

**Τράπεζα θεμάτων
Β΄ λυκείου –
Γεωμετρία
κεφάλαιο 10^ο**

106 θέματα - 26/5/2022

Θέμα 22568 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

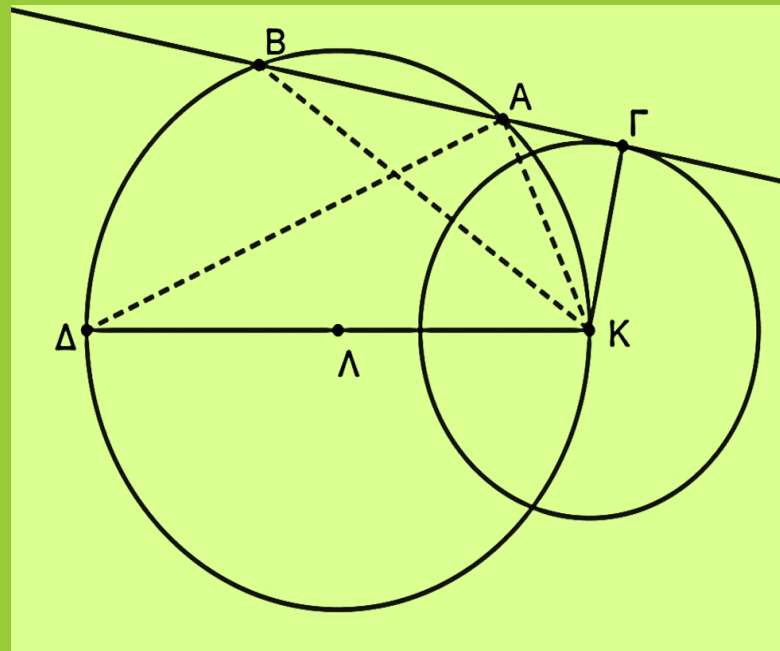
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο Λ και ακτίνα $R=10$, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο ενός άλλου κύκλου με κέντρο το σημείο K και ακτίνα $\rho=6$. Η εφαπτομένη του κύκλου (K,ρ) στο σημείο του Γ τέμνει τον κύκλο (Λ,R) στα σημεία A και B . Η προέκταση της $K\Lambda$ προς το Λ τέμνει τον κύκλο (Λ,R) στο σημείο Δ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Τα τρίγωνα $K\Gamma B$ και $K\Lambda\Delta$ είναι όμοια. (Μονάδες 8)
- ii. $KA \cdot KB = 120$ (Μονάδες 9)

β) Αν είναι $KB=15$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $A\Gamma K$. (Μονάδες 8)

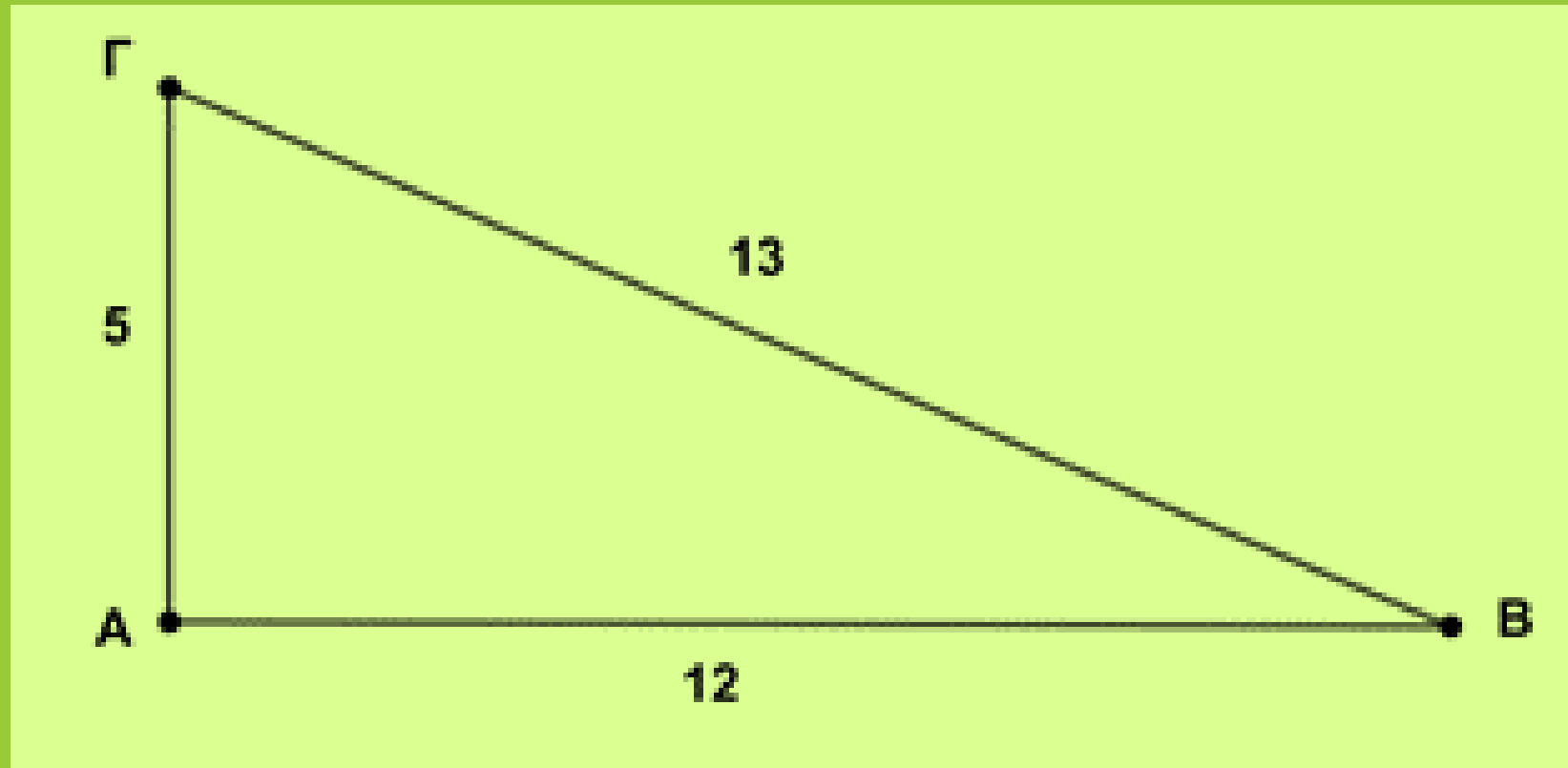


Θέμα 22513 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = 12$, $AG = 5$ και $BΓ = 13$.

- Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 90^\circ$. (Μονάδες 8)
- Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 8)
- Να υπολογίσετε το ύψος $υ_\alpha$. (Μονάδες 9)



Θέμα 22511 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = 2$, $ΑΓ = 3$ και $\widehat{Α} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος της πλευράς $ΒΓ$. (Μονάδες 9)

β) το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$. (Μονάδες 8)

γ) το ύψος u_α . (Μονάδες 8)

Θέμα 22510 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

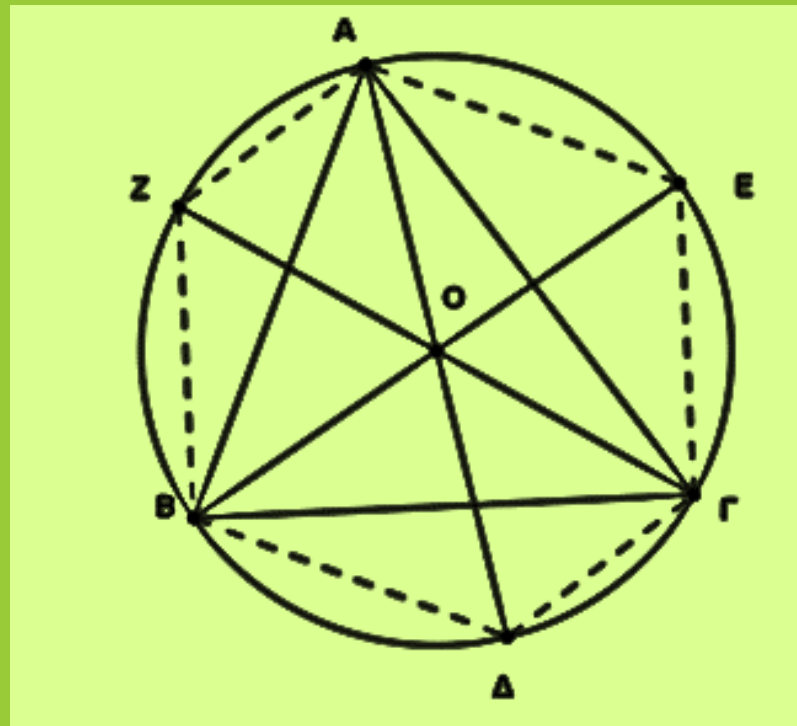
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ εγγεγραμμένο σε κύκλο κέντρου $Ο$. Θεωρούμε τις διαμέτρους $ΑΔ$, $ΒΕ$ και $ΓΖ$. Να αποδείξετε ότι:

α) $(ΑΟΒ) = (ΒΟΔ)$ και $(ΑΟΓ) = (ΔΟΓ)$ (Μονάδες 8)

β) $(ΒΔΓ) = (ΑΟΒ) + (ΑΟΓ) - (ΒΟΓ)$ (Μονάδες 8)

γ) $(ΑΖΒΔΓΕ) = 2(ΑΒΓ)$ (Μονάδες 9)



Θέμα 22509 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

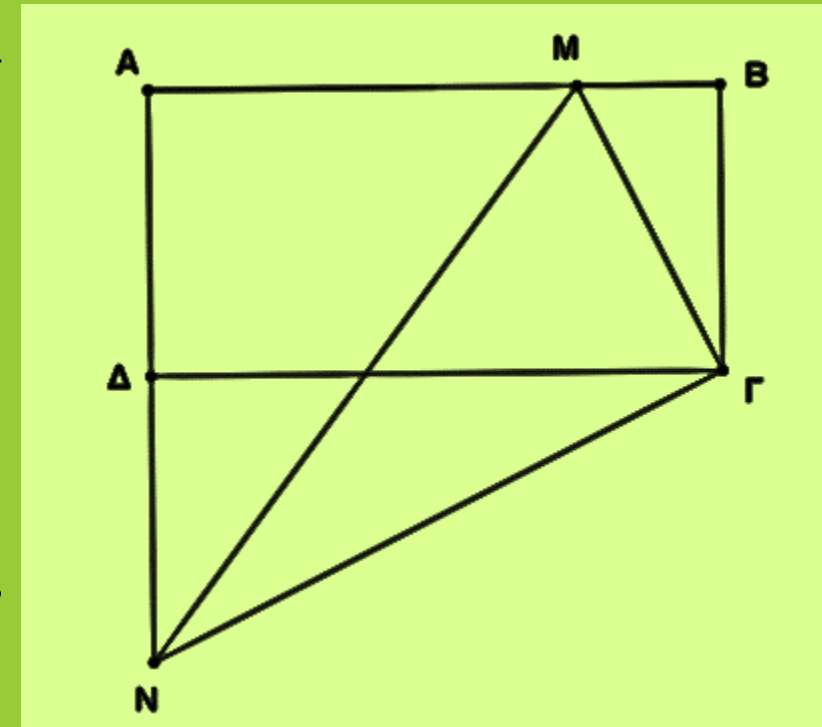
Θεωρούμε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 2a$ και $A\Delta = a$.
Στην πλευρά AB θεωρούμε σημείο M με $MB = x$ και
στην προέκταση της $A\Delta$ σημείο N με $\Delta N = 2x$.

