

**Τράπεζα
θεμάτων Β'
Λυκείου –
Γεωμετρία
κεφάλαιο 7^ο**

29 θέματα - 24/5/2022

Θέμα 22565 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

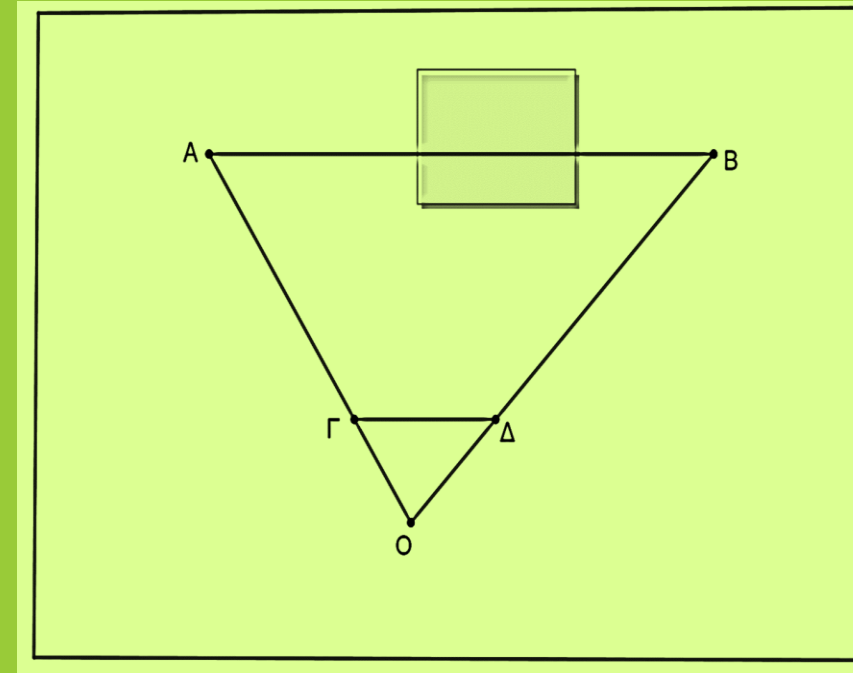
Οι μαθητές θέλοντας να μετρήσουν την απόσταση των σημείων A και B στην αυλή του σχολείου τους μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται ένα κτίσμα και η απευθείας μέτρηση του μήκους AB είναι αδύνατη, εργάστηκαν ως εξής. Στην αυλή τους επέλεξαν σημείο O ώστε η μέτρηση των τμημάτων OA και OB να είναι εφικτή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Μέτρησαν και βρήκαν $OA=20\text{m}$ και $OB=30\text{m}$. Στις OA και OB πήραν σημεία Γ και Δ αντίστοιχα τέτοια ώστε $OG=2\text{m}$ και $OD=3\text{m}$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. η ΓΔ είναι παράλληλη με την AB, (Μονάδες 8)
- ii. τα τρίγωνα ΟΓΔ και ΟΑΒ είναι όμοια. (Μονάδες 7)

β) Ένας από τους μαθητές υποστηρίζει ότι μπορούν να υπολογίσουν την απόσταση των σημείων A και B αν γνωρίζουν την απόσταση των δύο σημείων Γ και Δ.

Είναι ο ισχυρισμός του μαθητή αληθής; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)



Θέμα 22375 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

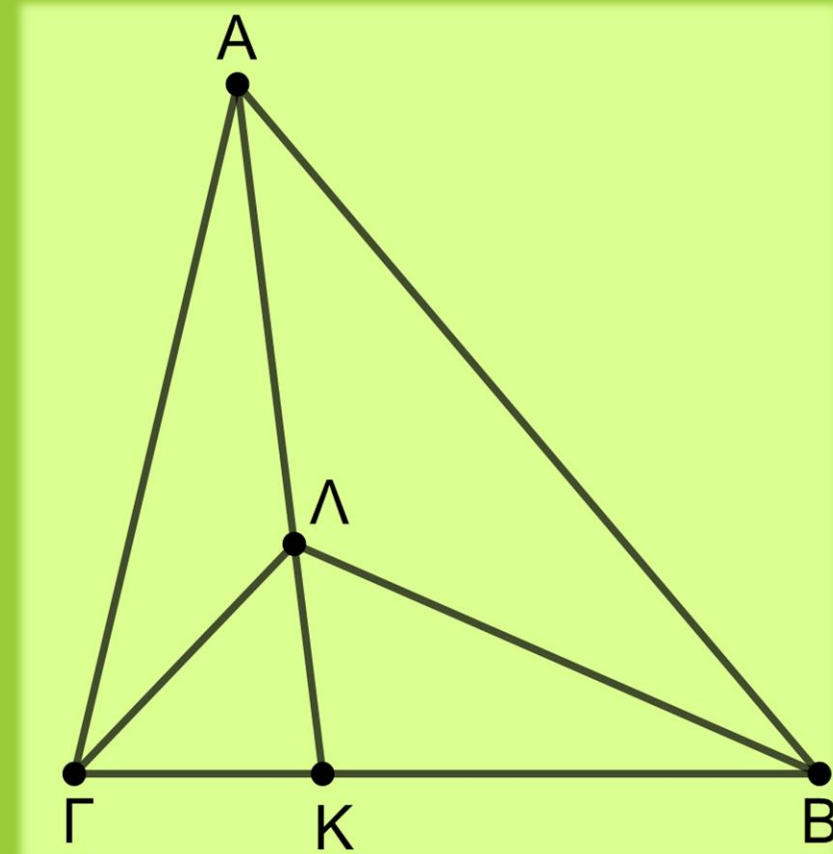
Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$. Στην πλευρά $ΒΓ$ παίρνουμε σημείο $Κ$ ώστε $ΚΒ = 2ΚΓ$ και στο ευθύγραμμο τμήμα $ΑΚ$ παίρνουμε σημείο $Λ$ ώστε $ΛΑ = 2ΛΚ$. Έστω E_1, E_2, E_3 και E_4 τα εμβαδά των τριγώνων $ΑΛΓ, ΓΛΚ, ΒΛΚ$ και $ΑΛΒ$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{E_1}{E_2} = 2 \text{ και } \frac{E_4}{E_3} = 2. \quad (\text{Μονάδες } 10)$$

$$E_1 = E_3. \quad (\text{Μονάδες } 8)$$

β) Αν $E_1 = 10$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$.
(Μονάδες 7)



Θέμα 22404 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

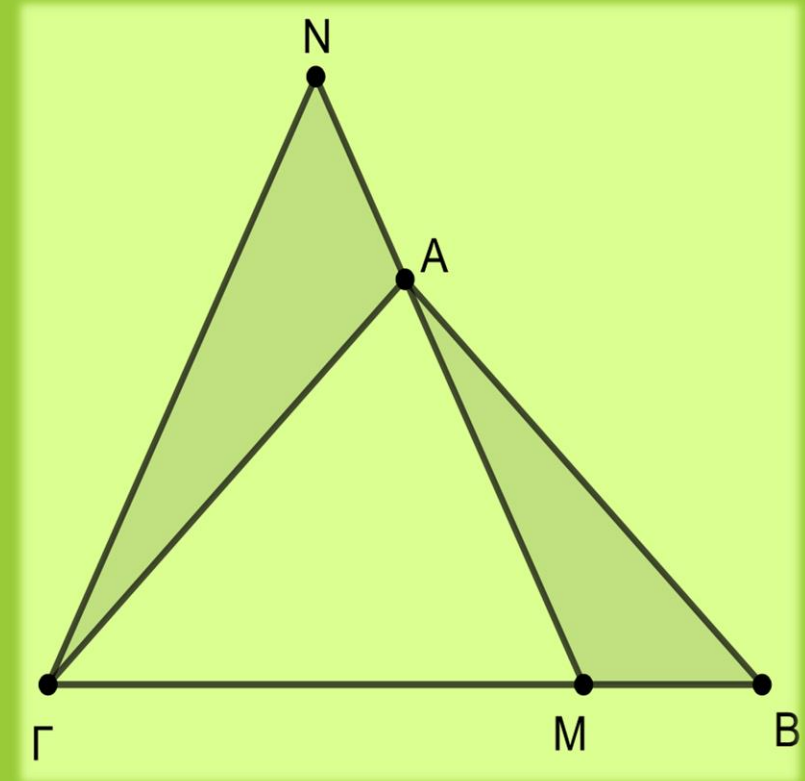
Το σημείο M διαιρεί εσωτερικά την πλευρά ΒΓ ενός τριγώνου ΑΒΓ σε λόγο $\frac{MB}{MG}$ και το σημείο N διαιρεί εξωτερικά το ευθύγραμμο τμήμα ΑΜ σε λόγο $\frac{NA}{NM}$.

α) Έστω $\frac{MB}{MG} = \frac{1}{3}$ και $\frac{NA}{NM} = \frac{1}{4}$.

Να αποδείξετε ότι: $\frac{(AMB)}{(AMG)} = \frac{1}{3}$. (Μονάδες 7)

$\frac{NA}{AM} = \frac{1}{3}$. (Μονάδες 6) $(AMB) = (ANG)$. (Μονάδες 6)

β) Έστω $\frac{MB}{MG} = 1$ και $(AMB) = (ANG)$. Να βρείτε τον λόγο $\frac{NA}{NM}$ στον οποίο το σημείο N διαιρεί εξωτερικά το ευθύγραμμο τμήμα ΑΜ. (Μονάδες 6)



Θέμα 22407 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα η AD είναι διχοτόμος του τριγώνου $AB\Gamma$ και η AK είναι η προβολή της πλευράς $A\Gamma$ πάνω στην ευθεία AB . Δίνονται $AB = 10$, $A\Gamma = 15$ και $AK = 9$.

