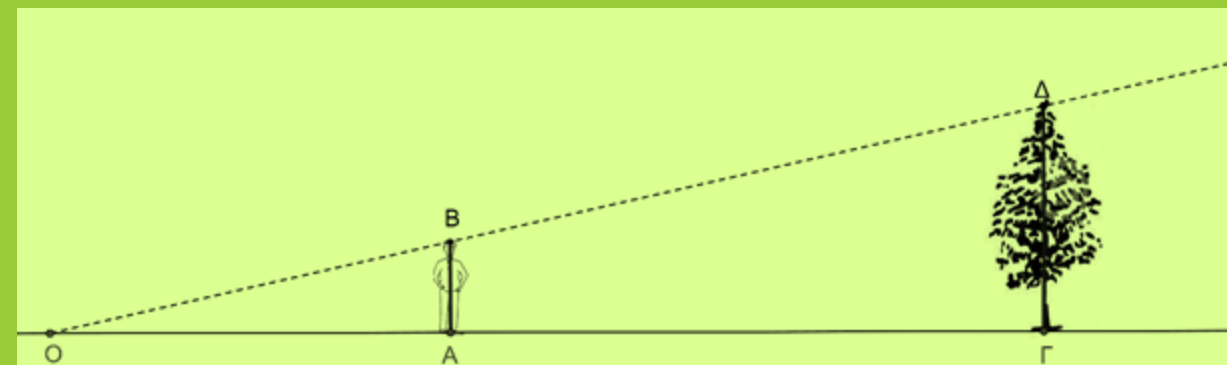
Στο σχέδιο που ακολουθεί, τα τμήματα ΟΑ και ΟΓ, με κοινό άκρο Ο, αναπαριστούν τα μήκη των σκιών του μαθητή και του δέντρου αντίστοιχα και έχουν τον ίδιο φορέα ΟΓ, τα δε τμήματα ΑΒ και ΓΔ αναπαριστούν τα αντίστοιχα ύψη μαθητή και δέντρου και θεωρούνται κάθετα στην ΟΓ.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΓΟΔ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους. (Μονάδες 12)

Να βρείτε το ύψος του δέντρου. (Μονάδες 8)

β) Μπορεί ο μαθητής να χρησιμοποιήσει την ίδια μέθοδο για να μετρήσει το ύψος του ίδιου δέντρου μια άλλη ώρα της ημέρας; Ποια από τα αρχικά δεδομένα του προβλήματος θα άλλαζαν στην περίπτωση αυτή; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας. (Μονάδες 5)

(σημειώνεται ότι τα σχέδια δεν έχουν γίνει υπό κλίμακα)



# Θέμα 21783 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 3

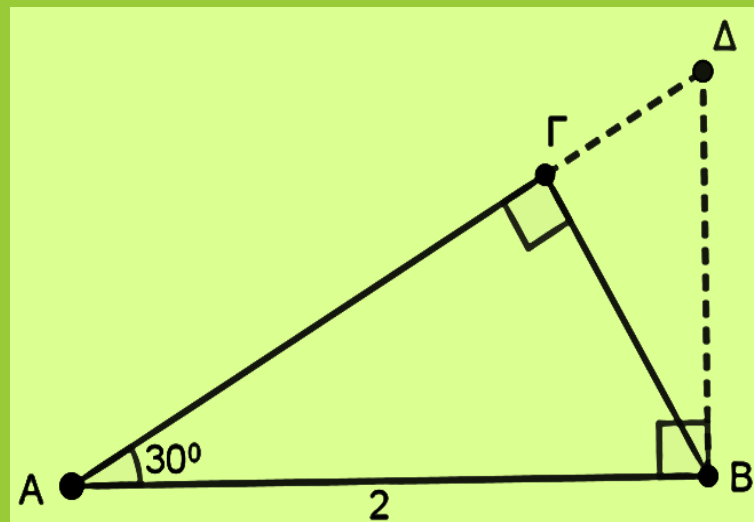
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ , με  $\hat{\Gamma} = 90^\circ$ ,  $\hat{A} = 30^\circ$  και  $AB = 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $A\Gamma = \sqrt{3}$ . (Μονάδες 7)

β) Φέρνουμε κάθετη στην  $AB$ , στο σημείο  $B$ , που τέμνει την προέκταση της  $A\Gamma$  στο

$\Delta$ . Να αποδείξετε ότι  $A\Delta = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ . (Μονάδες 10)

γ) Αν  $K$  είναι το μέσο της  $A\Delta$ , να αποδείξετε ότι  $(KAB) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . (Μονάδες 8)



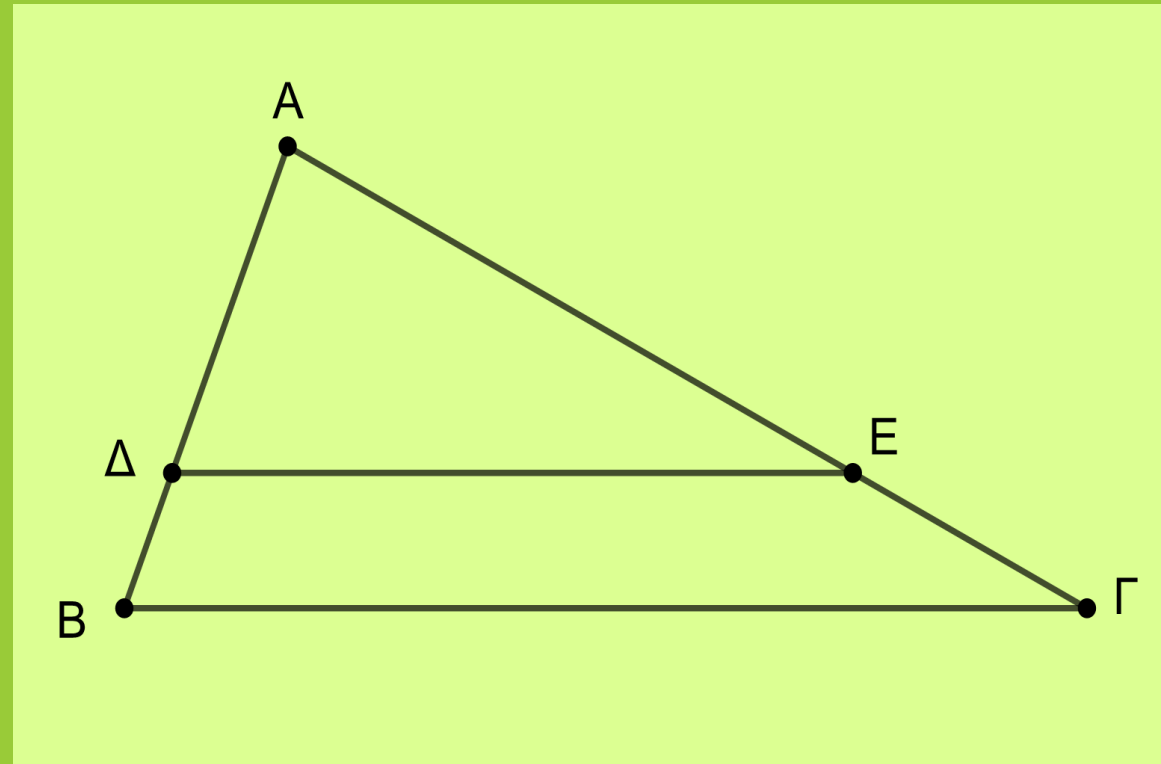
## Θέμα 21120 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = \sqrt{2}$ . Από σημείο  $\Delta$  της πλευράς  $AB$  ώστε  $A\Delta = 1$ , φέρνουμε παράλληλη στη  $B\Gamma$  η οποία τέμνει την  $A\Gamma$  στο σημείο  $E$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

τα τρίγωνα  $A\Delta E$  και  $AB\Gamma$  είναι όμοια και να γράψετε τον λόγο ομοιότητας, το εμβαδόν του τριγώνου  $A\Delta E$  είναι το μισό του εμβαδού του τριγώνου  $AB\Gamma$ . (Μονάδες 18)