α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση των a , x τα $M\Gamma^2$, $N\Gamma^2$
και MN^2 . (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $MN\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
(Μονάδες 6)

γ) Να υπολογίσετε συναρτήσει των a , x τα εμβαδά των
τριγώνων AMN και ΓMN . (Μονάδες 8)

δ) Να βρείτε τη θέση του σημείου M , πάνω στην AB ώστε
τα τρίγωνα AMN και ΓMN να είναι ισεμβαδικά.
(Μονάδες 5)



Θέμα 22407 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

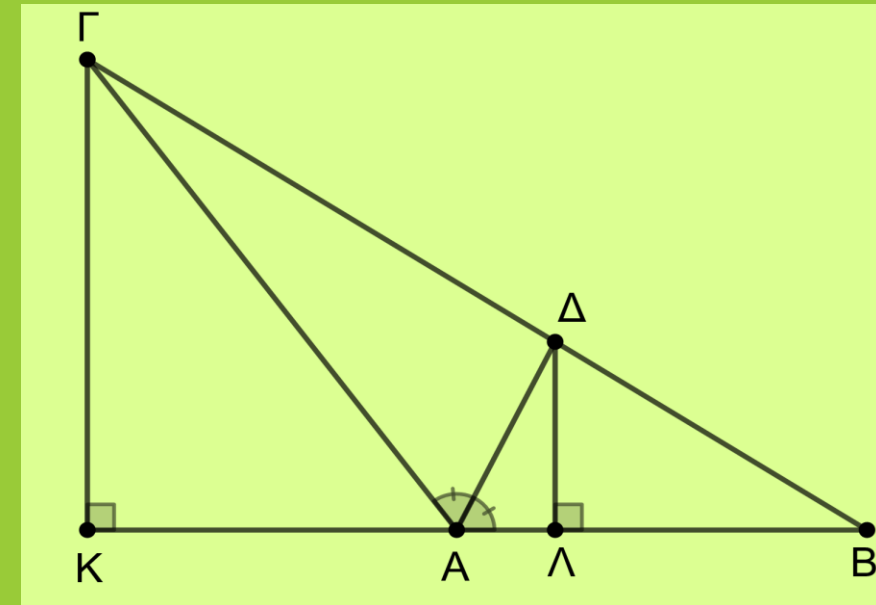
Στο παρακάτω σχήμα η AD είναι διχοτόμος του τριγώνου $AB\Gamma$ και η AK είναι η προβολή της πλευράς AG πάνω στην ευθεία AB . Δίνονται $AB = 10$, $AG = 15$ και $AK = 9$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $\Gamma K = 12$ και $(AB\Gamma) = 60$. (Μονάδες 8)
- ii. $(A\Delta B) = 24$ και $(A\Delta\Gamma) = 36$. (Μονάδες 10)

β) Έστω Λ η προβολή του σημείου Δ πάνω στην ευθεία AB .

- i. Να αποδείξετε ότι $\frac{\Delta\Lambda}{\Gamma K} = \frac{2}{5}$. (Μονάδες 3)
- ii. Να βρείτε τον λόγο $\frac{\Lambda B}{\Lambda K}$ στον οποίο το σημείο Λ διαιρεί εσωτερικά το ευθύγραμμο τμήμα BK . (Μονάδες 4)



Θέμα 22406 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα η ΒΔ είναι διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΓ και επίσης είναι $BΓ = 2ΑΒ$.

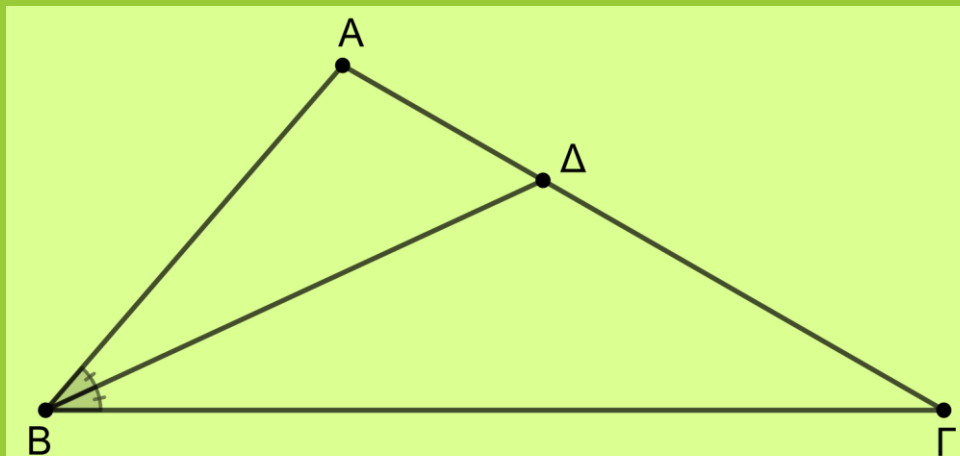
α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΓ είναι διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΔ. (Μονάδες 6)

β) Να χωρίσετε το τρίγωνο ΑΒΓ σε τρία ισοδύναμα τρίγωνα. (Μονάδες 6)

γ) Έστω ότι $ΑΒ = 12$ και $\eta\mu Β = \frac{3}{4}$.

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι 108. (Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε τα εμβαδά των τριγώνων ΔΒΓ και ΑΒΔ. (Μονάδες 6)



Θέμα 22404 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Το σημείο M διαιρεί εσωτερικά την πλευρά $B\Gamma$ ενός τριγώνου $AB\Gamma$ σε λόγο $\frac{MB}{M\Gamma}$ και το σημείο N διαιρεί εξωτερικά το ευθύγραμμο τμήμα AM σε λόγο $\frac{NA}{NM}$.

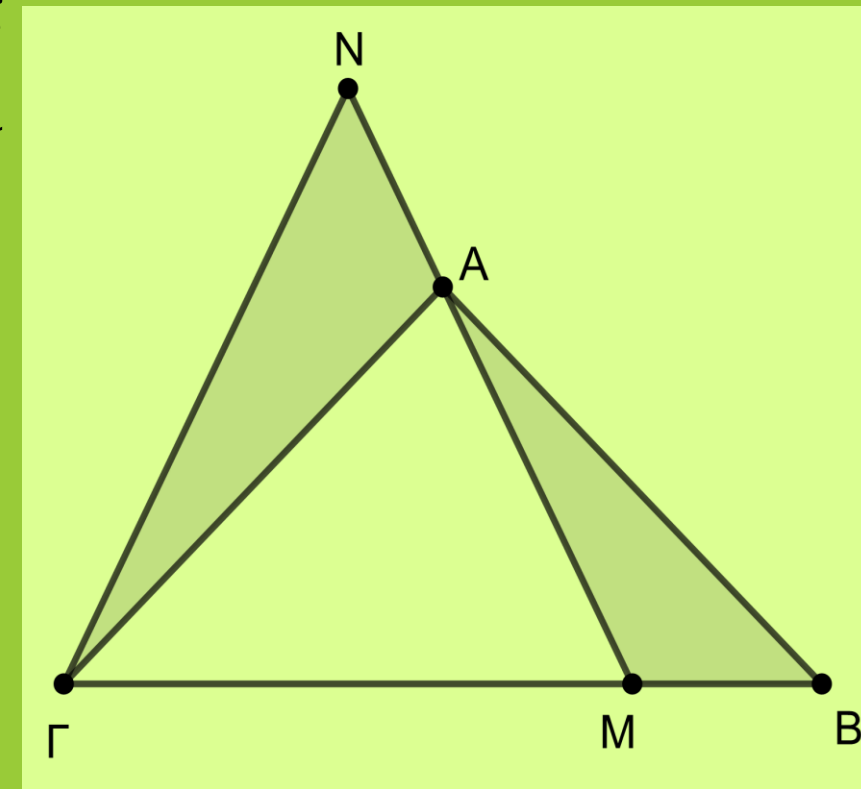
α) Έστω $\frac{MB}{M\Gamma} = \frac{1}{3}$ και $\frac{NA}{NM} = \frac{1}{4}$. Να αποδείξετε ότι:

i. $\frac{(AMB)}{(AM\Gamma)} = \frac{1}{3}$. (Μονάδες 7)

ii. $\frac{NA}{AM} = \frac{1}{3}$. (Μονάδες 6)

iii. $(AMB) = (AN\Gamma)$. (Μονάδες 6)

β) Έστω $\frac{MB}{M\Gamma} = 1$ και $(AMB) = (AN\Gamma)$. Να βρείτε τον λόγο $\frac{NA}{NM}$ στον οποίο το σημείο N διαιρεί εξωτερικά το ευθύγραμμο τμήμα AM . (Μονάδες 6)



Θέμα 22396 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και έστω Δ η προβολή του σημείου B πάνω στην ευθεία $A\Gamma$. Έστω $A\Delta = 3$ και $\Delta\Gamma = 2$.

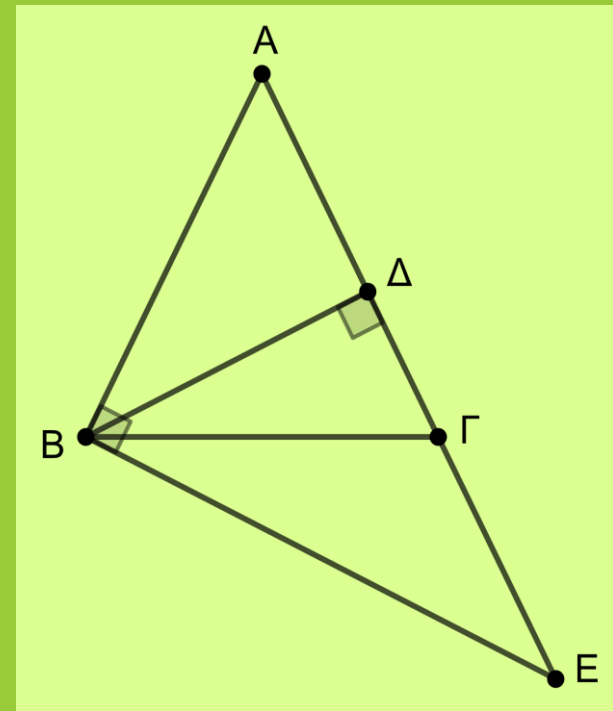
α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $B\Delta = 4$. (Μονάδες 6)
- ii. $(AB\Gamma) = 10$. (Μονάδες 6)

β) Έστω ότι η κάθετη της AB στο σημείο B , τέμνει την προέκταση της $A\Gamma$ στο σημείο E .