α) Να αποδείξετε ότι:

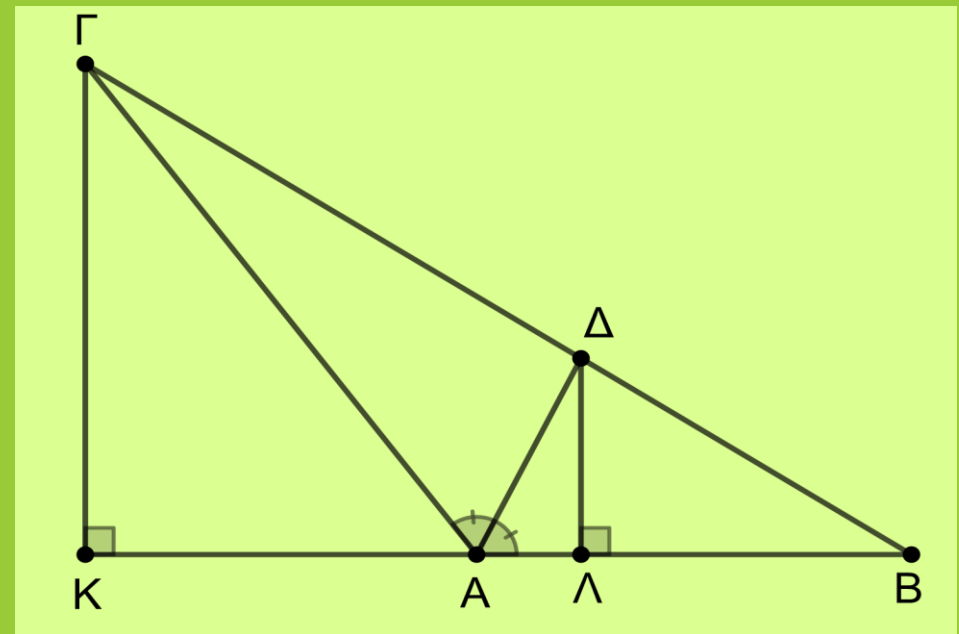
$$ΓΚ = 12 \text{ και } (ΑΒΓ) = 60 . \quad (\text{Μονάδες } 8)$$

$$(ΑΔΒ) = 24 \text{ και } (ΑΔΓ) = 36 . \quad (\text{Μονάδες } 10)$$

β) Έστω Λ η προβολή του σημείου Δ πάνω στην ευθεία AB .

$$\text{Να αποδείξετε ότι } \frac{\Delta\Lambda}{\Gamma\Lambda} = \frac{2}{5}. \quad (\text{Μονάδες } 3)$$

Να βρείτε τον λόγο $\frac{\Lambda B}{\Lambda K}$ στον οποίο το σημείο Λ διαιρεί εσωτερικά το ευθύγραμμο τμήμα BK . (Μονάδες 4)



Θέμα 22132 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

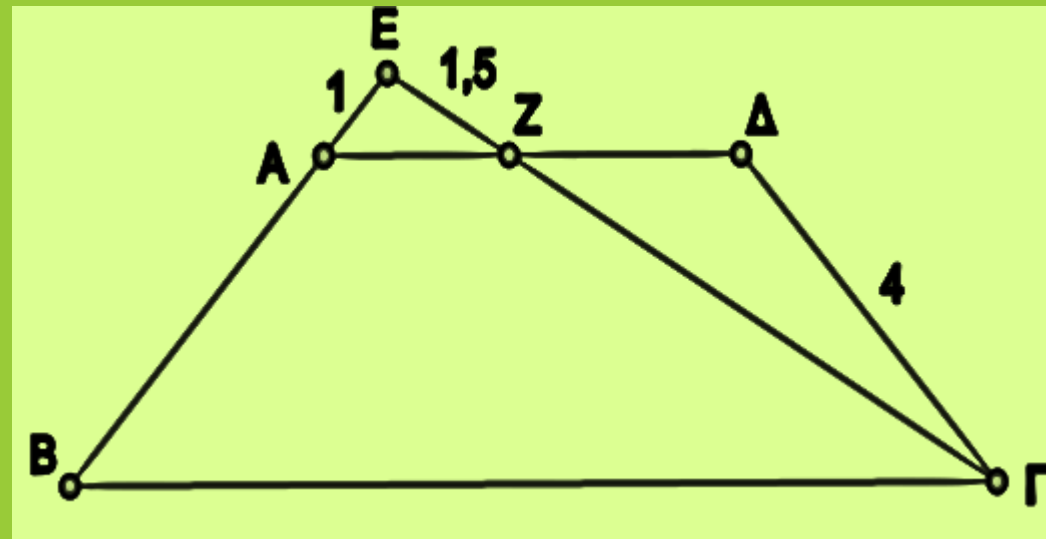
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = \Gamma\Delta = 4$ και με βάσεις $A\Delta$ και $B\Gamma$. Στην προέκταση της πλευράς BA προς το A παίρνουμε σημείο E , ώστε $EA = 1$. Το ευθύγραμμο τμήμα $E\Gamma$ τέμνει την $A\Delta$ στο σημείο Z και $EZ = 1,5$.

α) Να αποδείξετε ότι $Z\Gamma = 1,5AB$. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε το μήκος του $Z\Gamma$. (Μονάδες 05)

γ) Αν επιπλέον $B\Gamma = 10$, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AZ του τριγώνου EAZ . (Μονάδες 10)



Θέμα 22141 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

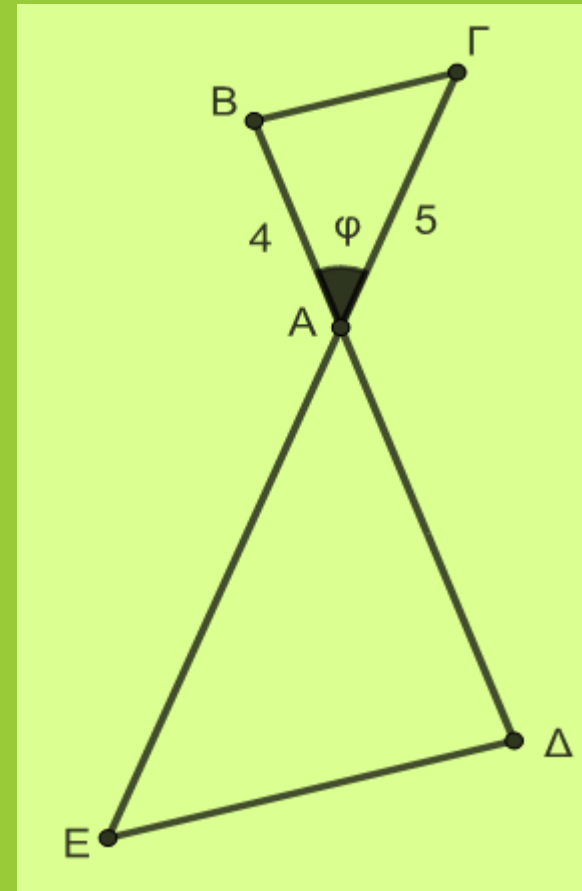
Το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ έχει τα άκρα του Β και Γ στις προεκτάσεις των πλευρών ΔΑ και ΕΑ, αντίστοιχα, του τριγώνου ΑΔΕ, έτσι ώστε να είναι παράλληλο στην πλευρά ΔΕ. Επίσης δίνονται τα μήκη των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, $AB = 4$ και $AG = 5$. Έστω ότι ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων ΑΒΓ και

$$AΔE \text{ είναι } \frac{(ABΓ)}{(AΔE)} = \frac{1}{4}.$$

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια με λόγο $\frac{1}{2}$. (Μονάδες 10)

β) Αν $B\hat{A}Γ = \varphi$, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν (ΑΔΕ) του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίσο με $40\eta\mu\varphi$. (Μονάδες 07)

γ) Να βρείτε σημείο Ζ εσωτερικό της πλευράς ΑΔ, ώστε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΖ που σχηματίζεται να είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΔΕ. (Μονάδες 08)



Θέμα 22148 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

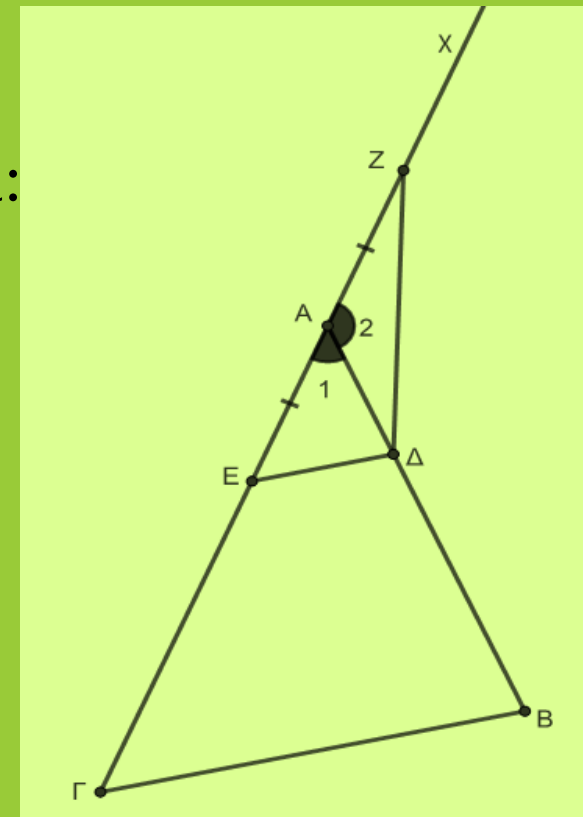
Έστω E σημείο στην πλευρά GA του τριγώνου $ABΓ$. Από το E φέρνουμε παράλληλη στην πλευρά $BΓ$ του $ABΓ$ η οποία τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Δ και παίρνουμε σημείο Z στην προέκταση Ax της πλευράς GA του τριγώνου $ABΓ$ ώστε να είναι $AZ = AE$, όπως στο σχήμα. α) Έστω $AG = 3AE$. Να αποδείξετε ότι:

i. Το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι ίσο με το $\frac{1}{9}$ του εμβαδού του τριγώνου $ABΓ$. (Μονάδες 07)

ii. Το εμβαδόν του τριγώνου ΔEZ είναι ίσο με τα $\frac{2}{9}$ του εμβαδού του τριγώνου $ABΓ$. (Μονάδες 10)