β) Αν το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι 2, να βρείτε τα εμβαδά του τριγώνου  $A\Delta E$  και του τραπεζίου  $B\Gamma E\Delta$ . (Μονάδες 7)



# Θέμα 21304 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

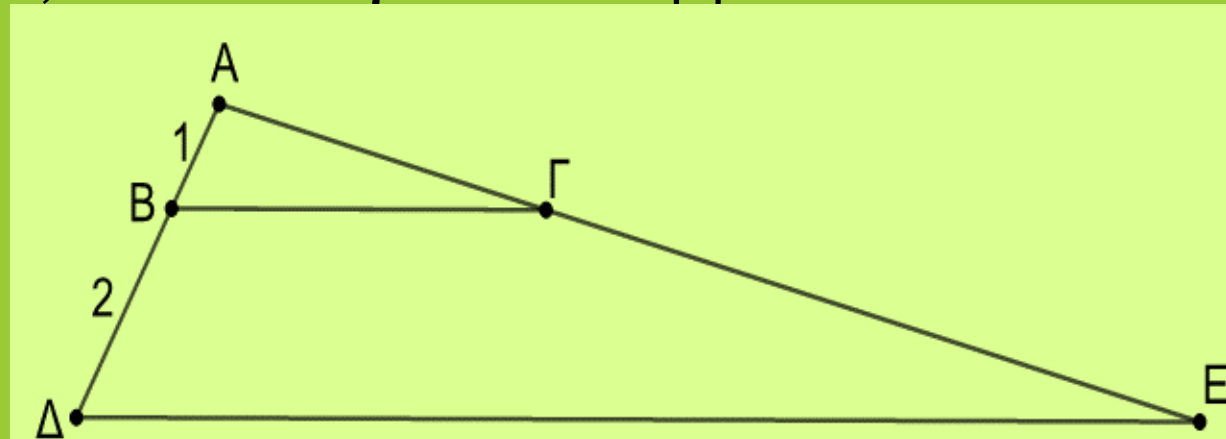
Δίνεται το τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = 1$ . Στις προεκτάσεις των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$  παίρνουμε σημεία  $\Delta$  και  $E$ , αντίστοιχα, ώστε η  $\Delta E$  να είναι παράλληλη στη  $B\Gamma$  και  $B\Delta = 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\Delta E$  είναι όμοια με λόγο ομοιότητας  $\frac{1}{3}$ .

(Μονάδες 10)

β) Αν η περίμετρος του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι ίση με 8,5, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου  $A\Delta E$ . (Μονάδες 08)

γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου  $A\Delta E$  είναι 15, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ . (Μονάδες 07)



# Θέμα 16732 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

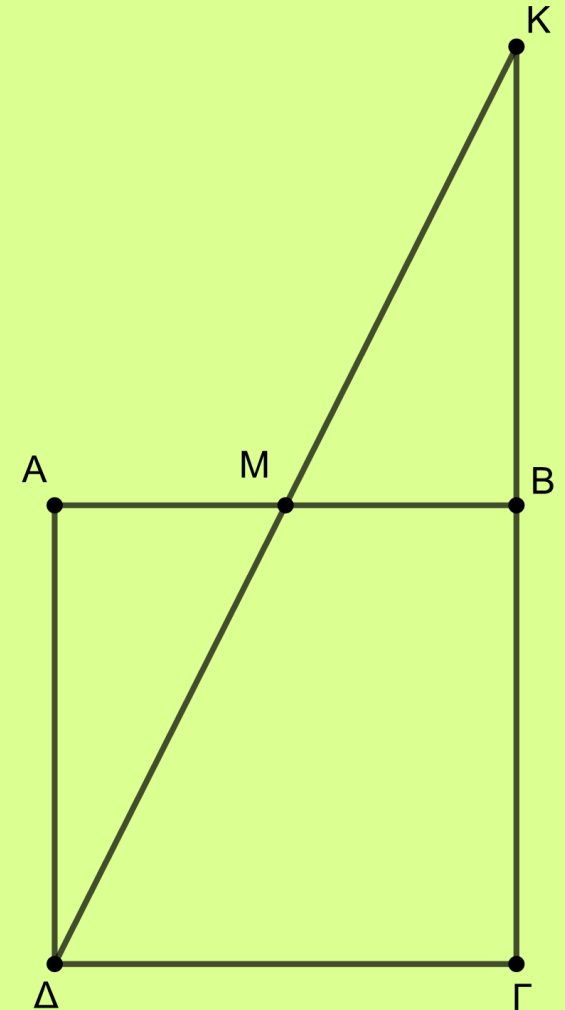
Έστω τετράγωνο  $ΑΒΓΔ$  και  $Μ$  το μέσο της  $ΑΒ$ . Οι ευθείες  $ΔΜ$  και  $ΓΒ$  τέμνονται στο  $Κ$ . Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα  $ΜΚΒ$  και  $ΔΚΓ$  είναι όμοια. (5 μονάδες )

β)  $(ΜΚΒ) = \frac{1}{4} (ΔΚΓ)$  (5 μονάδες )

γ)  $(ΜΒΓΔ) = \frac{3}{4} (ΑΒΓΔ)$ . (10 μονάδες )

δ) Αν  $(ΜΒΓΔ) = 75 \text{ m}^2$  να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου. (5 μονάδες )



# Θέμα 18370 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ημικύκλιο κέντρου  $O$  και διαμέτρου  $AB = 2\rho$ . Στην προέκταση του  $AB$  προς το  $B$ , θεωρούμε σημείο  $M$ . Από το  $M$  φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα  $M\Gamma$  στο ημικύκλιο. Αν η εφαπτόμενη του ημικυκλίου στο σημείο  $A$  τέμνει την προέκταση της  $M\Gamma$  στο  $\Delta$  τότε:

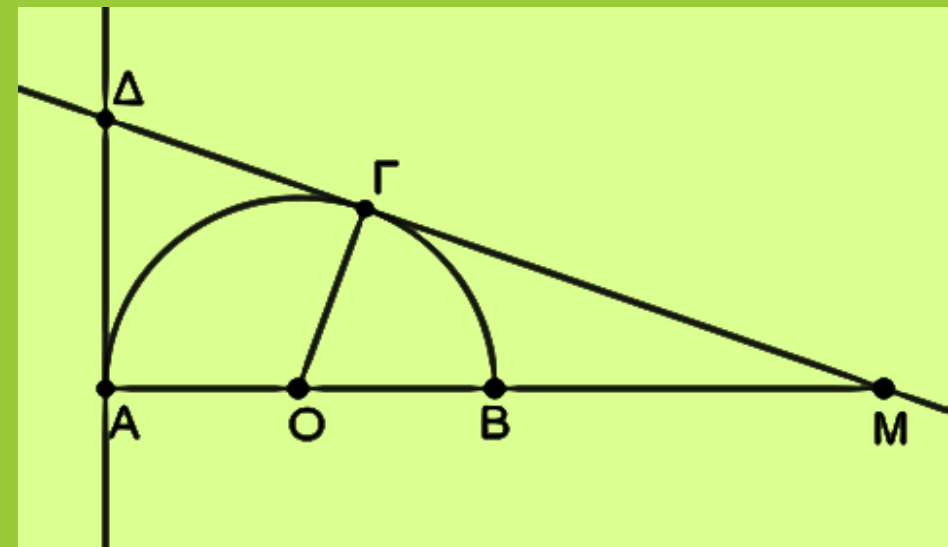
α) Αν  $BM = 2\rho$  να αποδείξετε ότι  $M\Gamma = 2\sqrt{2}\rho$ . (Μονάδες 09)

β) Να αποδείξετε ότι  $\frac{MO}{M\Gamma} = \frac{M\Delta}{MA}$ . (Μονάδες 09)

Αν για το  $M$  ισχύει ότι  $BM = \lambda \cdot \rho$ , όπου  $\lambda$  θετικός αριθμός,

να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του  $\lambda$ ,

τέτοια ώστε  $(A\Delta M) = 9(MO\Gamma)$ . (Μονάδες 07)



## Θέμα 14535 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 2

Δίνονται δύο τρίγωνα  $ΑΒΓ$  και  $ΔΕΖ$  για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$ΑΒ = 9$ ,  $ΑΓ = 15$  και  $\hat{Α} = 48^\circ$ ,  $ΖΔ = 12$ ,  $ΖΕ = 20$  και  $\hat{Ζ} = 48^\circ$ .