Να βρείτε:

- i. Το μήκος του ΔE . (Μονάδες 6)
- ii. Το εμβαδόν του τριγώνου $B\Gamma E$. (Μονάδες 7)



Θέμα 22389 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

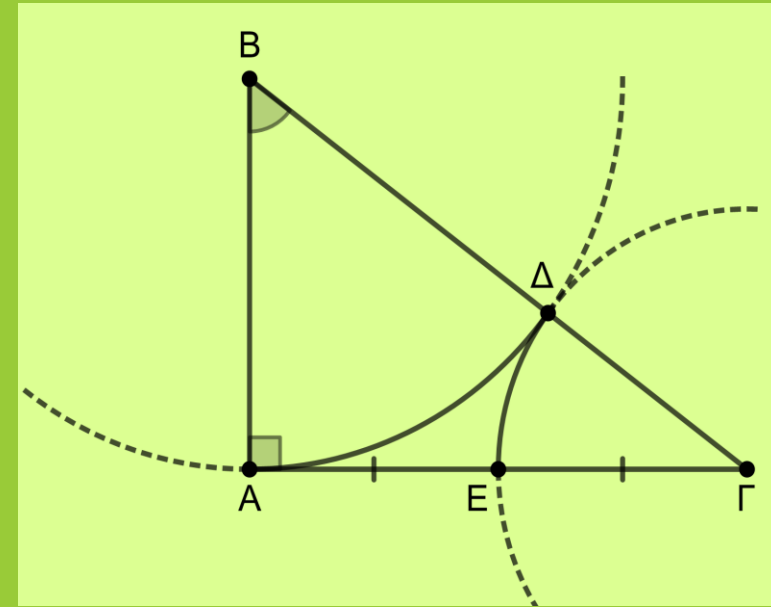
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{A} = 90^\circ$. Με κέντρο το σημείο B και ακτίνα $R = BA$ γράφουμε τον κύκλο (B, R) ο οποίος τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Δ . Με κέντρο το σημείο Γ και ακτίνα $\rho = \Gamma\Delta$ γράφουμε τον κύκλο (Γ, ρ) ο οποίος τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο E . Έστω ότι το E είναι το μέσο της $A\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι $\rho = \frac{2}{3}R$ (Μονάδες 8)

β) Έστω E_1 το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ και E_2 το εμβαδόν του κύκλου (B, R) . Να αποδείξετε ότι $\frac{E_2}{E_1} = \frac{3\pi}{2}$ (Μονάδες 8)

γ) Έστω $\widehat{B} = \mu^\circ$ και E_3 και E_4 είναι το εμβαδά των κυκλικών τομέων $B\widehat{A\Delta}$ και $\Gamma\widehat{\Delta E}$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\frac{E_4}{E_3} = \frac{4(90-\mu)}{9\mu}$ (Μονάδες 9)



Θέμα 22380 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

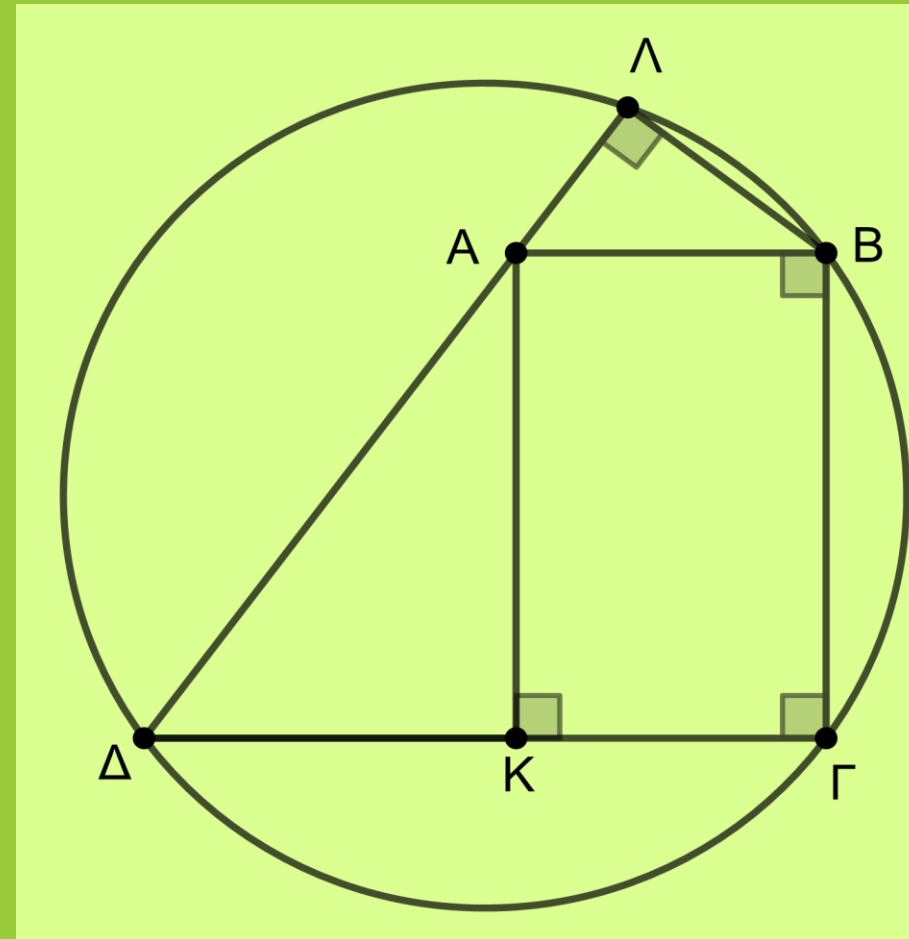
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ με $\widehat{Β} = \widehat{Γ} = 90^\circ$ και $ΒΓ = 16$, $ΓΔ = 22$ και $ΑΔ = 20$. Έστω $Κ$ η προβολή του σημείου $Α$ πάνω στην ευθεία $ΓΔ$ και $Λ$ η προβολή του σημείου $Β$ πάνω στη ευθεία $ΑΔ$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. $ΚΔ = 12$, (Μονάδες 6)
- ii. το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΚΔ$ είναι 96 . (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΚΔ$ και $ΒΛΑ$ είναι όμοια και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $ΒΛΑ$. (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το μήκος της διαμέτρου του περιγεγραμμένου κύκλου του τετραπλεύρου $ΒΓΔΛ$. (Μονάδες 5)



Θέμα 22375 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

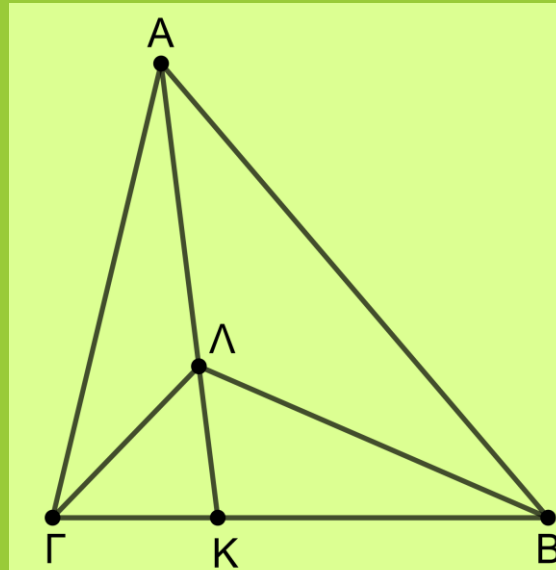
Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$. Στην πλευρά $ΒΓ$ παίρνουμε σημείο $Κ$ ώστε $ΚΒ = 2ΚΓ$ και στο ευθύγραμμο τμήμα $ΑΚ$ παίρνουμε σημείο $Λ$ ώστε $ΛΑ = 2ΛΚ$. Έστω E_1, E_2, E_3 και E_4 τα εμβαδά των τριγώνων $ΑΛΓ, ΓΛΚ, ΒΛΚ$ και $ΑΛΒ$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\frac{E_1}{E_2} = 2$ και $\frac{E_4}{E_3} = 2$. (Μονάδες 10)

ii. $E_1 = E_3$. (Μονάδες 8)

β) Αν $E_1 = 10$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$. (Μονάδες 7)



Θέμα 22369 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 8$, $B\Gamma = 7$ και $\hat{A} = 60^\circ$.

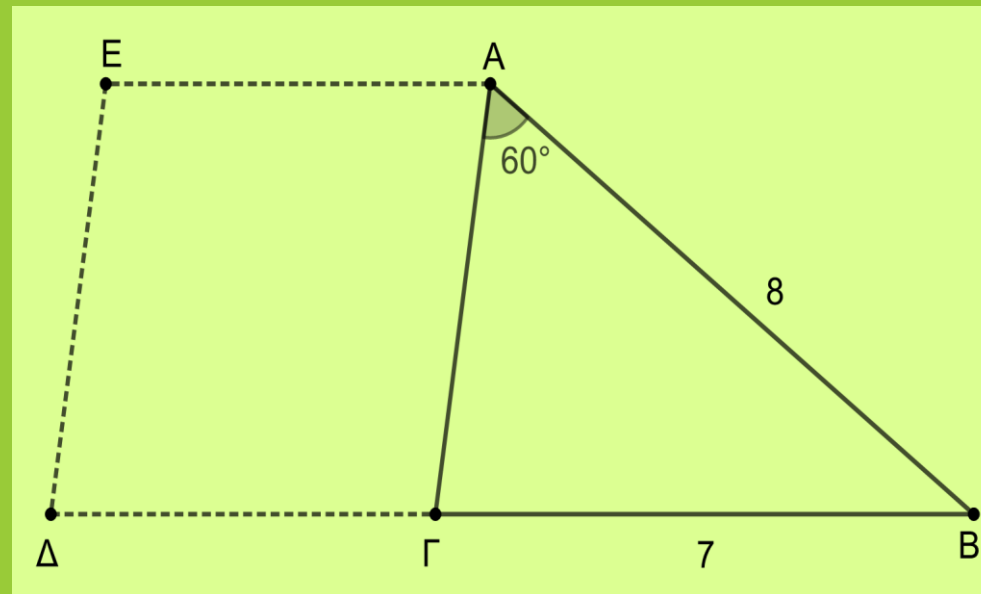
α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 3$ ή $A\Gamma = 5$ (Μονάδες 6)

β) Έστω ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι οξυγώνιο όπως στο παρακάτω σχήμα.

i. Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 5$. (Μονάδες 6)

ii. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι $(AB\Gamma) = 10\sqrt{3}$. (Μονάδες 6)

iii. Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = A\Gamma$ και σχηματίζουμε τον ρόμβο $A\Gamma\Delta E$. Να βρείτε το εμβαδόν του ρόμβου $A\Gamma\Delta E$. (Μονάδες 7)