β) Αν το εμβαδόν του ΔEZ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του

$ABΓ$, να υπολογίσετε το λόγο $\frac{AE}{AG}$. (Μονάδες 08)



Θέμα 22151 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

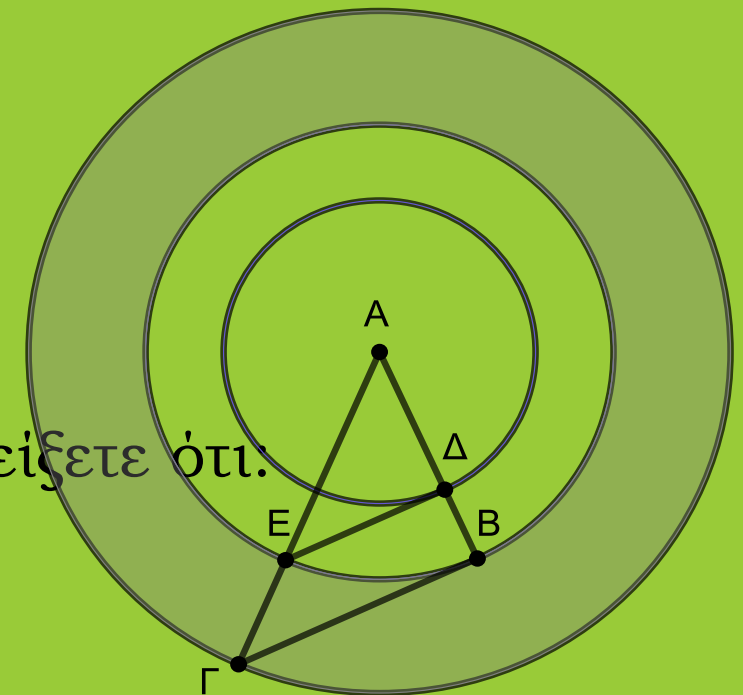
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Στην πλευρά AB παίρνουμε σημείο Δ και στην πλευρά $A\Gamma$ σημείο E ώστε $AE = AB$. Με κέντρο το σημείο A και ακτίνες $\rho = A\Delta$, $r = AB = AE$ και $R = A\Gamma$ γράφουμε τρεις ομόκεντρους κύκλους (A, ρ) , (A, r) και (A, R) όπως στο σχήμα. Έστω $E_{E\Gamma}$ το εμβαδόν του σκιασμένου δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A, r) και (A, R) , $E_{\Delta B}$ το εμβαδόν του δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A, ρ) και (A, r) , E_{AE} το εμβαδόν του κύκλου (A, r) και $E_{A\Delta}$ το εμβαδόν του κύκλου (A, ρ) .

α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{E_{E\Gamma}}{E_{AE}} = \frac{R^2 - r^2}{r^2}$ (Μονάδες 10)

$$\frac{E_{\Delta B}}{E_{A\Delta}} = \frac{r^2 - \rho^2}{\rho^2} \quad (\text{Μονάδες 07})$$

β) Αν επιπλέον οι ΔE και $B\Gamma$ είναι παράλληλες, να αποδείξετε ότι:

$$\frac{E_{E\Gamma}}{E_{AE}} = \frac{E_{\Delta B}}{E_{A\Delta}} \quad (\text{Μονάδες 08})$$



Θέμα 22154 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

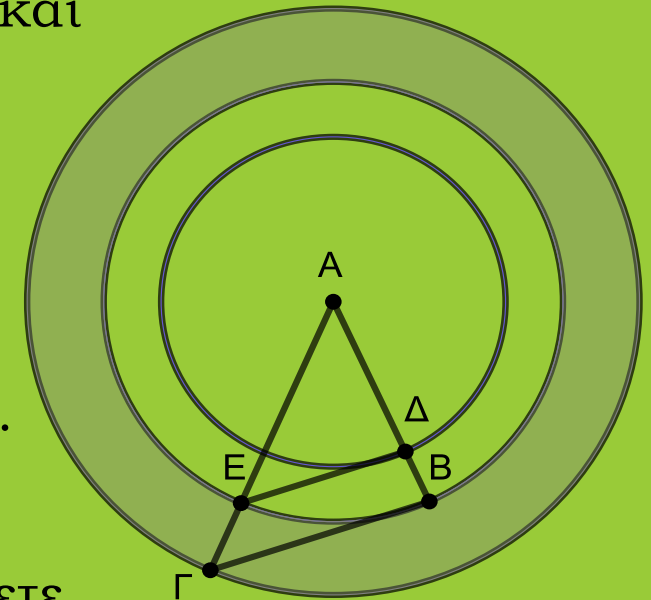
ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$, που η κοινή κορυφή τους A βρίσκεται στο κέντρο τριών ομόκεντρων κύκλων (A, ρ_1) , (A, ρ_2) και (A, ρ_3) , η κορυφή Γ βρίσκεται στον κύκλο (A, ρ_3) , οι κορυφές B και E στον κύκλο (A, ρ_2) και η κορυφή Δ στον κύκλο (A, ρ_1) , όπως στο σχήμα, με $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$. Ονομάζουμε $E_{E\Gamma}$ το εμβαδόν του σκιασμένου δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A, ρ_2) και (A, ρ_3) , E_1 το εμβαδόν του κύκλου (A, ρ_1) , E_2 το εμβαδόν του κύκλου (A, ρ_2) και E_3 το εμβαδόν του κύκλου (A, ρ_3) .

α) Αν $\frac{E_{E\Gamma}}{E_2} = \frac{7}{9}$, να αποδείξετε ότι: i. $\frac{\rho_2}{\rho_3} = \frac{3}{4}$. (Μονάδες 07) ii. $\frac{E_2}{E_3} = \frac{9}{16}$.
(Μονάδες 05)

iii. Αν επιπλέον οι ΔE και $B\Gamma$ είναι παράλληλες να αποδείξετε ότι $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{3}{4}$.
(Μονάδες 08)

β) Αν $E_{E\Gamma} = E_2$ και επιπλέον οι ΔE και $B\Gamma$ είναι παράλληλες, να αποδείξετε ότι $E_{\Delta B} = E_1$, όπου $E_{\Delta B}$ είναι το εμβαδόν του δακτυλίου μεταξύ των κύκλων (A, ρ_1) και (A, ρ_2) . (Μονάδες 05)



Θέμα 22248 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

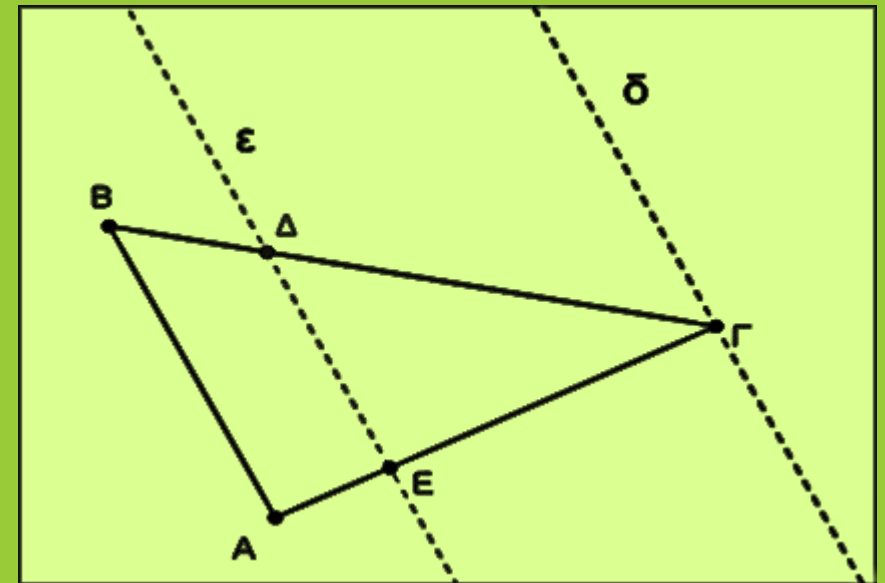
Θεωρούμε τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = 9$, $ΓΑ = 12$ και $ΓΒ = 15$ και ευθείες ϵ , δ παράλληλες στην $ΑΒ$, όπως αυτές του σχήματος.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ορθογώνιο και να βρείτε ποια πλευρά είναι η υποτεινούςά του. (Μονάδες 8)

β) Αν η ευθεία (ϵ) τέμνει τις πλευρές $ΓΑ$, $ΓΒ$ σε σημεία $Ε$ και Δ αντίστοιχα έτσι ώστε $ΕΑ = 4$ και η ευθεία (δ) διέρχεται από το σημείο $Γ$, τότε να υπολογίσετε

το τμήμα $\Delta Β$, (Μονάδες 8)

τις πλευρές του τριγώνου $\Delta ΕΓ$. (Μονάδες 9)



Θέμα 21975 - 1ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το τρίγωνο που ορίζεται από τις ευθείες δύο πλευρών τριγώνου και μία παράλληλη προς την τρίτη πλευρά του, έχει πλευρές ανάλογες προς τις πλευρές του αρχικού τριγώνου.
2. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι πάντοτε όμοια.
3. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, ο λόγος των τετραγώνων των καθέτων πλευρών του είναι ίσος με το λόγο των προβολών τους πάνω στην υποτείνουσα.
4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$ τότε το τρίγωνο είναι πάντοτε οξυγώνιο.
5. Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια.