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα  $ΑΒΓ$  και  $ΔΕΖ$  είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

(Μονάδες 12)



## Θέμα 14536 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 2

Για δύο ισοσκελή τρίγωνα  $ΑΒΓ$  ( $ΑΒ = ΑΓ$ ) και  $ΕΔΖ$  ( $ΕΔ = ΕΖ$ ) γνωρίζουμε ότι:

$$\hat{Α} = 48^\circ, \hat{Ζ} = 66^\circ \text{ και } ΑΒ = 3 \cdot ΕΔ.$$

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα  $ΑΒΓ$  και  $ΕΔΖ$  είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των δυο τριγώνων

Να βρείτε το λόγο των βάσεων των δυο τριγώνων.

(Μονάδες 12)

## Θέμα 14537 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 2

Δίνονται δύο τρίγωνα  $ΑΒΓ$  και  $ΔΕΖ$  για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$$\hat{A} = 48^\circ, \hat{B} = 53^\circ, \hat{E} = 79^\circ \text{ και } \hat{Z} = 48^\circ.$$

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα  $ΑΒΓ$  και  $ΔΕΖ$  είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β)

Ποιες είναι οι ομόλογες πλευρές των δύο τριγώνων; (Μονάδες 9)

Να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

(Μονάδες 6)

# Θέμα 14538 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα τα τμήματα  $AB$  και  $\Delta E$  είναι παράλληλα και τα τμήματα  $A\Gamma$  και  $\Gamma E$  είναι τέτοια, ώστε  $A\Gamma = 2\Gamma E$ .

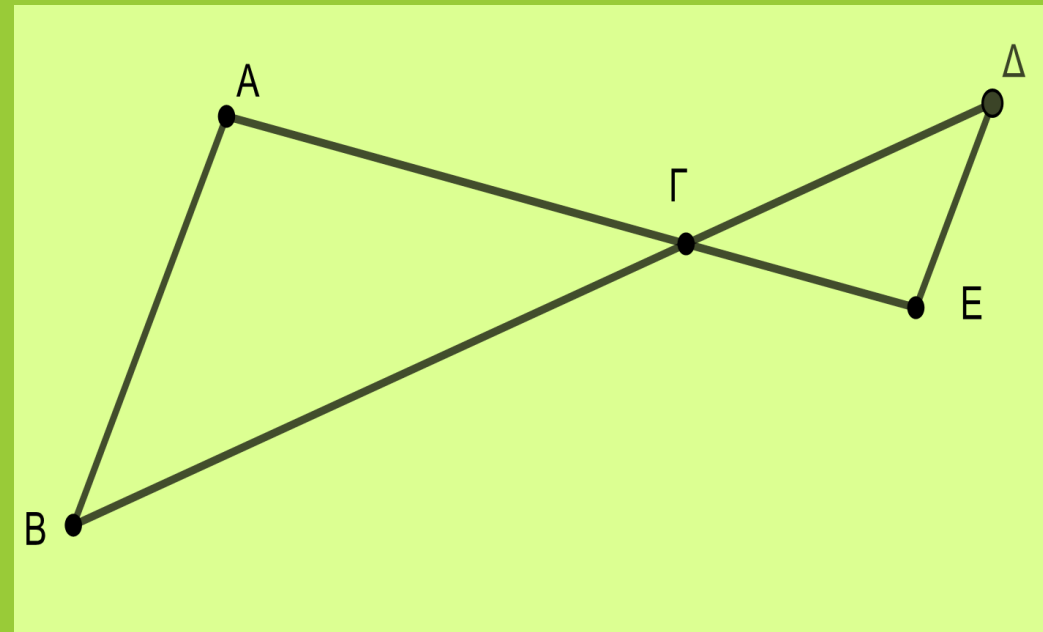
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $E\Delta\Gamma$  είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δύο τριγώνων.

Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων;

(Μονάδες 12)



# Θέμα 14546 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΕ και ΒΔ τέμνονται στο Γ, τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ που σχηματίζονται είναι ισοσκελή και οι βάσεις τους ΑΒ και ΔΕ είναι τέτοιες, ώστε  $AB = 2 \cdot \Delta E$ .

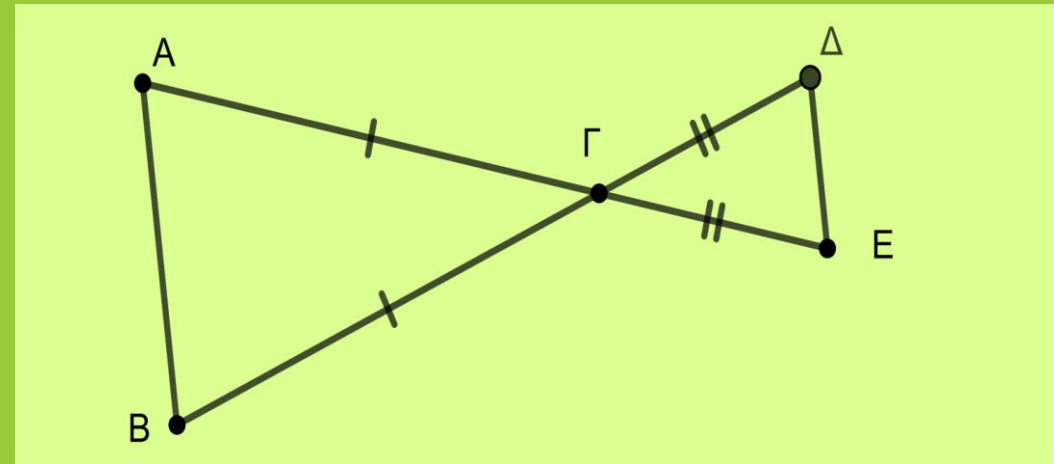
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΔΕ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

β)

Να γράψετε την ισότητα των λόγων που προκύπτει από την ομοιότητα των τριγώνων του ερωτήματος α).

Ποια σχέση συνδέει τις πλευρές ΑΓ και ΓΕ των δύο τριγώνων;

(Μονάδες 12)



# Θέμα 16582 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

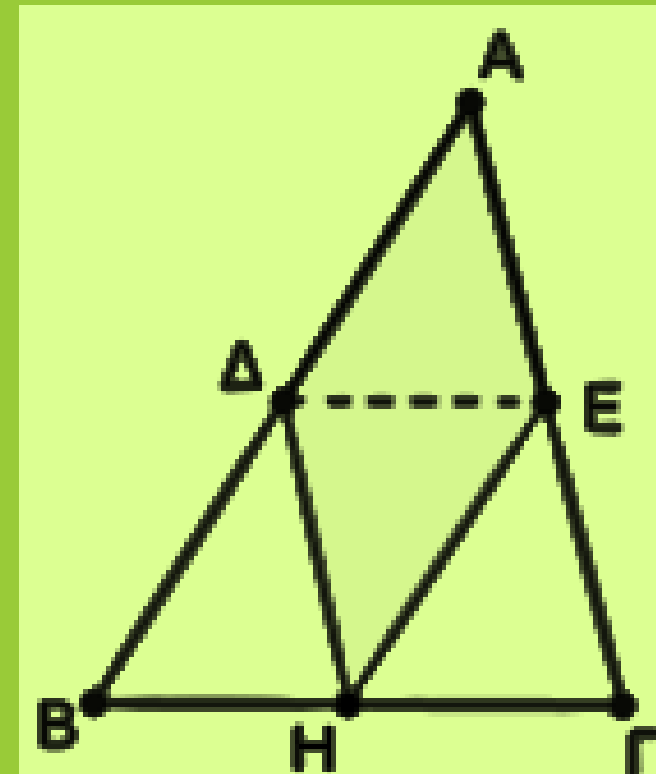
Στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ τα Δ και Ε είναι σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

α) Έστω ότι  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AG} = \frac{1}{2}$ .