Θέμα 22340 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

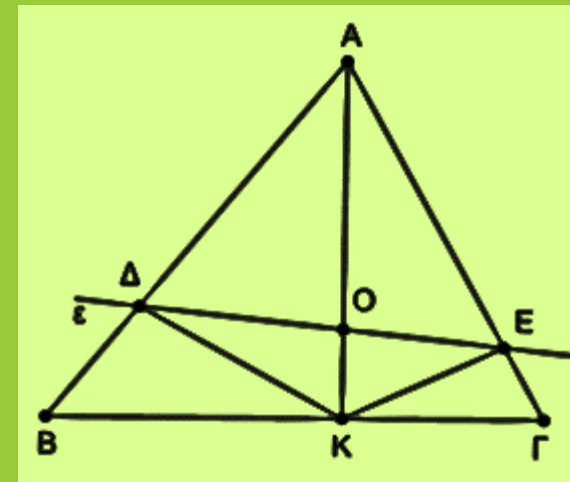
Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και το εσωτερικό σημείο K της πλευράς $B\Gamma$. Θεωρούμε σημείο O του ευθύγραμμου τμήματος AK , ώστε $AO = \frac{3}{4}AK$. Από το O φέρνουμε ευθεία ε η οποία τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $(AO\Delta) = \frac{3}{4}(AK\Delta)$, (Μονάδες 7)

ii. $(AOE) = \frac{3}{4}(AKE)$, (Μονάδες 7)

iii. $(A\Delta E) = \frac{3}{4}(A\Delta KE)$. (Μονάδες 7)



β) Είναι δυνατόν να ισχύει $(A\Delta E) = \frac{3}{4}(AB\Gamma)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 4)

Θέμα 22339 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

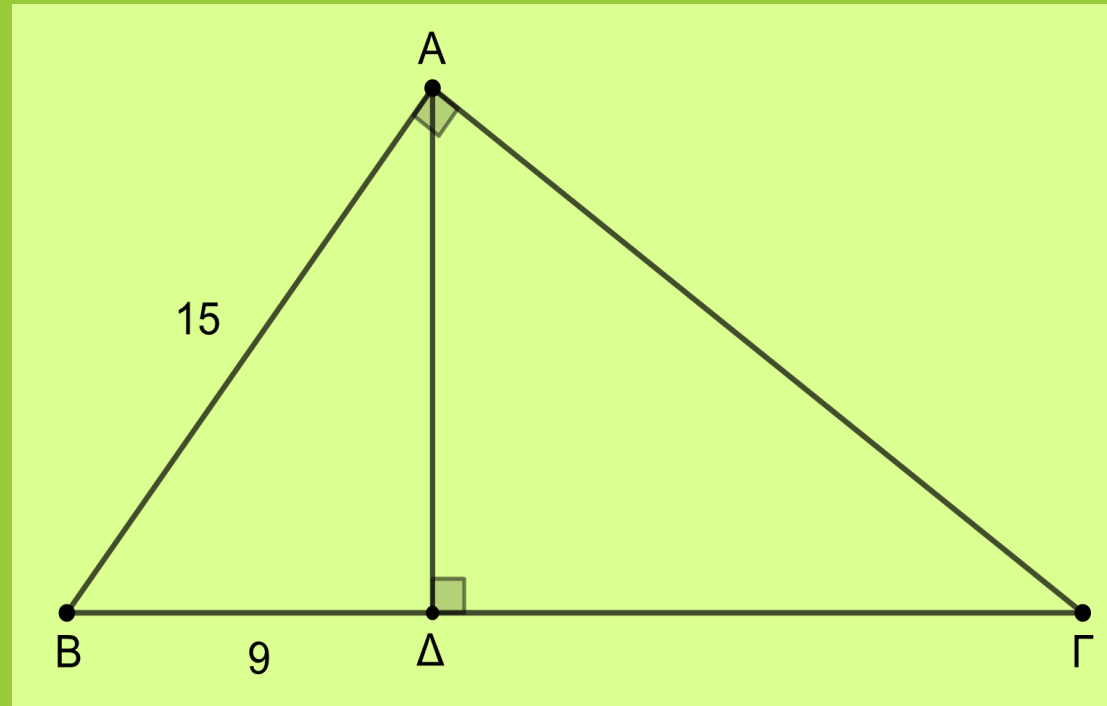
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και έστω Δ η προβολή της κορυφής A στην υποτείνουσα $B\Gamma$. Έστω επίσης $AB = 15$ και $\Delta B = 9$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $B\Gamma = 25$, (Μονάδες 9)

ii. $A\Gamma = 20$. (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 7)



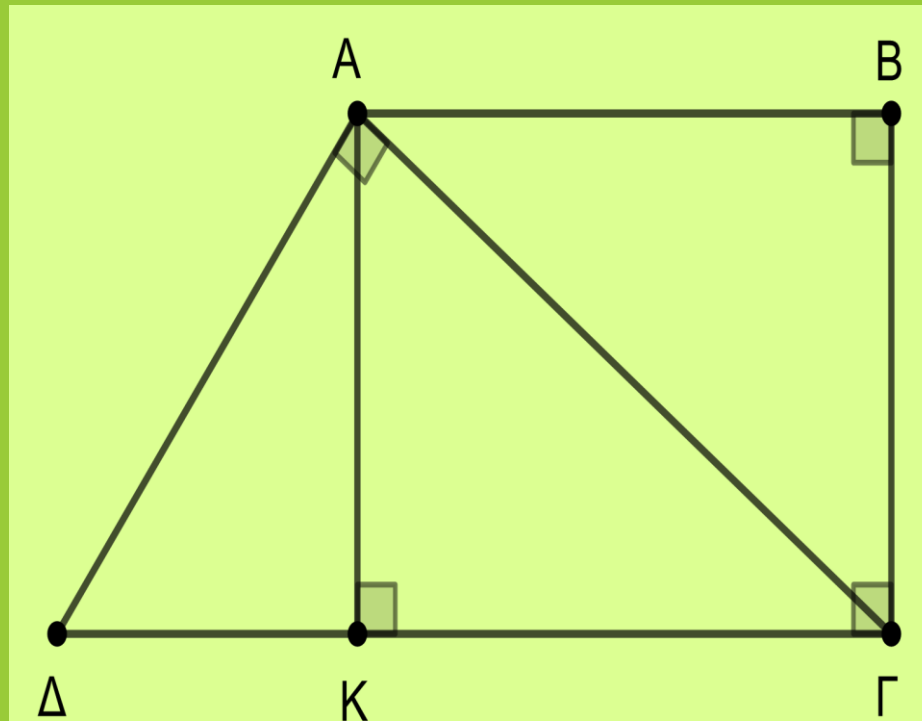
Θέμα 22338 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $\widehat{B} = \widehat{\Gamma} = 90^\circ$ και στο οποίο η πλευρά $A\Delta$ και η διαγώνιος $A\Gamma$ είναι κάθετες. Έστω K η προβολή της κορυφής A στην πλευρά $\Gamma\Delta$, $K\Delta = 9$ και $K\Gamma = 16$.

α) Να αποδείξετε ότι $AK = 12$ (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε το εμβαδόν του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$ (Μονάδες 13)



Θέμα 22331 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

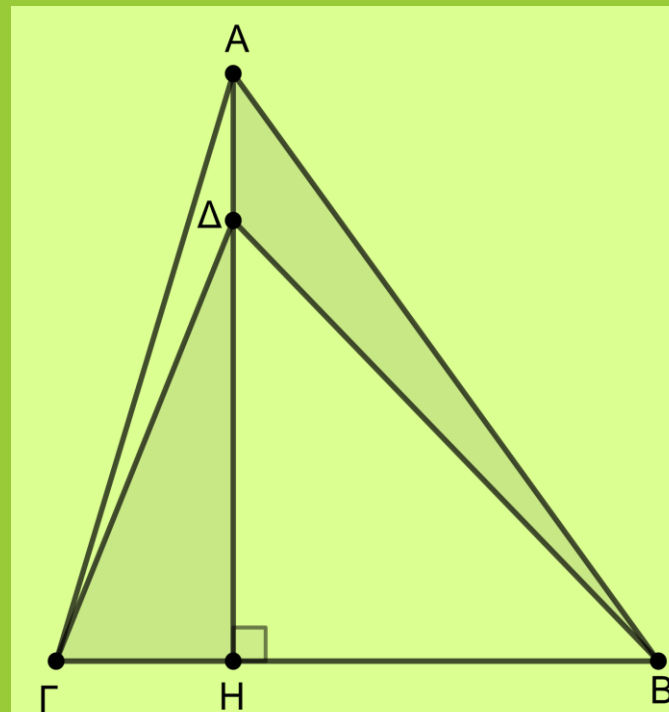
ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος το AH είναι ύψος και το Δ σημείο του AH . Δίνονται $AB = 20, BH = 12, \Gamma H = 5$ και ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Delta$ είναι $(AB\Delta) = 24$.

α) Να αποδείξετε ότι $AH = 16$ (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι $A\Delta = 4$ (Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $\Gamma\Delta H$ (Μονάδες 6)



Θέμα 22310 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

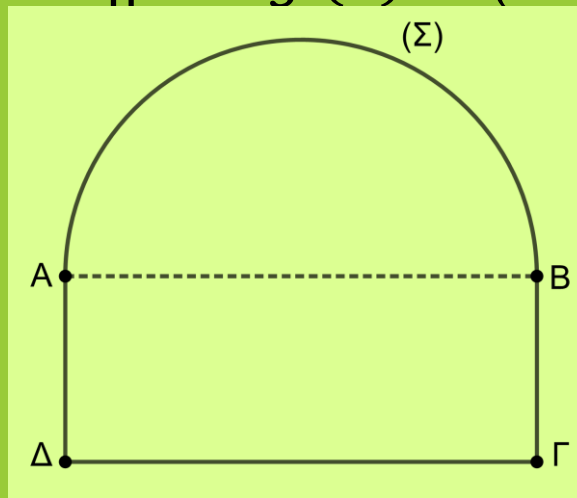
Το παρακάτω σχήμα (Σ) αποτελείται από το ημικύκλιο διαμέτρου AB και το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$. Το ημικύκλιο και το ορθογώνιο έχουν ίσα εμβαδά. Δίνεται $AB = 8$ cm .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. το εμβαδόν του ημικυκλίου είναι $E = 8\pi$ cm², (Μονάδες 8)
- ii. το μήκος του ημικυκλίου είναι $L = 4\pi$ cm . (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε:

- i. το μήκος της πλευράς $A\Delta$ του ορθογωνίου, (Μονάδες 5)
- ii. την περίμετρο του σχήματος (Σ) . (Μονάδες 4)