(Μονάδες 10)

β) Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε να αποδείξετε ότι ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

(Μονάδες 15)

Θέμα 21986 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Στις πλευρές AB και AG τριγώνου $ABΓ$ παίρνουμε σημεία Δ και E αντίστοιχα ώστε η ΔE να είναι παράλληλη στην $BΓ$ και $A\Delta = 1$, όπως στο σχήμα.

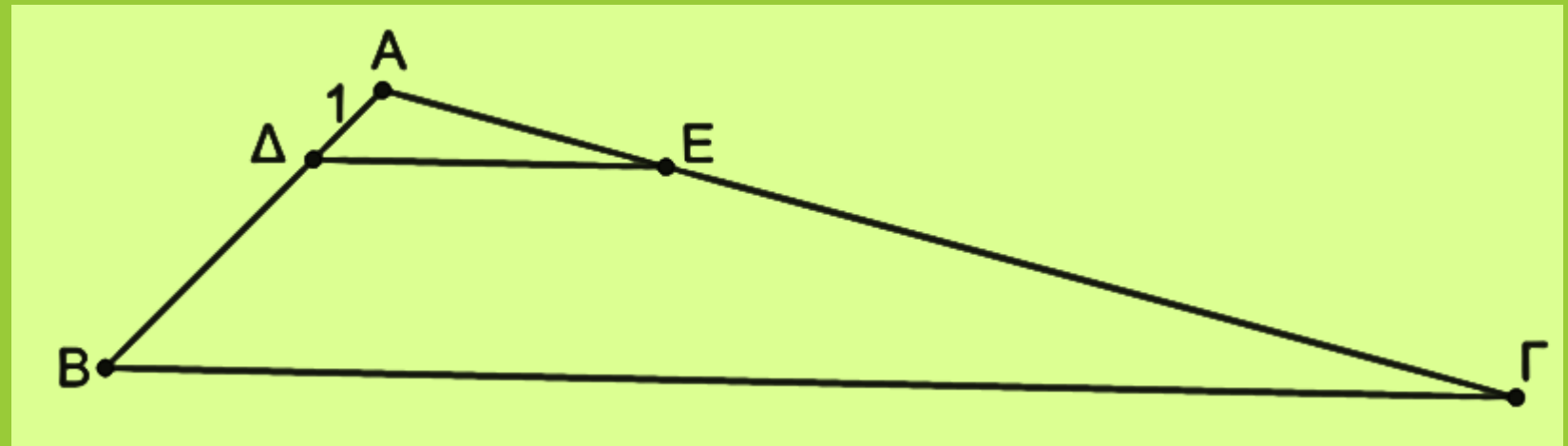
α) Να αποδείξετε ότι $AE \cdot B\Delta = GE$. (Μονάδες 10)

β) Αν επιπλέον $B\Delta = AE$ και $GE = 9$:

i. Να αποδείξετε ότι $B\Delta = 3$ και $AB = 4$. (Μονάδες 10)

ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $ABΓ$ είναι όμοια και να υπολογίσετε το λόγο ομοιότητάς τους.

(Μονάδες 05)



Θέμα 21987 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Οι ευθείες $\Gamma\Theta$ και $Z\text{H}$ τέμνουν τις παράλληλες ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 στα σημεία Θ , A , B και H , Δ , E αντίστοιχα και την ευθεία ε_4 στα σημεία Γ και Z όπως στο παρακάτω σχήμα.

Επίσης δίνονται τα μήκη $\Theta A = 2$, $AB = 1$, $B\Gamma = H\Delta = 4$ και $EZ = 8$.

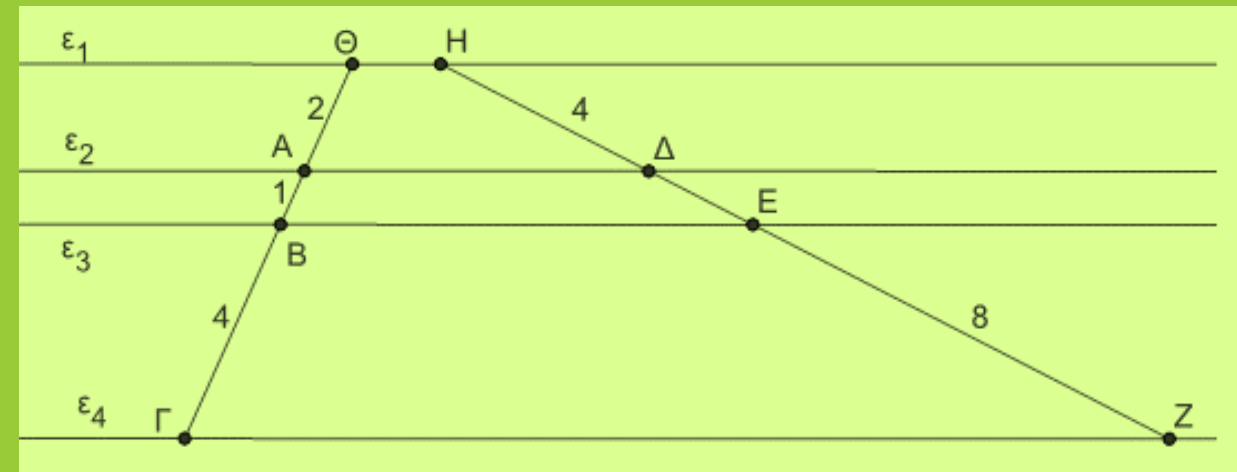
α) Να αποδείξετε ότι $\Delta E = 2$. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε_4 είναι παράλληλη στις ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 .

(Μονάδες 05)

γ) Να σχεδιάσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΘZ το οποίο τέμνει την ευθεία ε_2 στο K και την ευθεία ε_3 στο Λ και να

υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\Lambda Z}{K\Lambda}$. (Μονάδες 10)



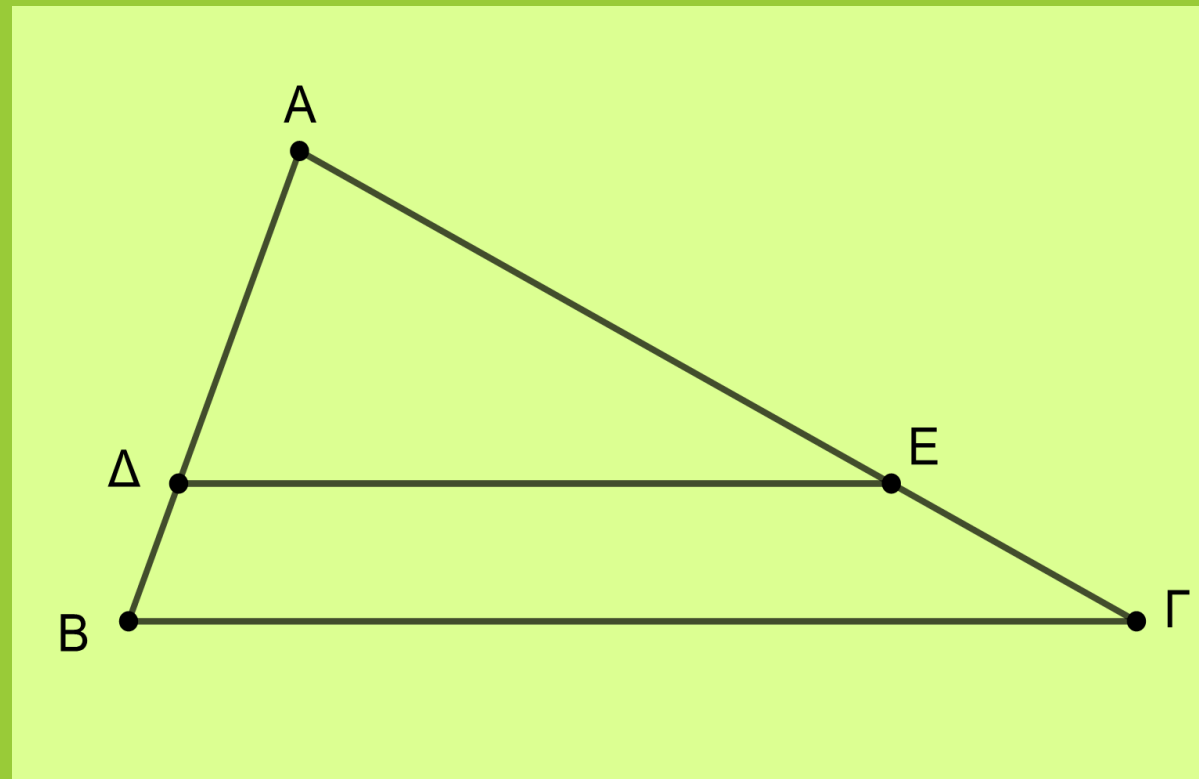
Θέμα 21120 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = \sqrt{2}$. Από σημείο Δ της πλευράς AB ώστε $A\Delta = 1$, φέρνουμε παράλληλη στη $B\Gamma$ η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E .