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίσο με το  $\frac{1}{4}$  του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 07)

ii. Αν Η είναι σημείο του ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΔΗΕ είναι ίσο με το μισό του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 12)

β) Αν γνωρίζετε ότι  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AG} = \lambda$ , τότε ποια είναι η σχέση των εμβαδών του τετραπλεύρου ΑΔΗΕ και του τριγώνου ΑΒΓ; (Μονάδες 06)



# Θέμα 17348 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα το  $ΑΒΓΔ$  είναι ορθογώνιο με  $ΑΒ = 6$  και το  $Ε$  σημείο της πλευράς  $ΒΓ$ , ώστε  $ΒΕ = 2$ . Έστω  $ΔΖ$  το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο  $Δ$  προς την  $ΑΕ$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $ΑΕ = 2\sqrt{10}$ .

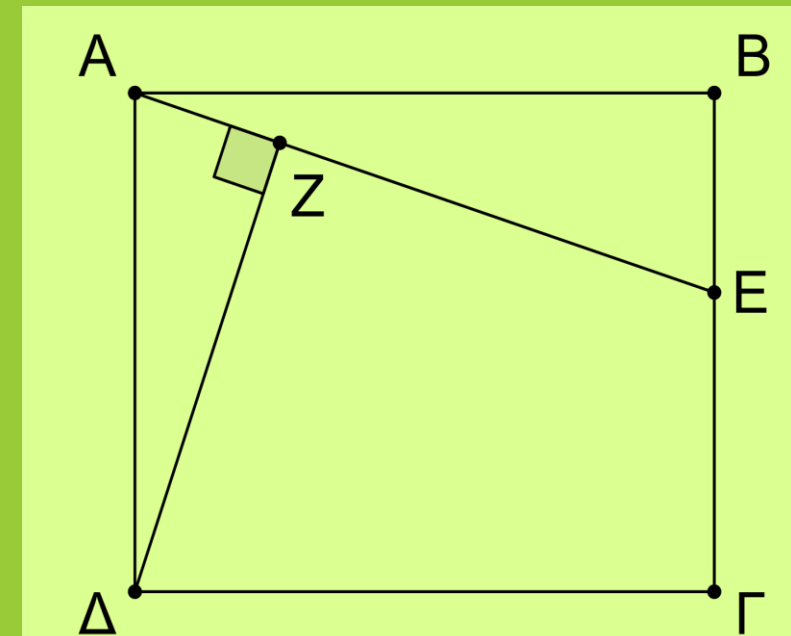
(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ΑΒΕ$  και  $ΔΖΑ$  είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία που προκύπτει από τους λόγους των ομόλογων πλευρών τους.

(Μονάδες 9)

γ) Αν  $ΔΖ = ΖΕ$ , να υπολογίσετε το μήκος του  $ΑΔ$ .

(Μονάδες 8)



# Θέμα 18101 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

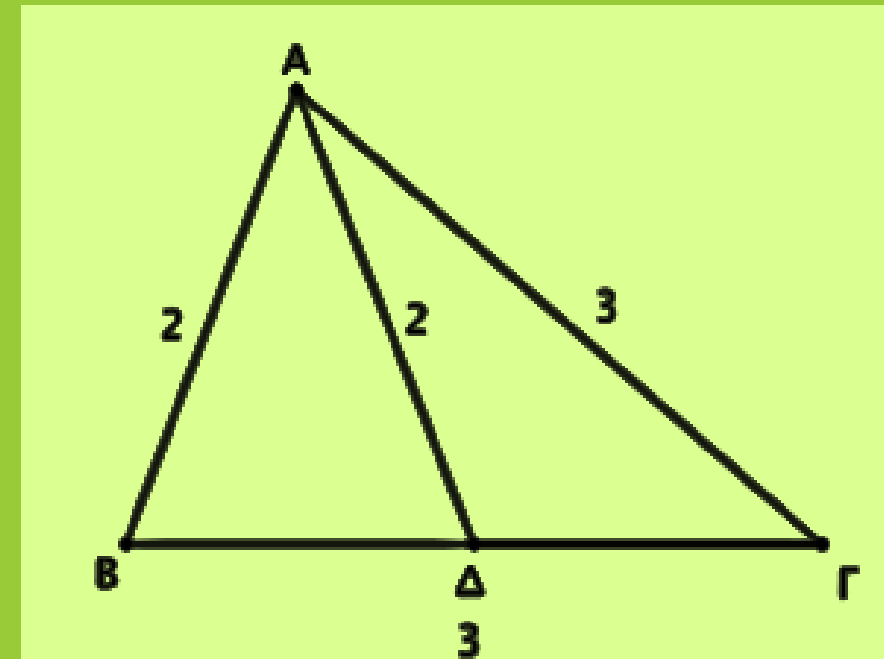
## ΘΕΜΑ 2

Στο σχήμα, τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $AB\Delta$  είναι ισοσκελή με  $A\Gamma = B\Gamma = 3$  και  $AB = A\Delta = 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες  $\hat{B}$  και  $B\hat{A}\Gamma$  είναι ίσες. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $B\Delta A$  είναι όμοια. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τον λόγο  $\frac{(AB\Gamma)}{(B\Delta A)}$  των εμβαδών των δύο τριγώνων (Μονάδες 8)



# Θέμα 18371 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $\Delta$  μέσο της  $A\Gamma$ . Από το  $\Delta$  φέρουμε  $\Delta E$  παράλληλη στην  $B\Gamma$  και ίση με το μισό της  $AB$  όπως στο σχήμα.

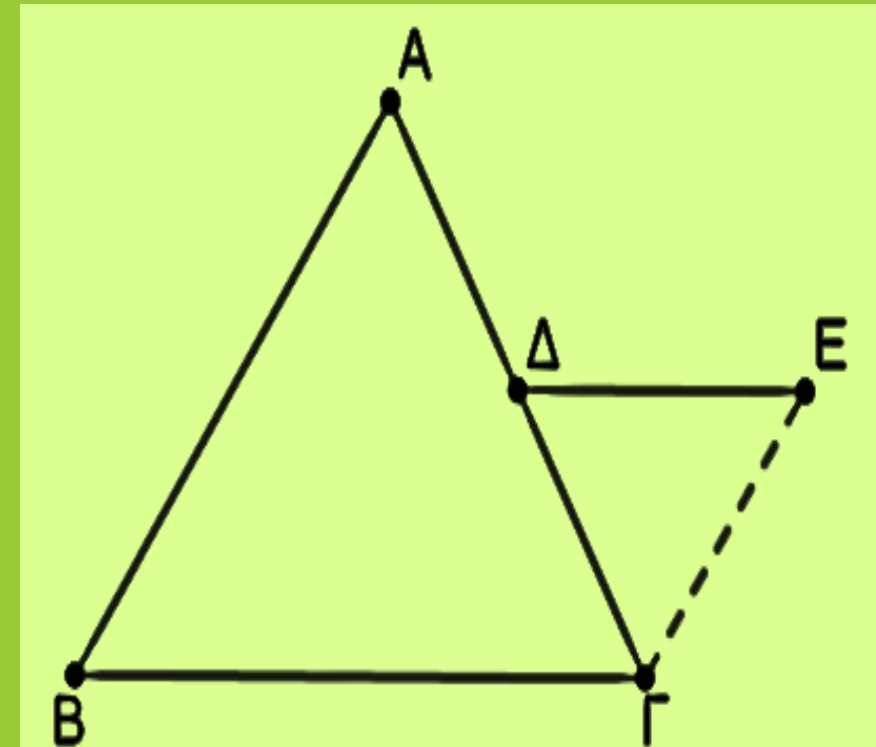
α) Να αποδείξετε ότι:  $\frac{(\Delta E\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \frac{\Delta E}{2B\Gamma}$ . (Μονάδες 10)