Θέμα 22260 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

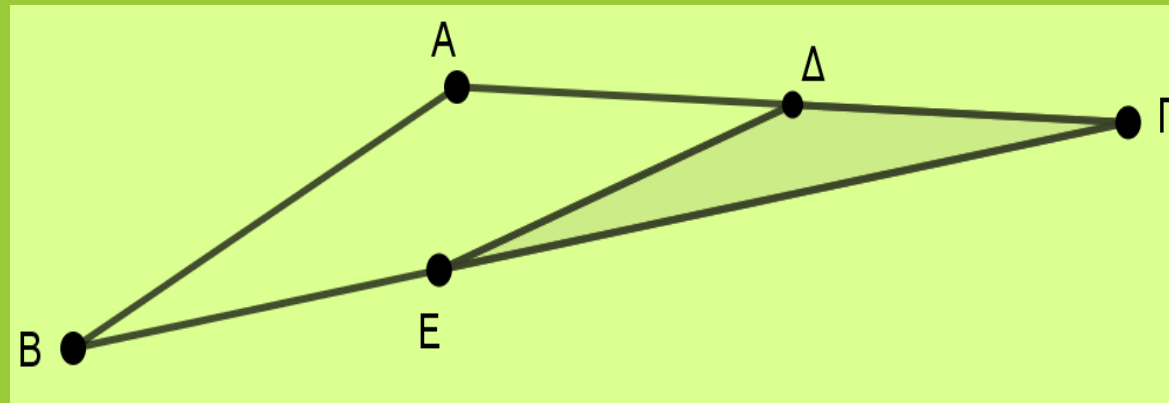
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, με $AB=4$, $AG=6$ και $\hat{A} = 150^\circ$. Αν το σημείο Δ είναι το μέσον της ΑΓ και το Ε είναι σημείο της ΒΓ ώστε $GE = \frac{2}{3}GB$, τότε να υπολογίσετε:

α) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. Δίνεται $\eta\mu 150^\circ = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 9)

β) το λόγο $\frac{(ΓΔΕ)}{(ΑΒΓ)}$. (Μονάδες 9)

γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΕ. (Μονάδες 7)



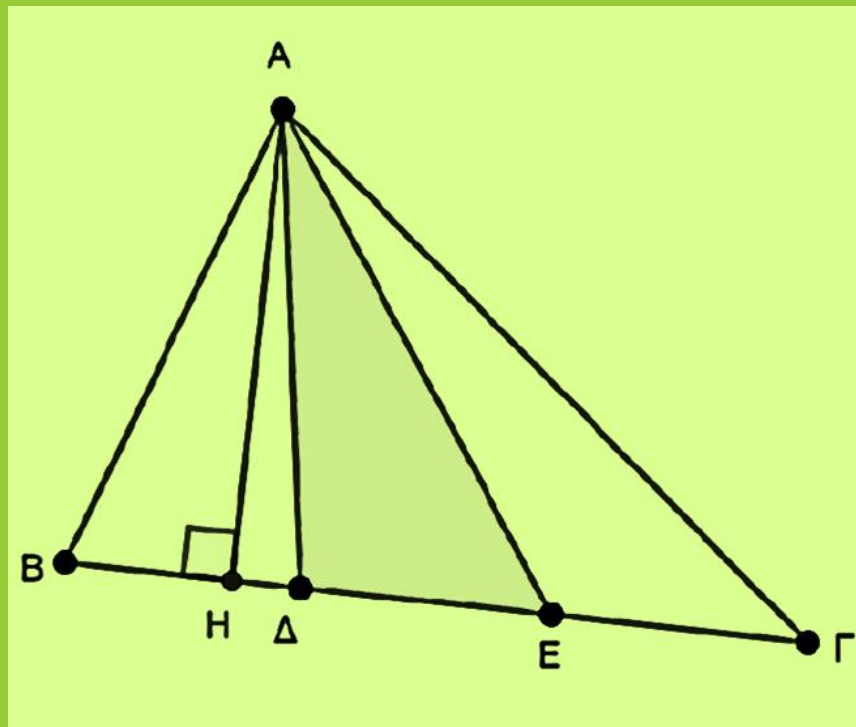
Θέμα 22259 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ και στην πλευρά του $ΒΓ$, τα σημεία $Δ, Ε$ ώστε $ΒΔ = ΔΕ = ΕΓ$. Από την κορυφή $Α$, φέρνουμε το ύψος $ΑΗ$ του τριγώνου $ΑΒΓ$.

α) Να αποδείξετε ότι $(ΑΔΕ) = \frac{1}{3} (ΑΒΓ)$. (Μονάδες 13)

β) Αν $Μ$ είναι το μέσο της $ΒΓ$, να αποδείξετε ότι $(ΑΜΕ) = \frac{1}{6} (ΑΒΓ)$. (Μονάδες 12)



Θέμα 22244 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

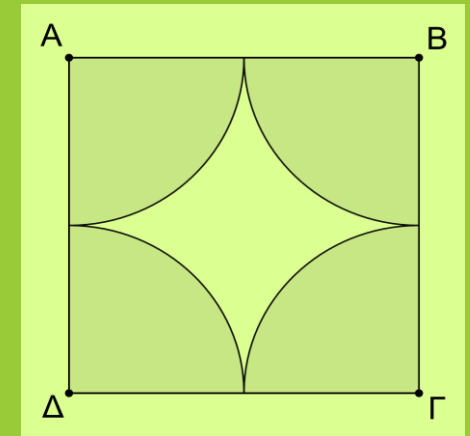
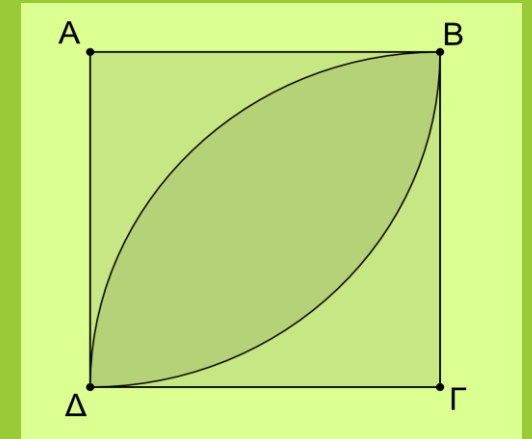
Ένας κηπουρός θέλει να ποτίσει το γκαζόν που έχει φυτέψει σε έναν τετράγωνο κήπο πλευράς 10 m. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιεί μηχανισμούς ποτίσματος τους οποίους μπορεί να ρυθμίσει, ώστε να ποτίζουν έναν κυκλικό τομέα με συγκεκριμένη γωνία και ακτίνα.

α) Ο κηπουρός τοποθετεί στις απέναντι κορυφές Α, Γ του τετράγωνου κήπου από έναν μηχανισμό, ώστε ο καθένας να ποτίζει ένα τεταρτοκύκλιο ακτίνας 10m, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Να αποδείξετε ότι:

- i. το εμβαδόν της περιοχής που ποτίζει κάθε μηχανισμός είναι $25\pi \text{ m}^2$. (Μονάδες 4)
- ii. το εμβαδόν της περιοχής που ποτίζουν ταυτόχρονα και οι δύο μηχανισμοί είναι $50(\pi - 2) \text{ m}^2$. (Μονάδες 5)

β) Ο κηπουρός τοποθετεί στις τέσσερις κορυφές του τετράγωνου κήπου από έναν μηχανισμό, ώστε ο καθένας να ποτίζει ένα τεταρτοκύκλιο ακτίνας 5m, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.

- i. Να βρείτε το εμβαδόν της περιοχής που δεν ποτίζεται. (Μονάδες 8)
- ii. Για να μην μείνει απότιση κάποια περιοχή του κήπου ο κηπουρός τοποθετεί έναν πέμπτο μηχανισμό ποτίσματος στο κέντρο του κήπου ο οποίος ποτίζει την περιοχή ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας 5m. Να βρείτε το εμβαδόν του κήπου που ποτίζεται από δύο μηχανισμούς ταυτόχρονα και να το συγκρίνετε με την απάντηση που βρήκατε στο ερώτημα α). (Μονάδες 8)



Θέμα 22243 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο $ΑΒΓΔ$ και σημείο Z στην πλευρά $ΑΔ$, ώστε $AZ = \frac{3}{4}AB$.

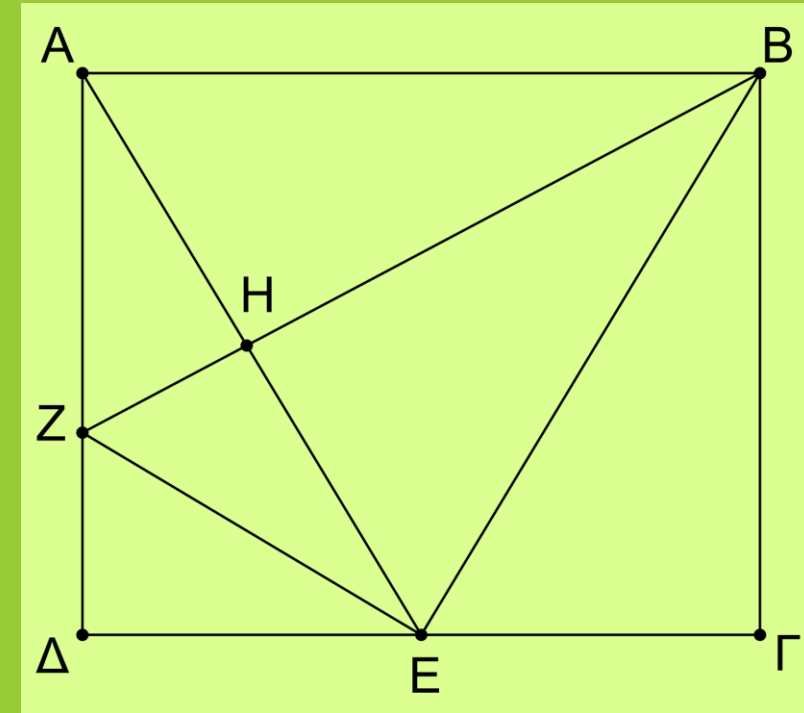
α) Να αποδείξετε ότι $BZ = \frac{5}{4}AB$. (Μονάδες 6)

β) Αν το $ΑΒΓΔ$ είναι τετράγωνο, E το μέσο της $ΓΔ$ και H είναι το σημείο τομής των $ΑΕ$, BZ , να αποδείξετε ότι:

i. $BE^2 = \frac{5}{4}AB^2$ και $ZE^2 = \frac{5}{16}AB^2$, (Μονάδες 6)

ii. το τρίγωνο BEZ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα BEZ και $BΓE$ είναι όμοια και να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών τους. (Μονάδες 8)



Θέμα 22150 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

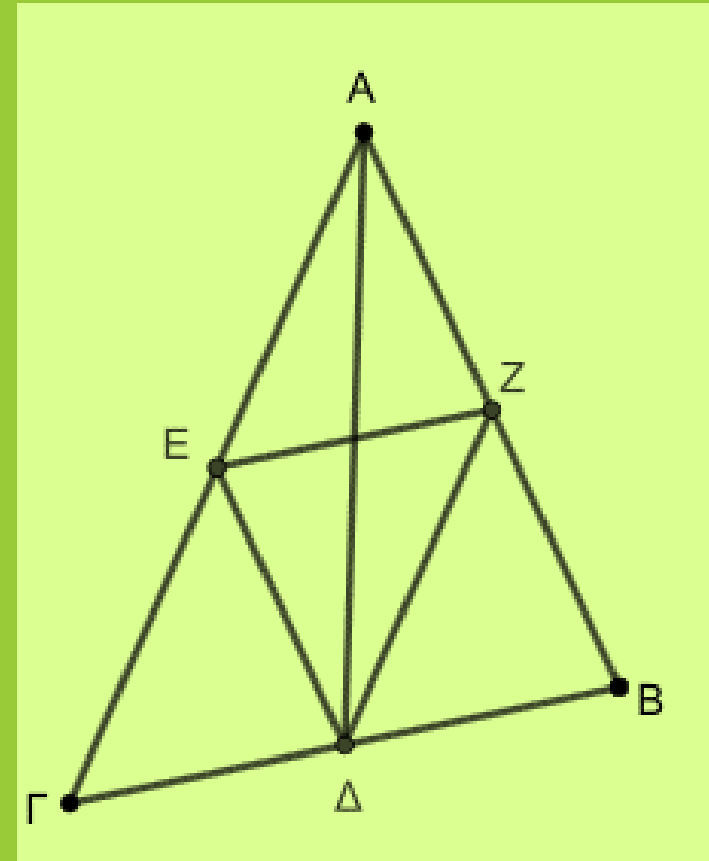
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με E και Z τα μέσα των πλευρών του $A\Gamma$ και AB , αντίστοιχα.