α) Να αποδείξετε ότι:

τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια και να γράψετε τον λόγο ομοιότητας, το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι το μισό του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 18)

β) Αν το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 2, να βρείτε τα εμβαδά του τριγώνου $A\Delta E$ και του τραπεζίου $B\Gamma E\Delta$. (Μονάδες 7)



Θέμα 21304 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

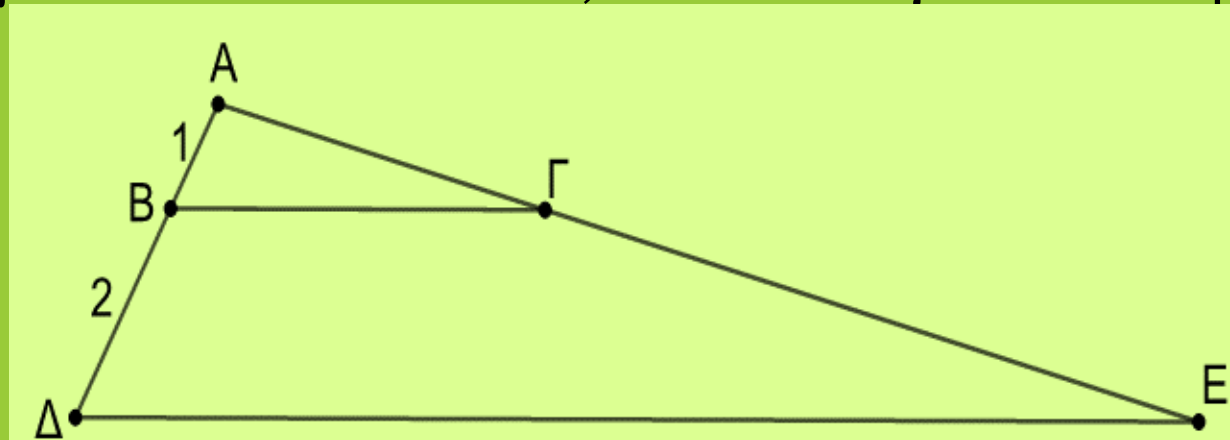
Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 1$. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ παίρνουμε σημεία Δ και E , αντίστοιχα, ώστε η ΔE να είναι παράλληλη στη $B\Gamma$ και $B\Delta = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{3}$.
(Μονάδες 10)

β) Αν η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με 8,5, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $A\Delta E$.
(Μονάδες 08)

γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι 15, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 07)



Θέμα 14499 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

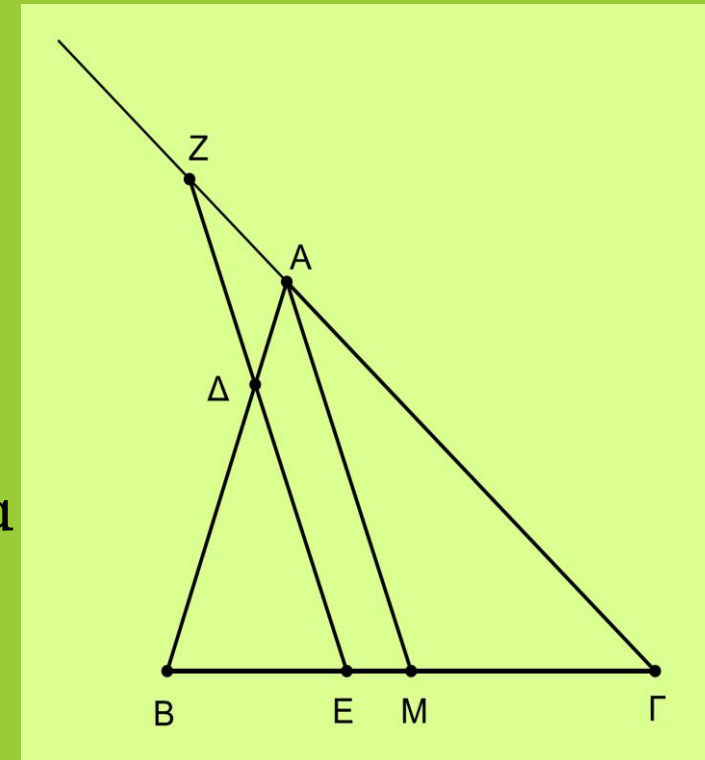
Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Θεωρούμε ΑΜ τη διάμεσό του και Ε τυχαίο σημείο του τμήματος ΒΜ. Από το Ε φέρουμε ευθεία παράλληλη στην ΑΜ που τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Δ και την προέκταση της ΓΑ στο Ζ.

α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας:

$$\frac{\Delta E}{\dots} = \frac{\dots}{BM} = \frac{BA}{\dots}$$

$$\frac{\dots}{AM} = \frac{GE}{\dots} = \frac{\dots}{GA} \text{ (Μονάδες 12)}$$

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta E + EZ = 2AM$ για οποιαδήποτε θέση του Ε στο ΒΜ. (Μονάδες 13)



Θέμα 14533 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

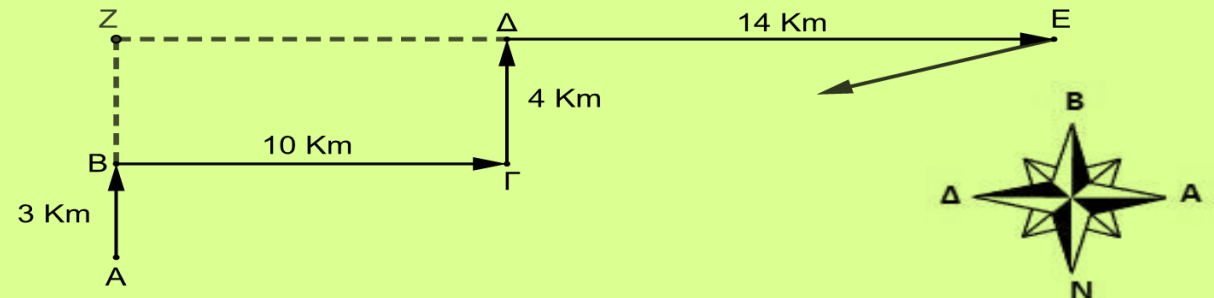
ΘΕΜΑ 4

Δύο κινητά βρίσκονται στο σημείο A και σκοπεύουν να μεταβούν στο σημείο E, που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το ένα κινητό ξεκινάει από ένα σημείο A και κινείται βόρεια 3 χιλιόμετρα, κατόπιν συνεχίζει 10 χιλιόμετρα ανατολικά, στη συνέχεια 4 χιλιόμετρα βόρεια και τέλος 14 χιλιόμετρα ανατολικά καταλήγοντας στο σημείο E. Το δεύτερο κινητό ξεκινάει από το σημείο A κινείται βόρεια μέχρι το σημείο Z και συνεχίζει ανατολικά μέχρι το σημείο E. Όταν συναντιούνται στο σημείο E επιστρέφουν μαζί στο σημείο A κινούμενα ευθύγραμμα.

α) Πόσα χιλιόμετρα διάνυσε το κάθε κινητό από το σημείο A στο σημείο E με τον τρόπο που κινήθηκε; (Μονάδες 05)

Να βρείτε την απόσταση AE που διάνυσαν τα δύο κινητά κατά την επιστροφή από το σημείο E στο σημείο A κινούμενα ευθύγραμμα. (Μονάδες 12)

β) Επιστρέφοντας τα δύο κινητά από το σημείο E στο σημείο A, θα περάσουν από το σημείο Γ; Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 08)



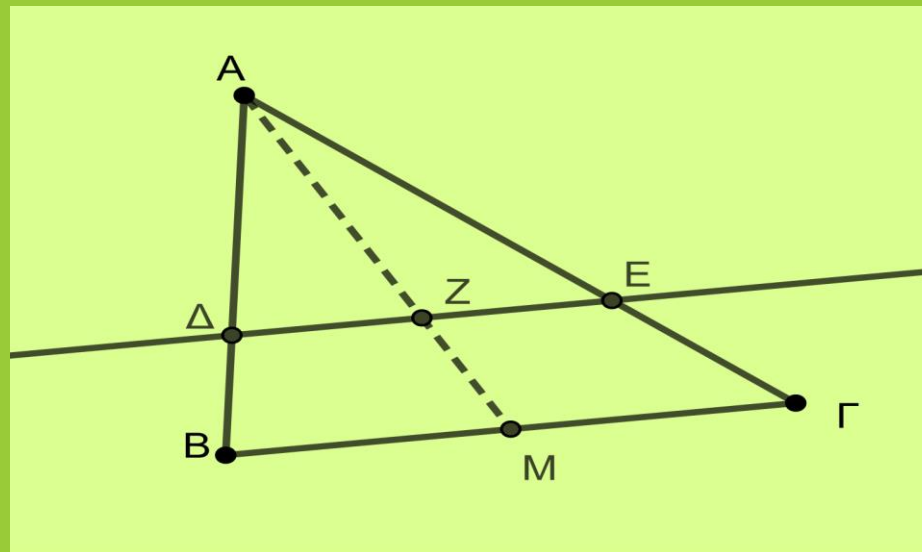
Θέμα 14534 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=6$ και $A\Gamma=9$. AM είναι η διάμεσος του τριγώνου και το σημείο Z εσωτερικό στην AM ώστε να σχηματίζει λόγο $\frac{AZ}{AM} = \frac{2}{3}$. Από το σημείο Z φέρουμε ευθεία παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι : $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{2}{3}$ και $\frac{AE}{E\Gamma} = 2$. (Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $A\Delta$ και $E\Gamma$. (Μονάδες 10)