Αν το  $\Delta E\Gamma B$  είναι παραλληλόγραμμο, τότε να αποδείξετε ότι  $(\Delta E\Gamma) = (AB\Delta)$ . (Μονάδες 10)

β) Σε ένα τεστ που χρειάστηκε από τους μαθητές να βρεθεί ο λόγος  $\frac{(\Delta E\Gamma)}{(AB\Gamma)}$  ένας μαθητής έγραψε:

«Παρατηρώ ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta E\Gamma$  έχουν  $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma}$ , ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων  $\Delta E$  και  $B\Gamma$  που τέμνονται από την  $\Delta\Gamma$  και δύο πλευρές τους ανάλογες, αφού  $\frac{\Delta\Gamma}{A\Gamma} = \frac{\Delta E}{AB} = \frac{1}{2}$ . Επειδή έχουν δύο πλευρές ανάλογες μία προς μία και τις γωνίες τους  $\hat{\Delta}, \hat{\Gamma}$  ίσες, τα τρίγωνα θα είναι όμοια. Επομένως, ο λόγος των εμβαδών τους θα ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους.  $\frac{(\Delta E\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \left(\frac{\Delta E}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ».

Ο καθηγητής του του είπε ότι έχει κάνει ένα σημαντικό λάθος. Μπορείτε να εντοπίσετε σε ποιο σημείο ο συλλογισμός του μαθητή είναι λανθασμένος; (Μονάδες 05)





## Θέμα 16770 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 2

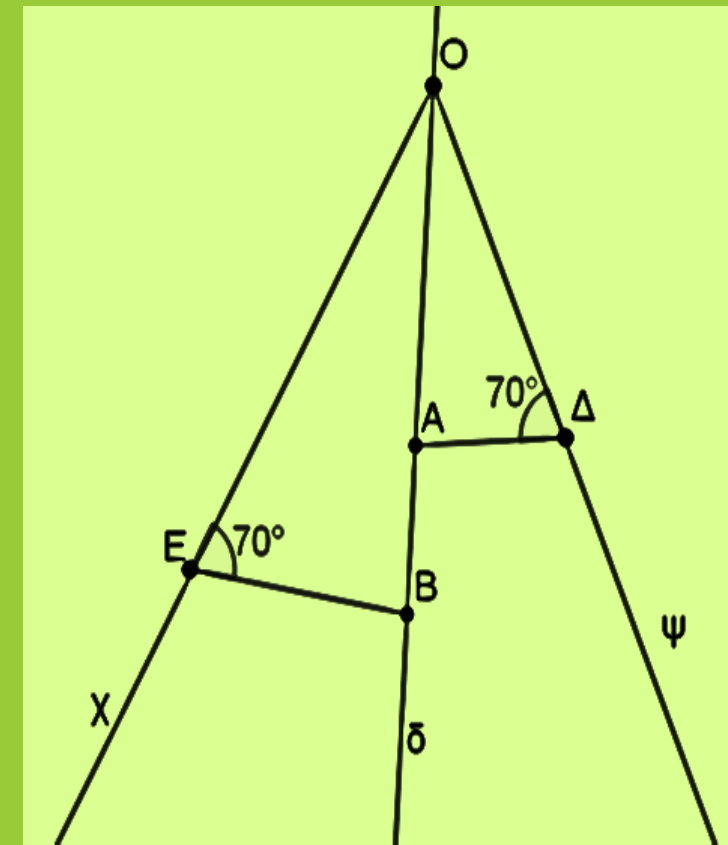
Δίνεται γωνία  $\chi\hat{O}\psi$  και η διχοτόμος της  $O\delta$ . Πάνω στην  $O\delta$  παίρνουμε τυχαία σημεία  $A$  και  $B$ . Θεωρούμε σημείο  $E$  στην πλευρά  $O\chi$  τέτοιο ώστε  $O\hat{E}B = 70^\circ$  και σημείο  $\Delta$  στην  $O\psi$  τέτοιο ώστε  $O\hat{\Delta}A = 70^\circ$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ΟΕΒ$  και  $ΟΔΑ$  είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β) Αν  $\frac{OA}{OB} = \frac{2}{3}$  να υπολογίσετε τους λόγους των ανάλογων πλευρών των τριγώνων.

(Μονάδες 06)

γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου  $ΟΑΔ$  είναι 28 τ.μ. να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου  $ΟΕΒ$  (Μονάδες 09)



# Θέμα 16755 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $B\Gamma = 2A\Gamma$  και σημείο  $\Delta$  στην πλευρά  $B\Gamma$  τέτοιο ώστε  $A\Gamma = 2\Gamma\Delta$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

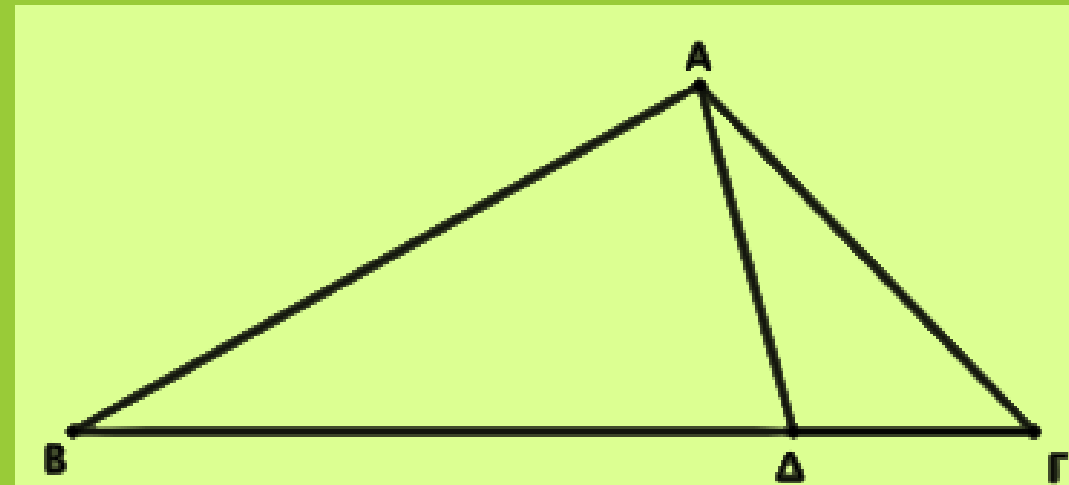
α) Να υπολογίσετε τους λόγους

$$\frac{B\Gamma}{A\Gamma} \text{ και } \frac{A\Gamma}{\Gamma\Delta} \text{ (Μονάδες 8)}$$

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta A\Gamma$  είναι όμοια. (Μονάδες 9)

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων  $AB\Gamma$  και  $\Delta A\Gamma$  και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$\widehat{B\hat{A}\Gamma} = \dots\dots, \widehat{B} = \dots\dots \text{ (Μονάδες 8)}$$