α) Αν επιπλέον το ευθύγραμμο τμήμα $A\Delta$ ενώνει την κορυφή A του τριγώνου $AB\Gamma$ και το μέσο Δ της απέναντι πλευράς $B\Gamma$, όπως στο σχήμα, να αποδείξετε ότι:

- Τα τρίγωνα $E\Delta\Gamma$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{2}$.
- Για το εμβαδόν $(AE\Delta Z)$ του τετραπλεύρου $AE\Delta Z$ ισχύει ότι $(AE\Delta Z) = (AB\Gamma) - 2(E\Delta\Gamma)$.
- Το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AE\Delta Z$ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 18)

β) Αν το σημείο Δ είναι τυχαίο εσωτερικό σημείο της πλευράς $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$, τότε ισχύει ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AE\Delta Z$ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$; (Μονάδες 07)



Θέμα 22148 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

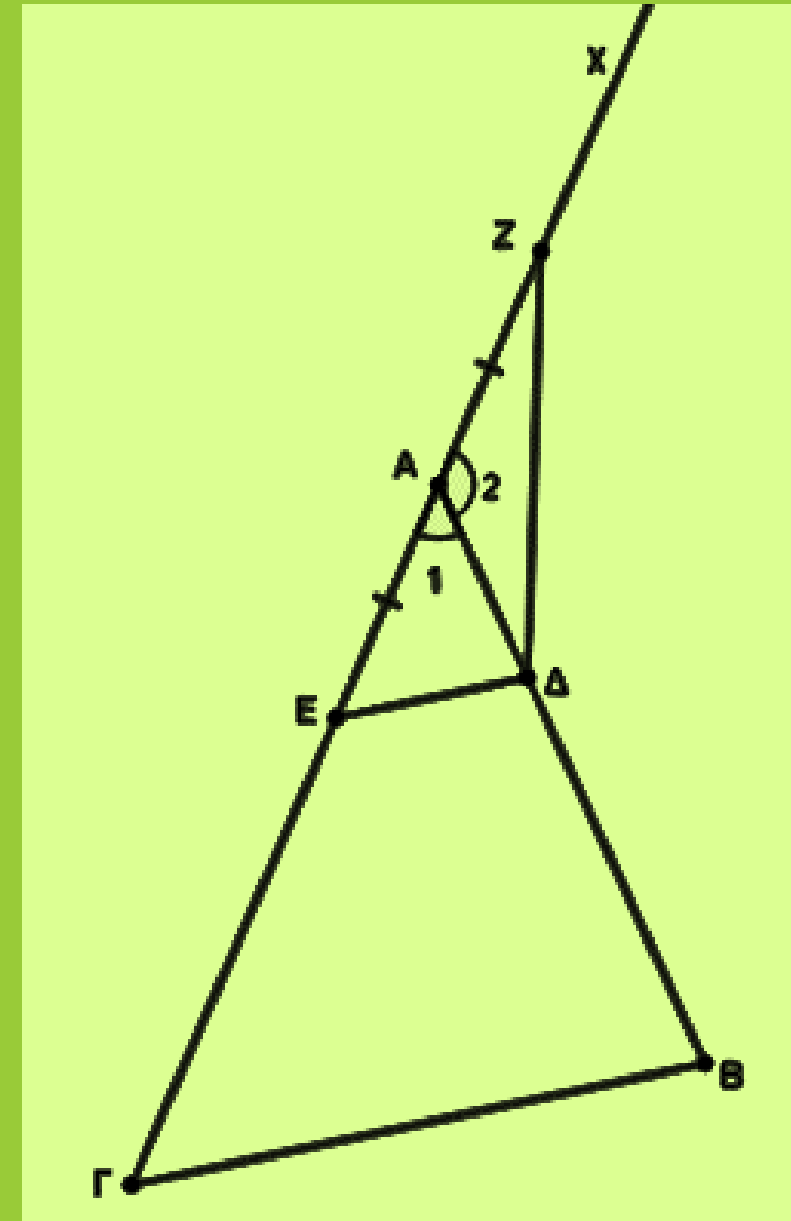
Έστω E σημείο στην πλευρά GA του τριγώνου $ABΓ$. Από το E φέρνουμε παράλληλη στην πλευρά $BΓ$ του $ABΓ$ η οποία τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Δ και παίρνουμε σημείο Z στην προέκταση $A\chi$ της πλευράς GA του τριγώνου $ABΓ$ ώστε να είναι $AZ = AE$, όπως στο σχήμα.

α) Έστω $AΓ = 3AE$. Να αποδείξετε ότι:

i. Το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι ίσο με το $\frac{1}{9}$ του εμβαδού του τριγώνου $ABΓ$. (Μονάδες 07)

ii. Το εμβαδόν του τριγώνου ΔEZ είναι ίσο με τα $\frac{2}{9}$ του εμβαδού του τριγώνου $ABΓ$. (Μονάδες 10)

β) Αν το εμβαδόν του ΔEZ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του εμβαδού του $ABΓ$, να υπολογίσετε το λόγο $\frac{AE}{AΓ}$. (Μονάδες 08)



Θέμα 22141 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

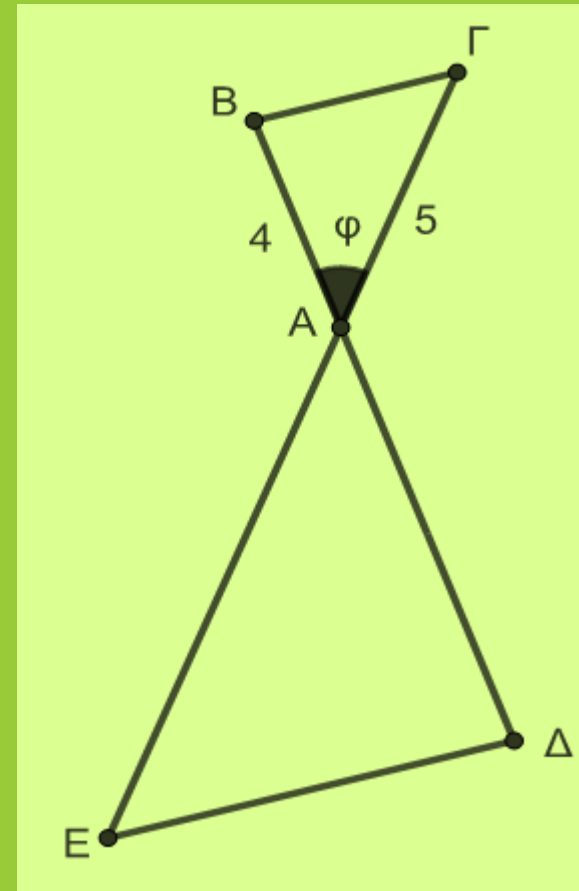
ΘΕΜΑ 4

Το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ έχει τα άκρα του Β και Γ στις προεκτάσεις των πλευρών ΔΑ και ΕΑ, αντίστοιχα, του τριγώνου ΑΔΕ, έτσι ώστε να είναι παράλληλο στην πλευρά ΔΕ. Επίσης δίνονται τα μήκη των πλευρών του τριγώνου ΑΒΓ, $AB = 4$ και $AG = 5$. Έστω ότι ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι $\frac{(AB\Gamma)}{(A\Delta E)} = \frac{1}{4}$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια με λόγο $\frac{1}{2}$. (Μονάδες 10)

β) Αν $\widehat{B\hat{A}G} = \varphi$, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν (ΑΔΕ) του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίσο με $40\eta\mu\varphi$. (Μονάδες 07)

γ) Να βρείτε σημείο Ζ εσωτερικό της πλευράς ΑΔ, ώστε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΖ που σχηματίζεται να είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΔΕ. (Μονάδες 08)



Θέμα 22104 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ θεωρούμε σημείο Δ εσωτερικό της πλευράς του $B\Gamma$. Έστω M το μέσο M του τμήματος $A\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $(ABM) = \frac{1}{2} (AB\Delta)$ (Μονάδες 8)

ii. $(ABM) + (M\Delta\Gamma) = \frac{1}{2} (AB\Gamma)$ (Μονάδες 9)

β) Να εξετάσετε αν υπάρχει θέση του σημείου Δ τέτοια ώστε τα τρίγωνα ABM και $M\Delta\Gamma$ να έχουν ίσα εμβαδά. Στην περίπτωση που υπάρχει θέση του σημείου Δ για την οποία τα εμβαδά των τριγώνων ABM και $M\Delta\Gamma$ είναι ίσα, να βρείτε τι μέρος του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι το εμβαδόν του κάθε τριγώνου ABM και $M\Delta\Gamma$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

Θέμα 22101 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

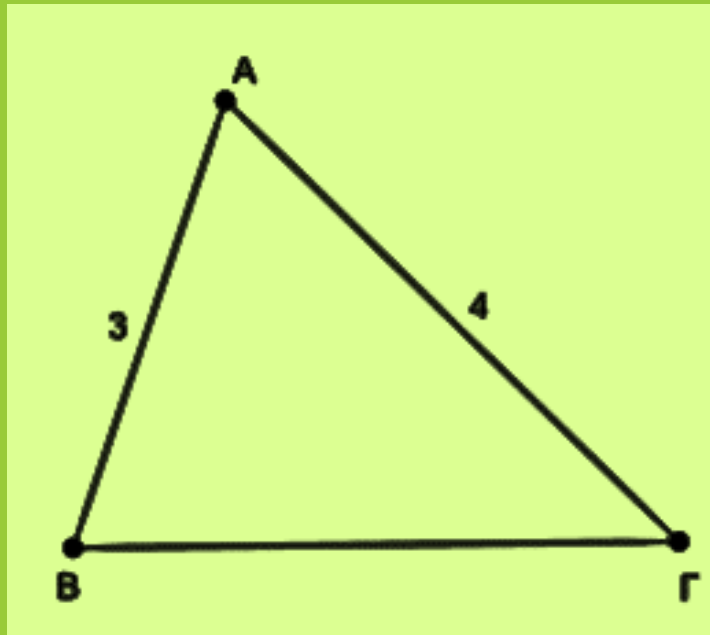
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ του οποίου οι πλευρές ΑΒ και ΑΓ έχουν σταθερά μήκη 3 και 4 αντίστοιχα.