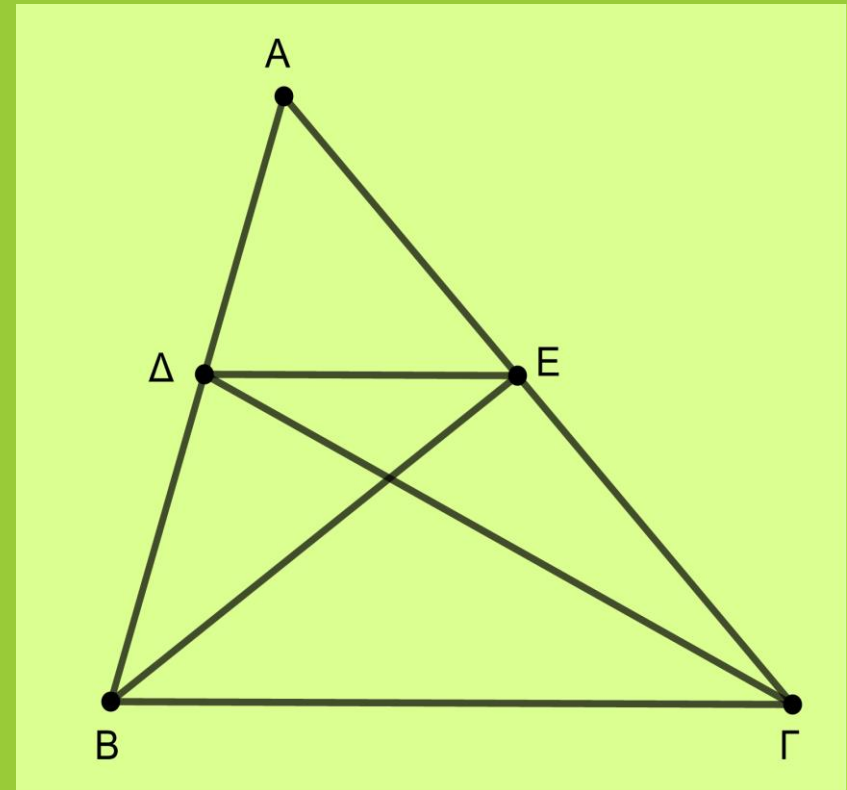
Θέμα 16806 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ και από τυχαίο σημείο $Δ$ της πλευράς $ΑΒ$ φέρουμε παράλληλη στην πλευρά $ΒΓ$ που τέμνει την $ΑΓ$ στο σημείο $Ε$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί $\frac{(ΑΔΕ)}{(ΔΕΒ)} = \frac{ΑΔ}{ΔΒ}$ και $\frac{(ΑΔΕ)}{(ΔΕΓ)} = \frac{ΑΕ}{ΕΓ}$. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι $(ΔΕΒ) = (ΔΕΓ)$. (Μονάδες 12)



Θέμα 18550 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Η περίμετρος του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$ του σχήματος είναι 36 και το $Ε$ είναι σημείο στην πλευρά $ΑΒ$. Τα μήκη των τμημάτων x, y, z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2,4,3 αντίστοιχα.

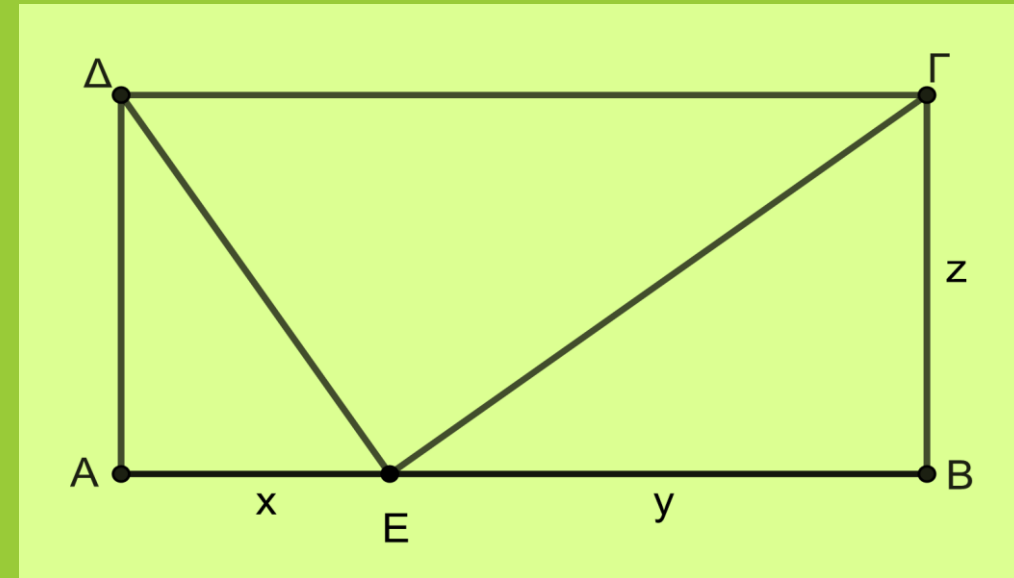
α) Να αποδείξετε ότι $x = 4, y = 8$ και $z = 6$.

(Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $ΓΕΔ$.

Να βρεθεί ο λόγος του εμβαδού

του τριγώνου $ΓΔΕ$ προς το εμβαδό του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$. (Μονάδες 12)



Θέμα 17348 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

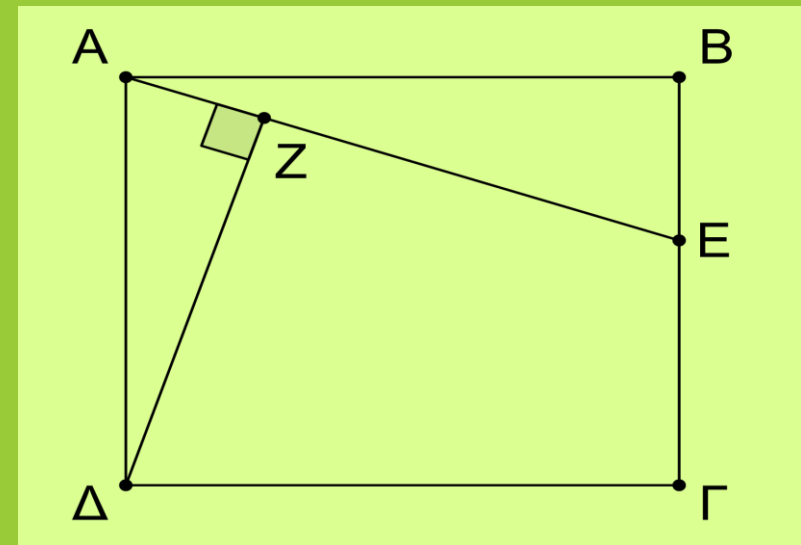
ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα το $ΑΒΓΔ$ είναι ορθογώνιο με $ΑΒ = 6$ και το $Ε$ σημείο της πλευράς $ΒΓ$, ώστε $ΒΕ = 2$. Έστω $ΔΖ$ το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο $Δ$ προς την $ΑΕ$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΕ = 2\sqrt{10}$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΕ$ και $ΔΖΑ$ είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία που προκύπτει από τους λόγους των ομόλογων πλευρών τους.
(Μονάδες 9)

γ) Αν $ΔΖ = ΖΕ$, να υπολογίσετε το μήκος του $ΑΔ$.
(Μονάδες 8)