# Θέμα 16757 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

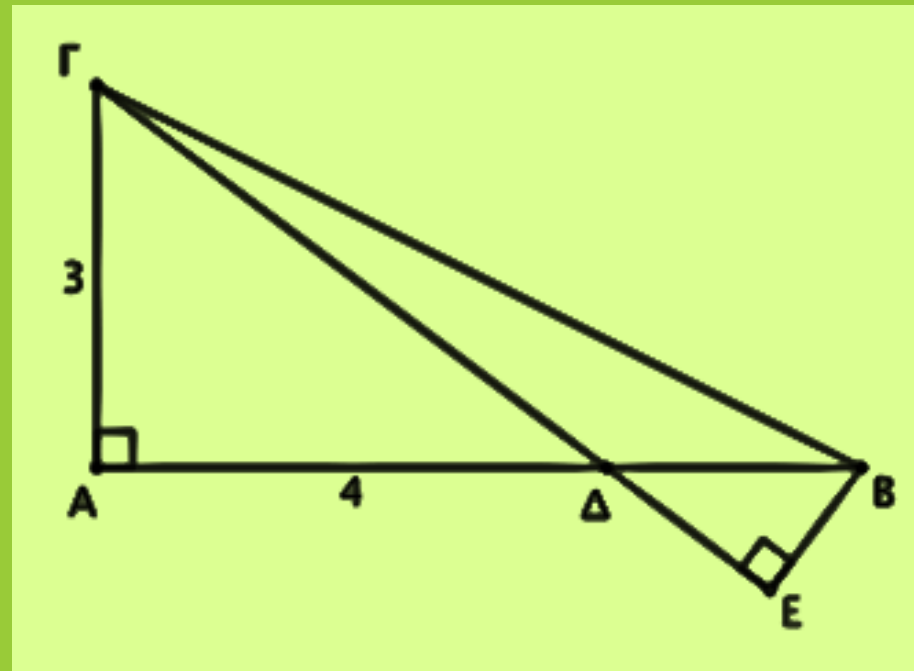
## ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 6$  και  $A\Gamma = 3$ . Θεωρούμε σημείο  $\Delta$  στην πλευρά  $AB$ , τέτοιο ώστε  $A\Delta = 4$ . Φέρουμε την απόσταση  $BE$  της κορυφής  $B$  από την  $\Gamma\Delta$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε το τμήμα  $\Gamma\Delta$ . (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $A\Delta\Gamma$  και  $E\Delta B$  είναι όμοια. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος  $BE$ . (Μονάδες 8)



ΘΕΜΑ 2

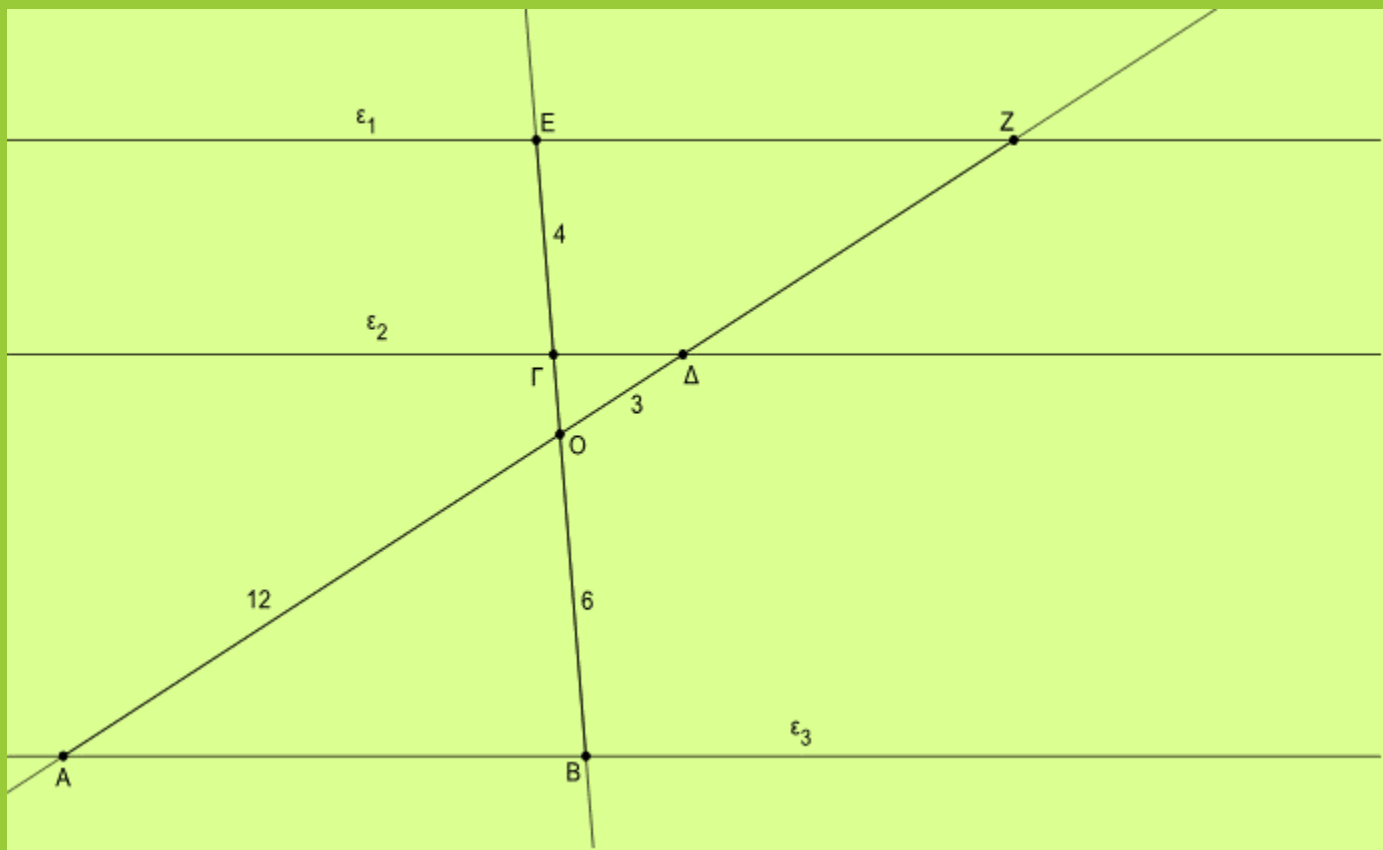
Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  και  $\varepsilon_3$  είναι παράλληλες. Δίνονται ότι  $GE = 4$ ,  $OD = 3$ ,  $OA = 12$ ,  $OB = 6$ .

α) Να υπολογίσετε τα τμήματα  $OG$  και  $\Delta Z$ . (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $OEZ$  και  $OBA$  είναι όμοια. (Μονάδες 09)

γ) Αν  $OG = 1.5$  και  $\Delta Z = 8$ , να υπολογίσετε τον λόγο  $\frac{EZ}{AB}$ .

(Μονάδες 06)



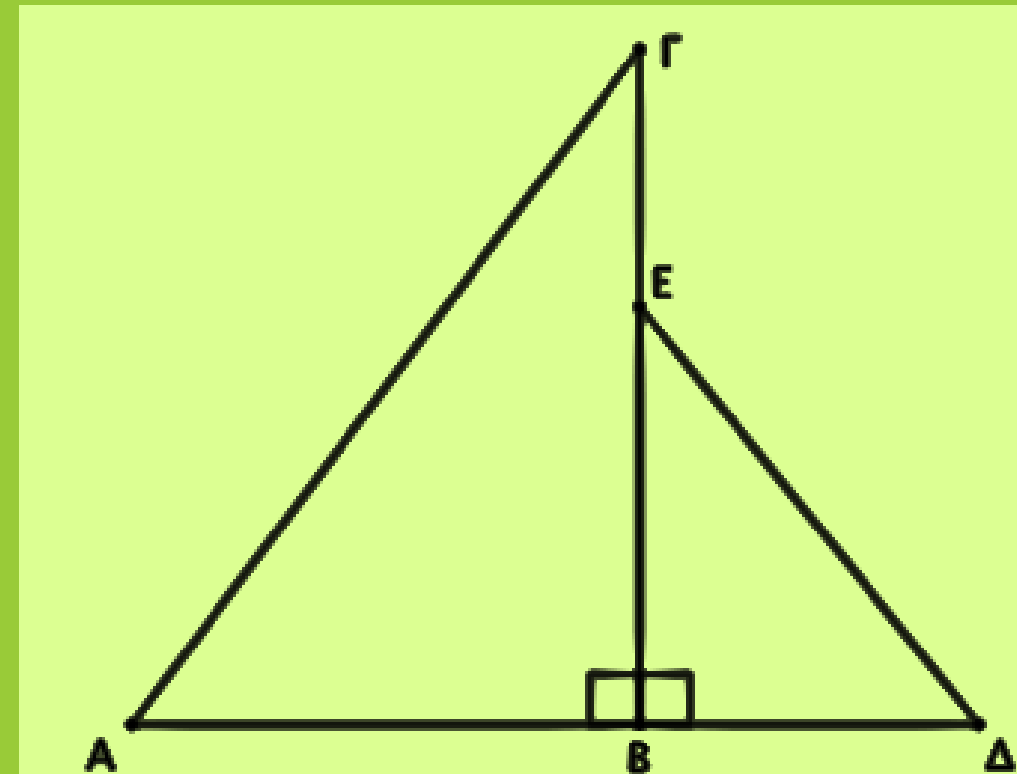
# Θέμα 16099 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι  $\hat{A} = \hat{\Delta}$ ,  $A\Gamma = 36$ ,  $B\Delta = 16$  και  $E\Delta = 24$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta B E$  είναι όμοια. (Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε την πλευρά  $AB$ . (Μονάδες 10)