α) Αν η γωνία Α έχει μέτρο 60° , τότε να υπολογίσετε:

- i. Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 08)
- ii. Το μήκος της πλευράς ΒΓ. (Μονάδες 09)

β) Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας Α ώστε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ να γίνεται μέγιστο; Να υπολογίσετε το μέγιστο εμβαδόν και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 08)



Θέμα 22100 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

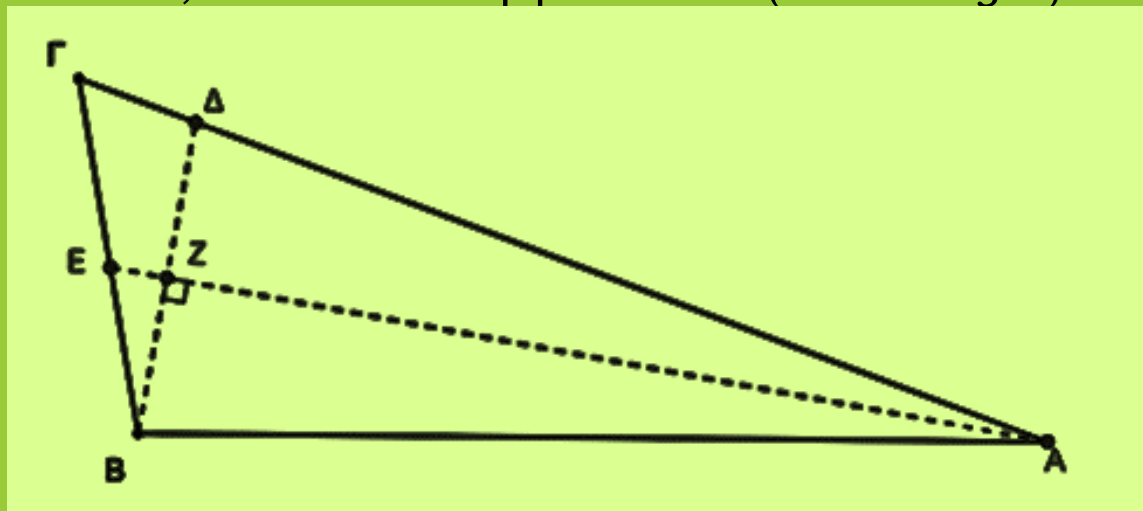
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνίες $\hat{A} = 20^\circ$, $\hat{B} = 100^\circ$, και η διχοτόμος AE της γωνίας του \hat{A} . Από το B φέρνουμε την κάθετη προς την AE και έστω Z , Δ τα σημεία τομής της καθέτου με τις AE , $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

- $\Gamma\hat{B}\Delta = \hat{A} = 20^\circ$ (Μονάδες 10)
- Το τρίγωνο $B\Delta\Gamma$ είναι όμοιο με το τρίγωνο $AB\Gamma$, να γράψετε τα ζεύγη των ομόλογων πλευρών τους και να αιτιολογήσετε γιατί είναι αυτές οι πλευρές ομόλογες. (Μονάδες 10)

β) Να σχεδιάσετε εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ δύο τετράπλευρα: ένα τετράγωνο με πλευρά την $B\Gamma$ και ένα ορθογώνιο που η μία του πλευρά είναι η πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ και η άλλη του πλευρά είναι ευθύγραμμο τμήμα ίσο με το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$. Να εξετάσετε αν τα δυο τετράπλευρα, που σχεδιάσατε, έχουν ίσα εμβαδά. (Μονάδες 5)



Θέμα 22098 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB = 4\alpha$ και $A\Delta = \pi\alpha$. Στο εσωτερικό του ορθογωνίου σχεδιάστηκε ημικύκλιο διαμέτρου AB .

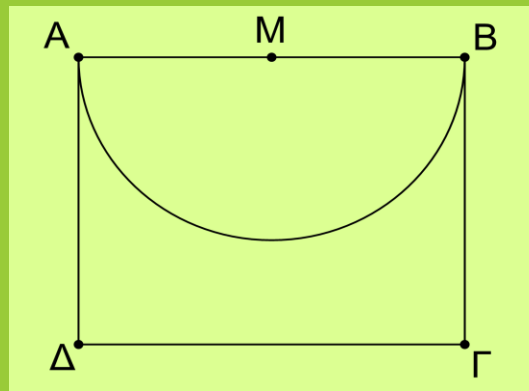
α) Να αποδείξετε ότι το ημικύκλιο χωρίζει το ορθογώνιο σε δύο ισεμβαδικά χωρία. (Μονάδες 8)

β) Αν η διαγώνιος $B\Delta$ τέμνει το ημικύκλιο στο σημείο E και M είναι το μέσο της AB ,

i. να αποδείξετε ότι $AB^2 = B\Delta \cdot BE$ και $A\Delta^2 = B\Delta \cdot \Delta E$. (Μονάδες 6)

ii. να αποδείξετε ότι $BE = \frac{16\alpha}{\sqrt{16+\pi^2}}$ και $\Delta E = \frac{\pi^2\alpha}{\sqrt{16+\pi^2}}$, (Μονάδες 6)

iii. να υπολογίσετε το $\sin \widehat{BME}$. (Μονάδες 5)



Θέμα 22070 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Ένα τρίγωνο $ΑΒΓ$ έχει μήκη πλευρών $α = 17$, $β = 8$, $γ = 15$.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 13)

β) Αν $ΑΔ$ είναι το ύψος του τριγώνου $ΑΒΓ$:

- i. Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $ΑΒΔ$ και $ΑΓΔ$ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους $λ$.
- ii. Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών $\frac{(ΑΒΔ)}{(ΑΓΔ)}$. (Μονάδες 12)

Θέμα 22058 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

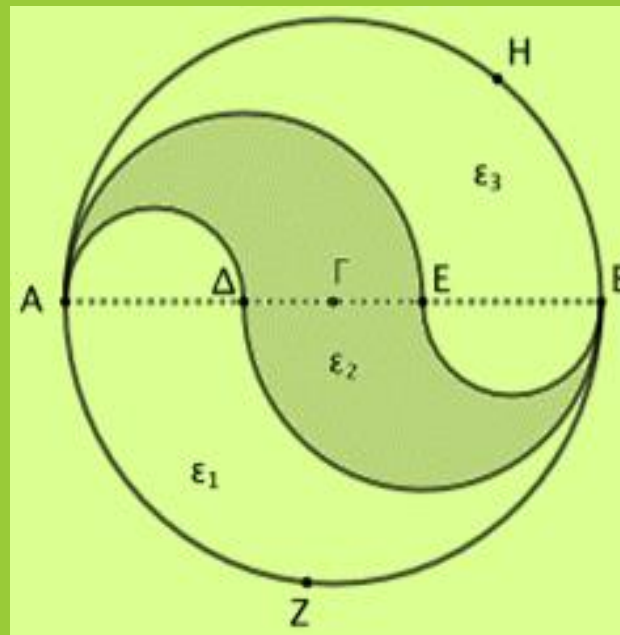
ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε κύκλο με κέντρο Γ και ακτίνα R . Έστω AB διάμετρος του κύκλου και Δ, E σημεία της τέτοια ώστε $A\Delta = \Delta E = EB$. Σχεδιάζουμε τα ημικύκλια $A\Delta$ και $A\Gamma$ πάνω από τη διάμετρο AB και τα ημικύκλια BE και $B\Delta$ κάτω από τη διάμετρο AB , όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε τα εμβαδά ε_1 και ε_3 των καμπυλόγραμμων σχημάτων $A\Delta BZ$ και $BEAH$ αντίστοιχα. (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν ε_2 του γραμμοσκιασμένου καμπυλόγραμμου σχήματος $A\Delta BE$. (Μονάδες 08)

γ) Να εξετάσετε αν ο κύκλος χωρίζεται σε τρία ισοδύναμα καμπυλόγραμμα σχήματα. (Μονάδες 05)



Θέμα 22054 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

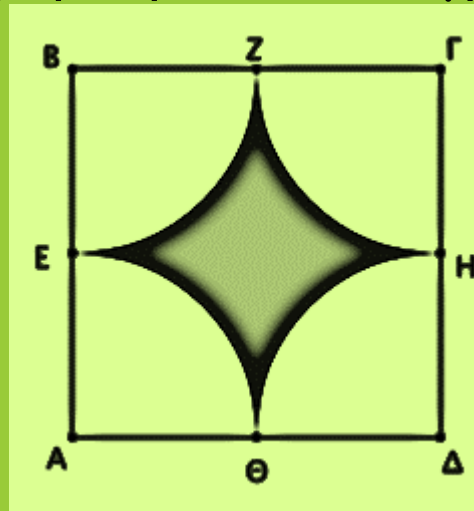
ΘΕΜΑ 3

Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ πλευράς $2α$. Με κέντρα τις κορυφές του τετραγώνου και ακτίνα $α$ σχεδιάζουμε τέσσερις κυκλικούς τομείς στο εσωτερικό του όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν κάθε κυκλικού τομέα ως συνάρτηση του $α$. (Μονάδες 08)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου καμπυλόγραμμου χωρίου είναι: $E = α^2(4 - π)$ (Μονάδες 12)

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου καμπυλόγραμμου χωρίου. (Μονάδες 05)



Θέμα 22035 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

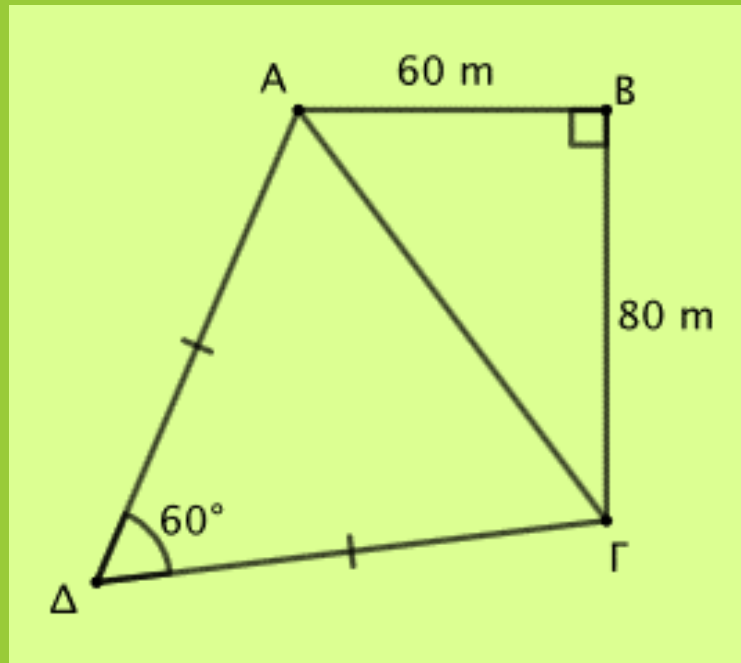
ΘΕΜΑ 2

Το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ του σχήματος παριστάνει την κάτοψη ενός κτήματος με $ΑΒ = 60 \text{ m}$, $ΒΓ = 80 \text{ m}$, $\hat{Α} = 60^\circ$, $\hat{Β} = 90^\circ$ και $ΑΔ = ΓΔ$.