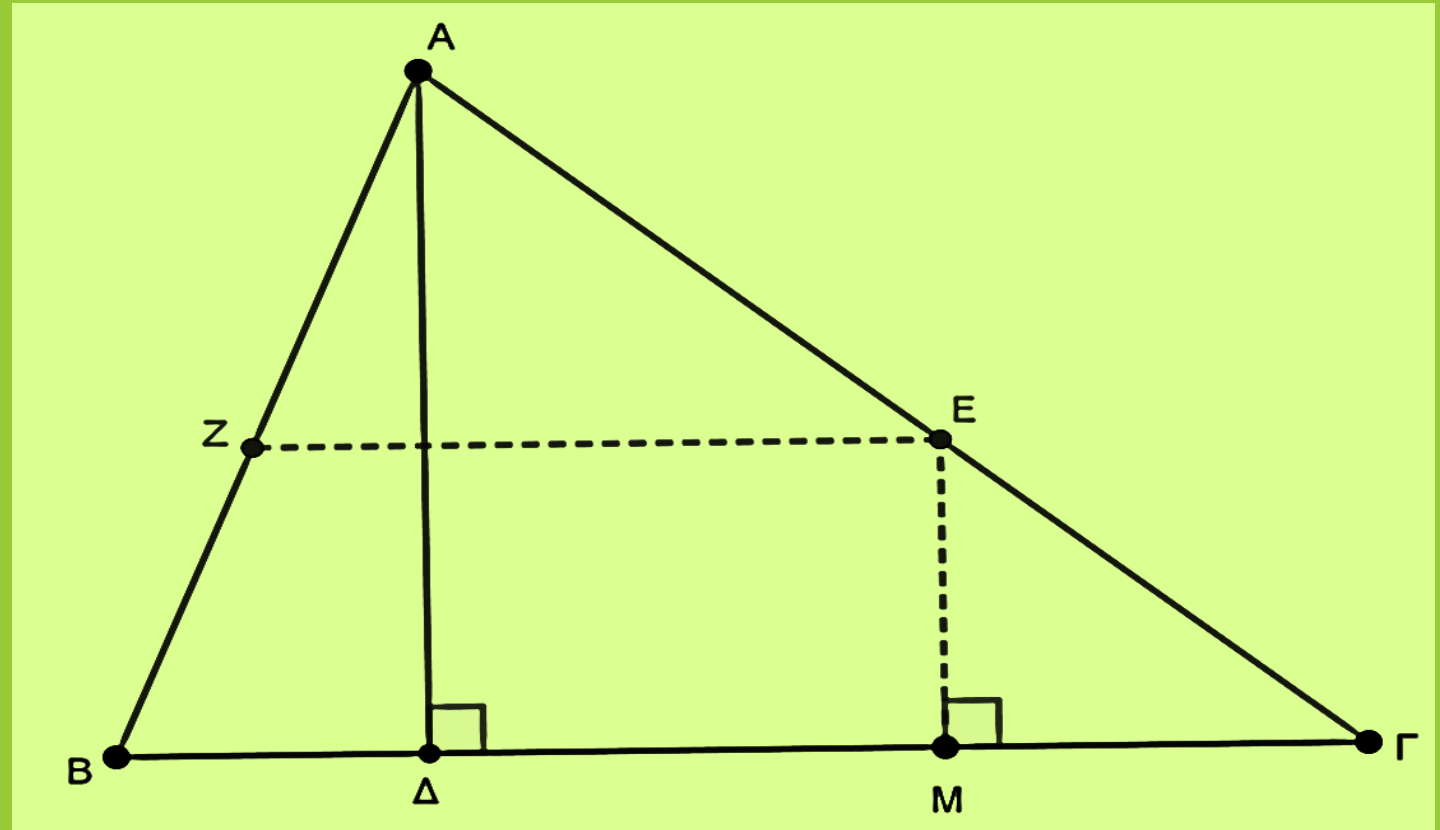
Θέμα 15830 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο $ΑΒΓ$ του παρακάτω σχήματος, το $ΑΔ$ είναι ύψος του τριγώνου. Η κάθετος στην πλευρά $ΒΓ$ σε ένα άλλο σημείο της $Μ$ τέμνει την $ΑΓ$ στο $Ε$. Από το $Ε$ φέρνουμε παράλληλη στην $ΒΓ$, που τέμνει την $ΑΒ$ στο $Ζ$. Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{ΖΑ}{ΖΒ} = \frac{ΕΑ}{ΕΓ}$. (Μονάδες 10)

β) $\frac{ΖΑ}{ΖΒ} = \frac{ΜΔ}{ΜΓ}$. (Μονάδες 15)



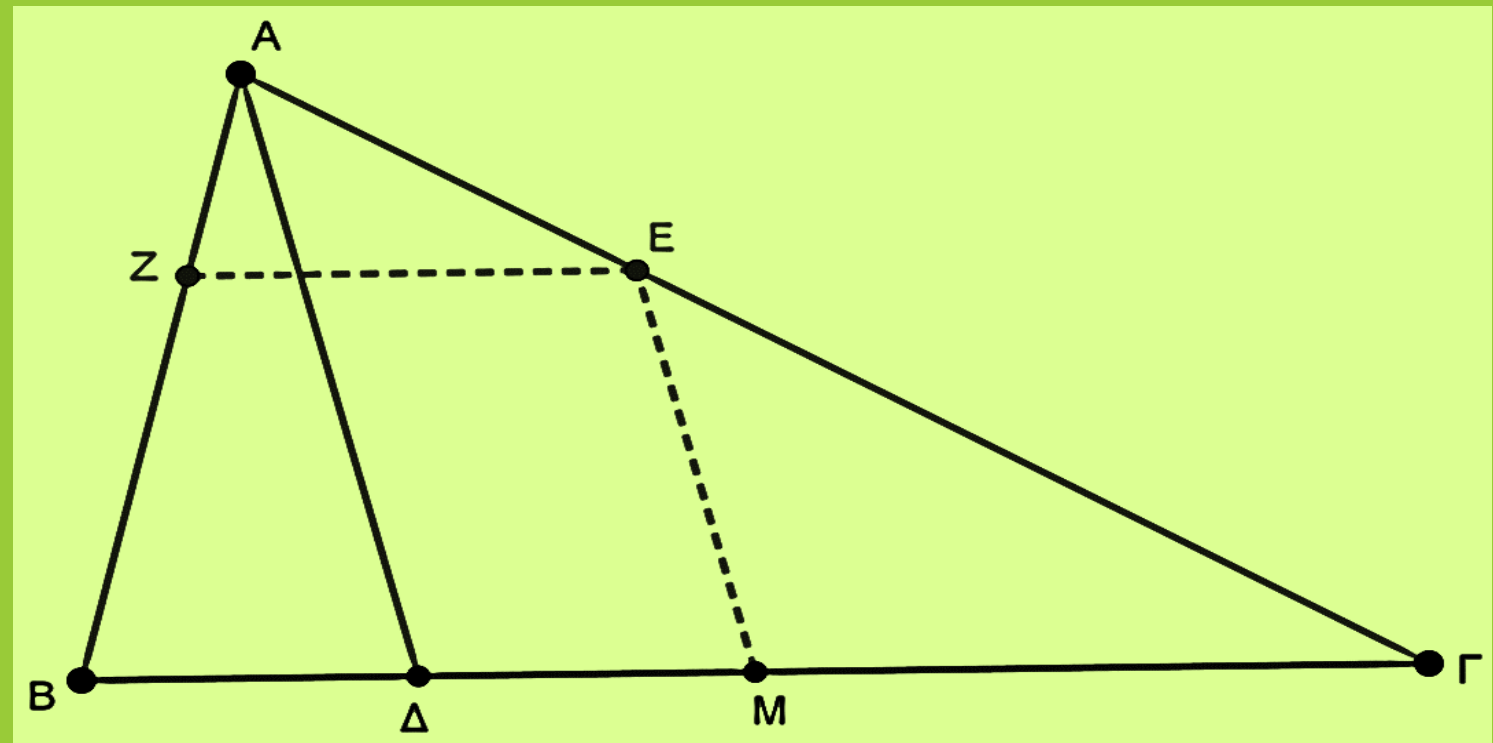
Θέμα 15831 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος, το M είναι μέσο της πλευράς $B\Gamma$ και το Δ είναι το μέσο του MB . Από το M φέρνουμε παράλληλη στην $A\Delta$, που τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Από το E φέρνουμε παράλληλη στην $B\Gamma$, που τέμνει την AB στο Z . Να αποδείξετε ότι:

α) $\frac{EA}{E\Gamma} = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 15)

β) $\frac{ZA}{ZB} = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 10)



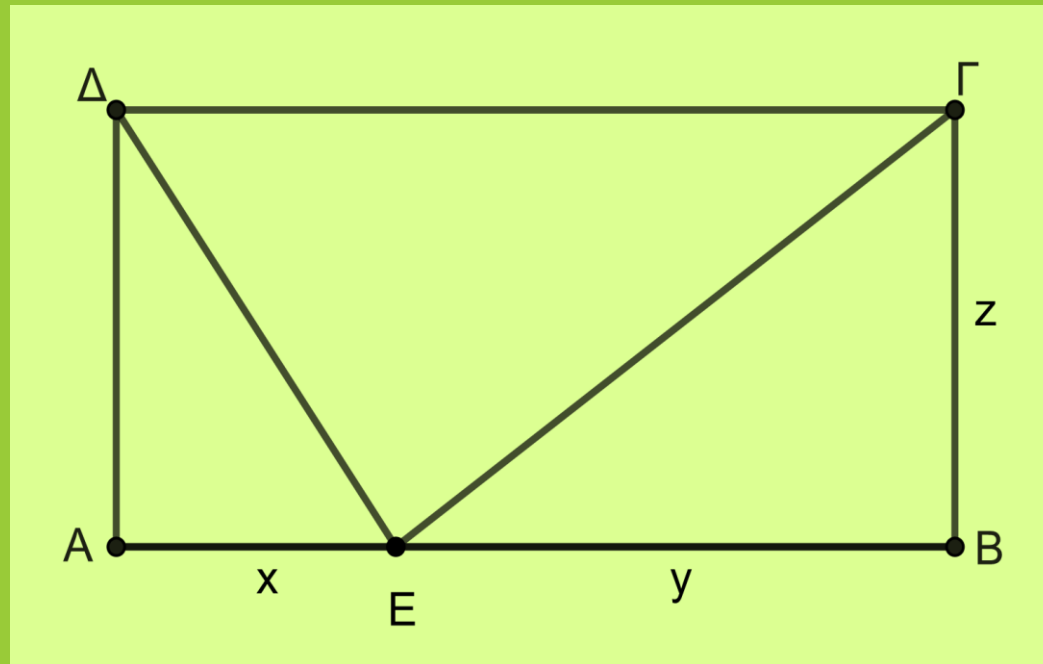
Θέμα 16805 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Η περίμετρος του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$ του σχήματος είναι 72 και το $Ε$ είναι σημείο στην πλευρά $ΑΒ$. Τα μήκη των τμημάτων x, y, z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2,4,3 αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $x = 8, y = 16$ και $z = 12$. (Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $ΓΕΔ$. (Μονάδες 12)



Θέμα 16086 - 2ο

Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 είναι παράλληλες. Δίνονται ότι $GE = 4$, $OD = 3$, $OA = 12$, $OB = 6$.