# Θέμα 16100 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι  $AE = 5$ ,  $AG = 4$ ,  
 $EG = 2$ ,  $DE = 6$ ,  $BE = 15$  και  $BD = 12$ .

α) Να υπολογίσετε τους λόγους

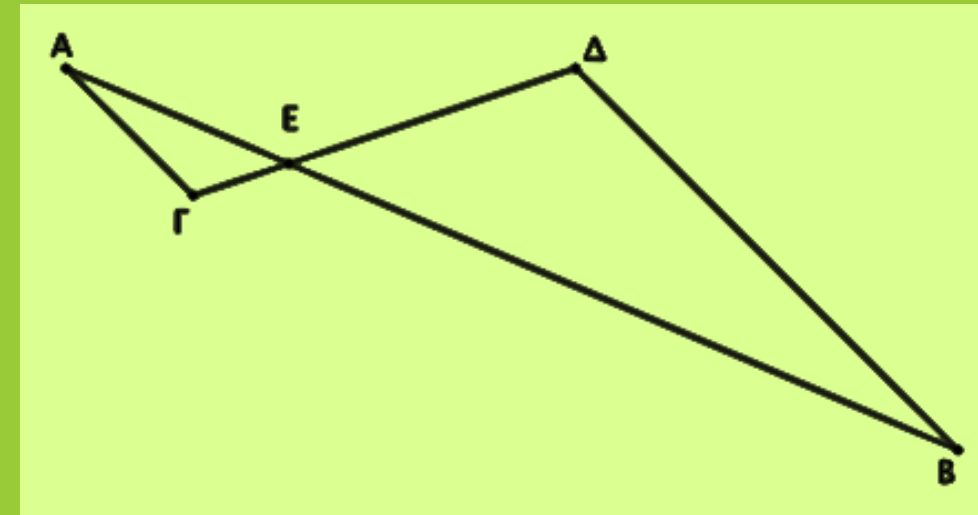
$$\frac{BD}{AG}, \frac{DE}{EG}, \frac{BE}{AE} \text{ (Μονάδες 9)}$$

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AEΓ$  και  $BEΔ$  είναι  
όμοια. (Μονάδες 8)

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι  
οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων  
 $AEΓ$  και  $BEΔ$  και να αιτιολογήσετε την απάντησή  
σας.

$$\hat{A} = \dots, \quad \hat{\Gamma} = \dots, \quad \angle \hat{E} = \dots$$

(Μονάδες 8)

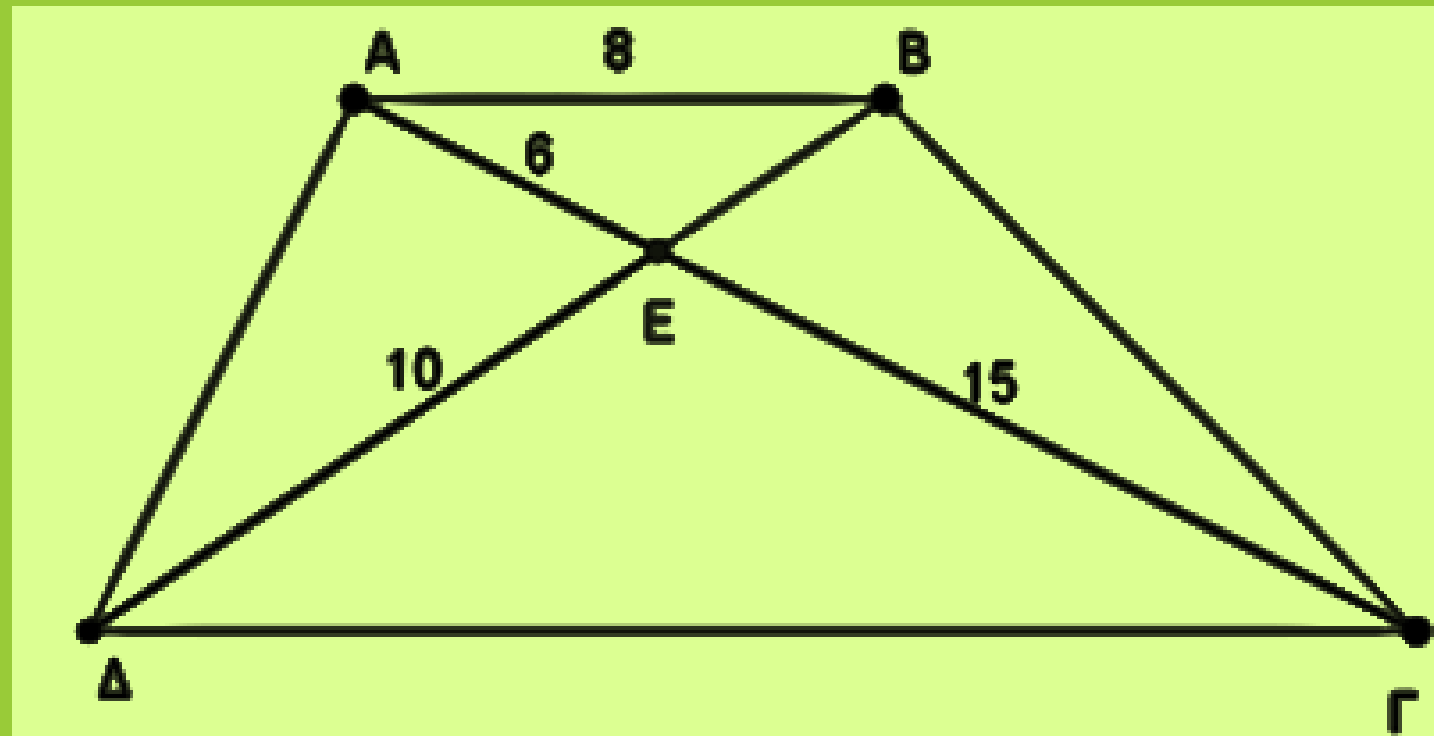


# Θέμα 16113 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τραπέζιο  $ΑΒΓΔ$  με  $ΑΒ \parallel ΔΓ$ ,  $Ε$  σημείο τομής των διαγώνιων,  $ΑΕ = 6$ ,  $ΑΒ = 8$ ,  $ΓΕ = 15$  και  $ΔΕ = 10$ .

- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $ΑΕΒ$  και  $ΓΕΔ$  είναι όμοια. (Μονάδες 09)
- Να γράψετε την αναλογία των ομόλογων πλευρών τους. (Μονάδες 09)
- Να υπολογίσετε τα τμήματα  $ΒΕ$  και  $ΓΔ$ . (Μονάδες 07)



# Θέμα 16126 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 2

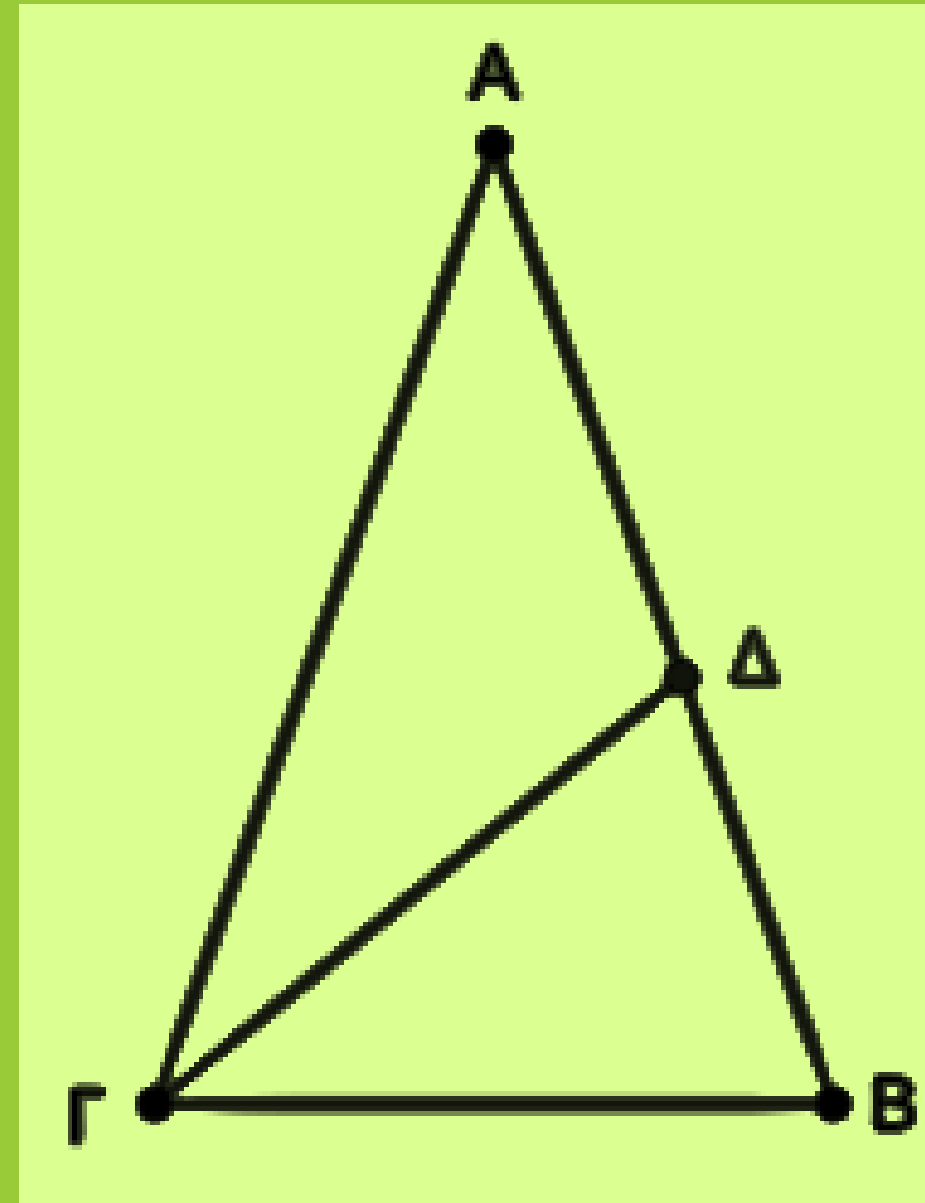
Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $AB = A\Gamma = 36$  και  $B\Gamma = 24$ . Το σημείο  $\Delta$  της πλευράς  $AB$  είναι τέτοιο ώστε  $B\Delta = 16$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Gamma B\Delta$  είναι όμοια με λόγο ομοιότητας  $\frac{3}{2}$ .

(Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $\Gamma\Delta$ .

(Μονάδες 12)





# Θέμα 16133 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

## ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα, τα ευθύγραμμα τμήματα  $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$  και  $\Delta E$  έχουν μήκη αντίστοιχα 12, 16, 8 και 10, οι γωνίες  $A\hat{B}\Gamma$  και  $\Delta\hat{\Gamma}E$  είναι ορθές και τα σημεία  $A, \Gamma$  και  $E$  ανήκουν στην ίδια ευθεία.

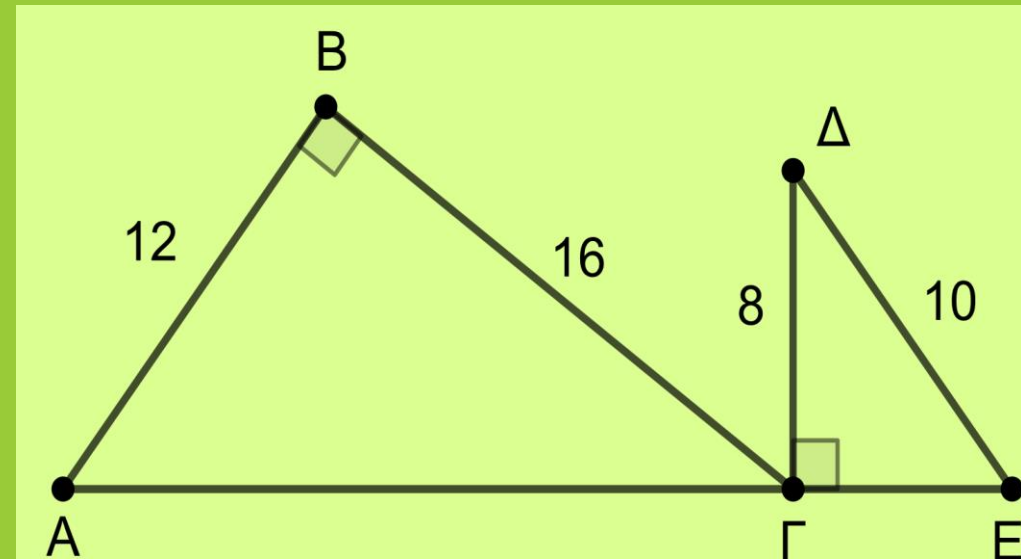
α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος  $AE$ . (Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $E\Gamma\Delta$  είναι όμοια. (Μονάδες 7)

γ) Έστω ότι το σημείο τομής των ευθειών  $AB$  και  $E\Delta$  είναι το  $Z$  και  $ZH$  είναι το ύψος του τριγώνου  $ZAE$  από την κορυφή του  $Z$ . Να αποδείξετε ότι:

$$EH = 13, \quad (\text{Μονάδες } 6)$$

$$ZH = \frac{52}{3}. \quad (\text{Μονάδες } 5)$$

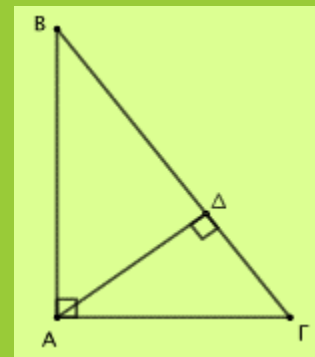


## Θέμα 16097 - 1ο Ενδεικτική Απάντηση

### ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

1. Κάθε ευθεία που είναι παράλληλη με μία από τις πλευρές ενός τριγώνου χωρίζει τις δύο άλλες πλευρές σε μέρη ανάλογα.
2. Δύο ισοσκελή τρίγωνα είναι πάντοτε όμοια.
3. Στο σχήμα, η προβολή της πλευράς  $AB$  στην υποτείνουσα  $B\Gamma$  είναι το τμήμα  $\Gamma\Delta$ .
4. Το εμβαδόν ενός τριγώνου ισούται με το γινόμενο μιας πλευράς επί το αντίστοιχο ύψος.
5. Ο εγγεγραμμένος και ο περιγεγραμμένος κύκλος ενός κανονικού πολυγώνου είναι ομόκεντροι.



(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο των πλευρών του. (Μονάδες 15)