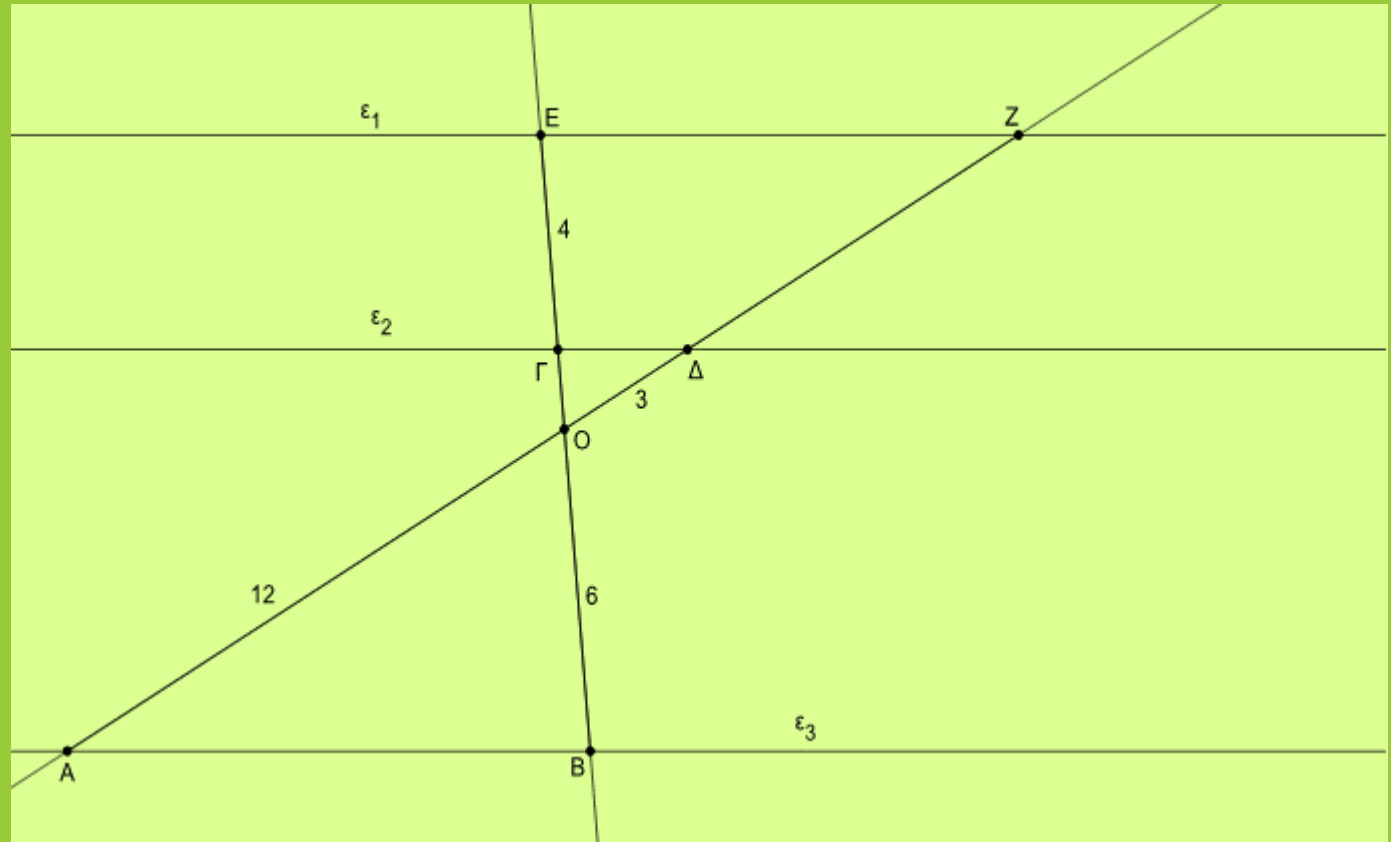
α) Να υπολογίσετε τα τμήματα OG και ΔZ . (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα OEZ και OBA είναι όμοια.

(Μονάδες 09)

γ) Αν $OG = 1.5$ και $\Delta Z = 8$, να

υπολογίσετε τον λόγο $\frac{EZ}{AB}$. (Μονάδες 06)



Θέμα 16133 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα, τα ευθύγραμμα τμήματα $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και ΔE έχουν μήκη αντίστοιχα 12, 16, 8 και 10, οι γωνίες $A\hat{B}\Gamma$ και $\Delta\hat{\Gamma}E$ είναι ορθές και τα σημεία A, Γ και E ανήκουν στην ίδια ευθεία.

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AE . (Μονάδες 7)

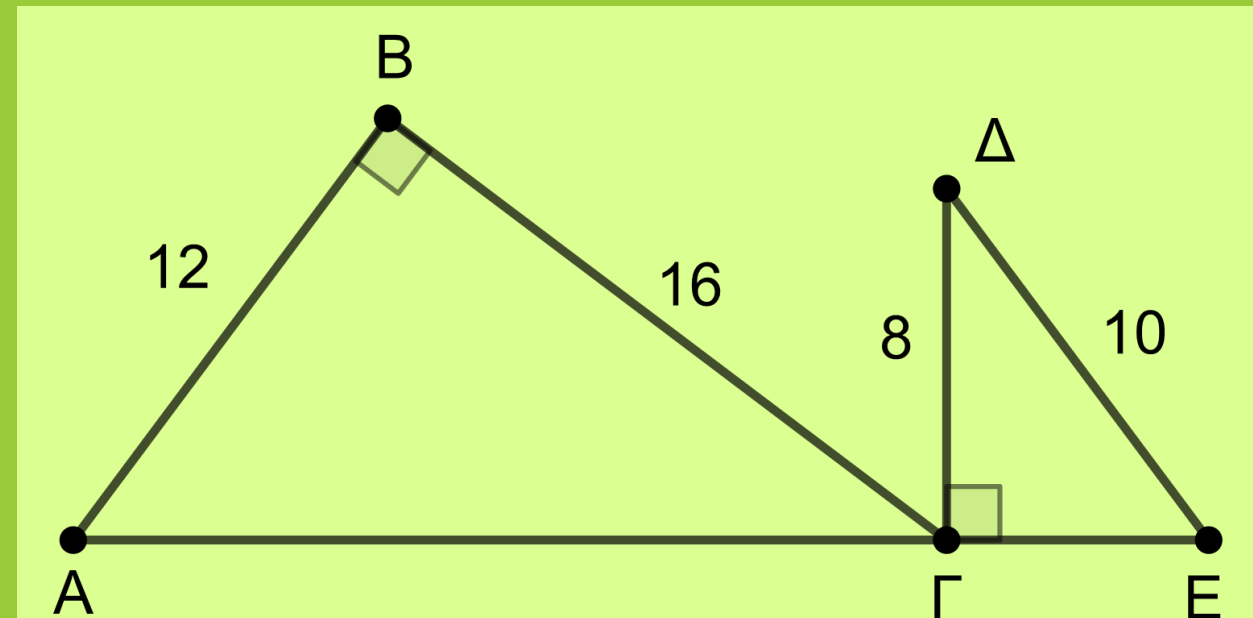
β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Gamma\Delta$ είναι όμοια. (Μονάδες 7)

γ) Έστω ότι το σημείο τομής των ευθειών AB και $E\Delta$ είναι το Z και ZH είναι το ύψος του τριγώνου ZAE από την κορυφή του Z .

Να αποδείξετε ότι:

$$EH = 13, \quad (\text{Μονάδες } 6)$$

$$ZH = \frac{52}{3}. \quad (\text{Μονάδες } 5)$$



Θέμα 16097 - 1ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 1

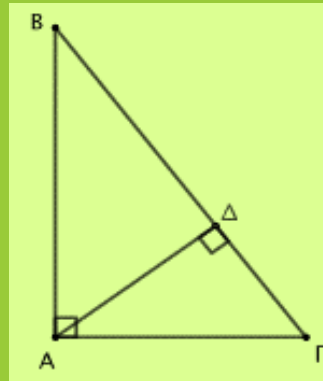
α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

1. Κάθε ευθεία που είναι παράλληλη με μία από τις πλευρές ενός τριγώνου χωρίζει τις δύο άλλες πλευρές σε μέρη ανάλογα.
2. Δύο ισοσκελή τρίγωνα είναι πάντοτε όμοια.
3. Στο σχήμα, η προβολή της πλευράς AB στην υποτείνουσα ΒΓ είναι το τμήμα ΓΔ.
4. Το εμβαδόν ενός τριγώνου ισούται με το γινόμενο μιας πλευράς επί το αντίστοιχο ύψος.
5. Ο εγγεγραμμένος και ο περιγεγραμμένος κύκλος ενός κανονικού πολυγώνου είναι ομόκεντροι.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο των πλευρών του.

(Μονάδες 15)



Θέμα 14579 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τρίγωνο $ΑΒΓ$ και τα σημεία $Δ$, $Ε$ και $Ζ$ των πλευρών του $ΑΒ$, $ΒΓ$ και $ΑΓ$ αντίστοιχα, ώστε η $ΔΕ$ να είναι παράλληλη στην $ΑΓ$. Επίσης $ΑΒ = 3ΑΔ$.

α) Να βρείτε τους λόγους $\frac{ΒΔ}{ΑΔ}$ και $\frac{ΒΕ}{ΕΓ}$. (Μονάδες 15)

β) Αν επιπλέον γνωρίζετε ότι $ΑΓ = 3,9$ και $ΓΖ = 1,3$ να αποδείξετε ότι η $ΖΕ$ είναι παράλληλη της $ΑΒ$.

(Μονάδες 10)