α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου $ΑΓ$. (Μονάδες 09)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο $ΑΔΓ$ είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 04)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν των τριγώνων $ΑΒΓ$ και $ΑΔΓ$. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν του κτήματος; (Μονάδες 12)



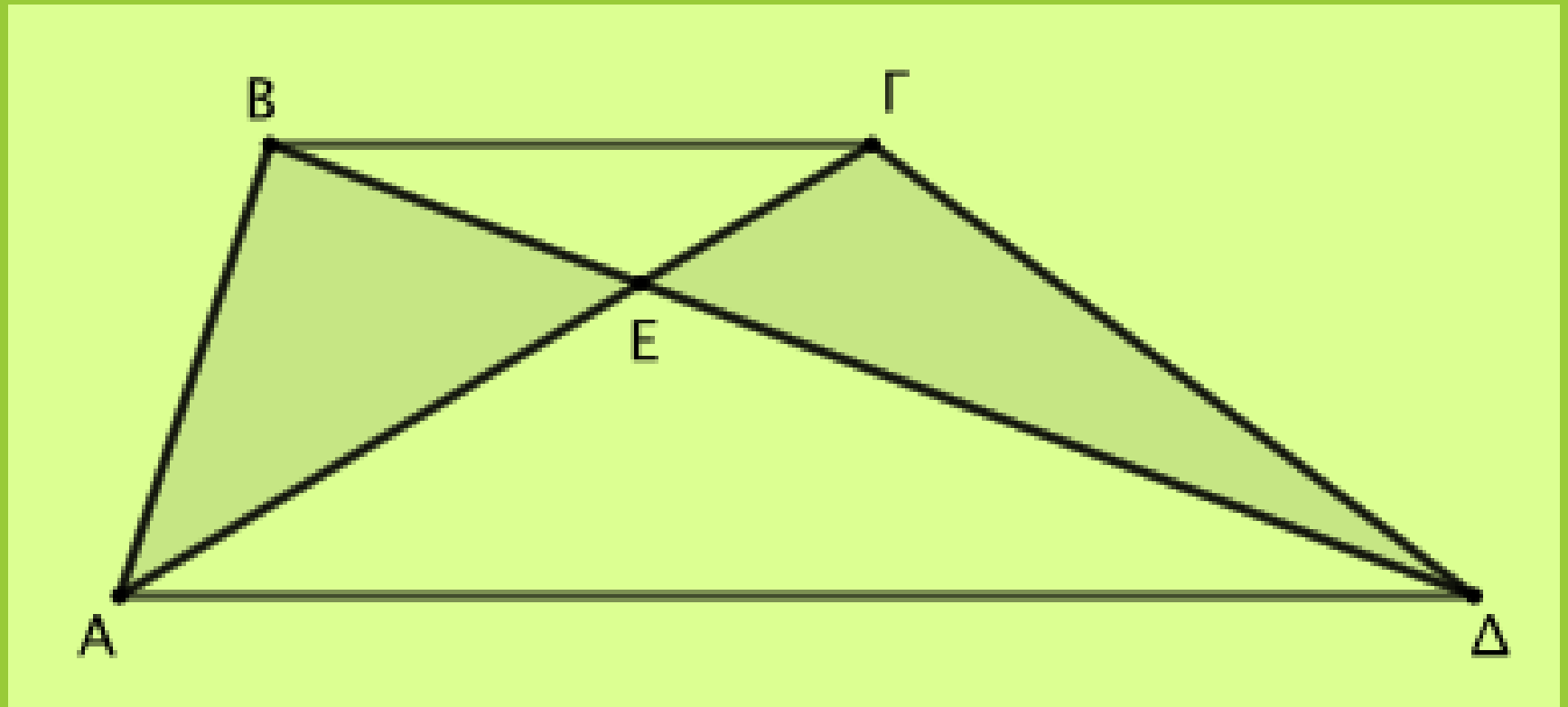
Θέμα 22032 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ ($ΒΓ // ΑΔ$) και έστω $Ε$ το σημείο τομής των διαγωνίων του $ΑΓ$ και $ΒΔ$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΔ$ και $ΑΓΔ$ είναι ισοδύναμα. (Μονάδες 13)

β) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των γραμμοσκιασμένων τριγώνων $ΑΒΕ$ και $ΔΓΕ$. (Μονάδες 12)



Θέμα 22023 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

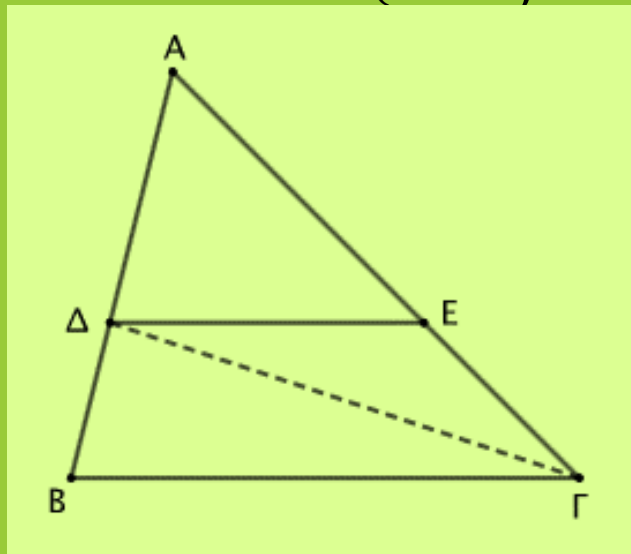
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$. Από τυχαίο σημείο $Δ$ της πλευράς $ΑΒ$ φέρουμε παράλληλη προς την πλευρά $ΒΓ$ η οποία τέμνει την πλευρά $ΑΓ$ στο σημείο $Ε$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΔΕ$ και $ΑΒΓ$ είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών $\frac{(ΑΔΕ)}{(ΑΒΓ)}$ όταν το σημείο $Δ$ είναι μέσο της $ΑΒ$. (Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τη θέση του σημείου $Δ$ ώστε $\frac{(ΔΕΓ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{2}{9}$. (Μονάδες 05)



Θέμα 21975 - 1ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Το τρίγωνο που ορίζεται από τις ευθείες δύο πλευρών τριγώνου και μία παράλληλη προς την τρίτη πλευρά του, έχει πλευρές ανάλογες προς τις πλευρές του αρχικού τριγώνου.
- ii. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι πάντοτε όμοια.
- iii. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, ο λόγος των τετραγώνων των καθέτων πλευρών του είναι ίσος με το λόγο των προβολών τους πάνω στην υποτεινούσα.
- iv. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $a^2 < b^2 + \gamma^2$, τότε το τρίγωνο είναι πάντοτε οξυγώνιο.
- v. Δύο κανονικά πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β) Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου, τότε να αποδείξετε ότι ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι ίσος με το λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές. (Μονάδες 15)

Θέμα 21840 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

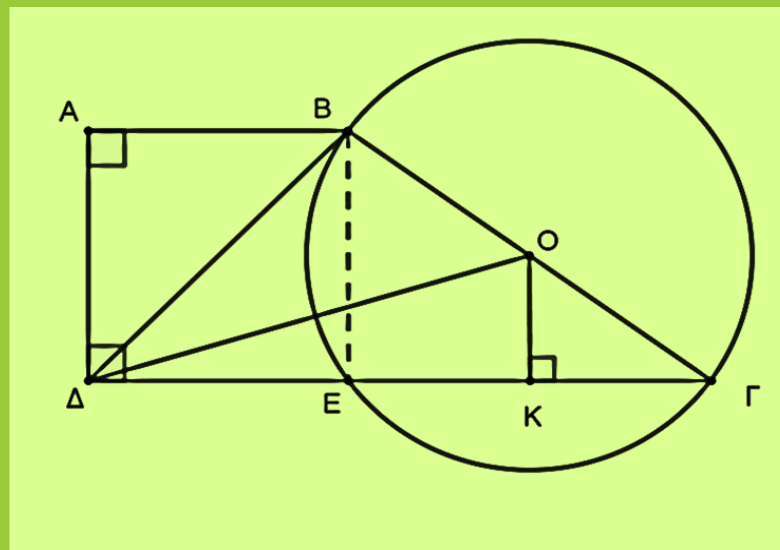
Έστω $ΑΒΓΔ$ τραπέζιο με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $ΑΒ=5$, $ΓΔ=13$ και εμβαδόν $(ΑΒΓΔ)=54$. Ο κύκλος με διάμετρο τη $ΒΓ$ τέμνει τη $ΓΔ$ στο σημείο $Ε$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΔ = 6$. (Μονάδες 6)

β) Να υπολογίσετε το μήκος των $ΒΕ$ και $ΒΓ$. (Μονάδες 6)

γ) Αν $ΟΚ$ είναι η κάθετη από το σημείο $Ο$ στην $ΕΓ$, να αποδείξετε ότι $ΟΚ=3$, και να υπολογίσετε το μήκος της $ΟΔ$. (Μονάδες 6)

δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $ΒΔΟ$. (Μονάδες 7)



Θέμα 21839 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

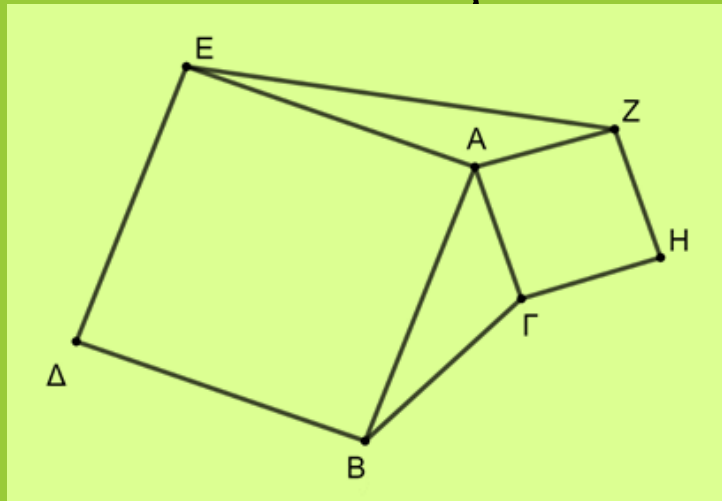
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 6 \text{ cm}$ και $A\Gamma = 3 \text{ cm}$ και \hat{A} οξεία. Εξωτερικά του τριγώνου με πλευρές τις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα του τριγώνου $AB\Gamma$ σχηματίζουμε τα τετράγωνα $AB\Delta E$ και $A\Gamma H Z$ και φέρνουμε την EZ , όπως στο παρακάτω σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AEZ και $AB\Gamma$ είναι ισοδύναμα. (Μονάδες 10)

β) Αν το εμβαδόν του πολυγωνικού χωρίου $EZH\Gamma B\Delta$ είναι $(EZH\Gamma B\Delta) = 54 \text{ cm}^2$:

i. Να αποδείξετε ότι η γωνία A του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $\hat{A} = 30^\circ$. (Μονάδες 10)

ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει για πλευρά την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 5)



Θέμα 21838 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

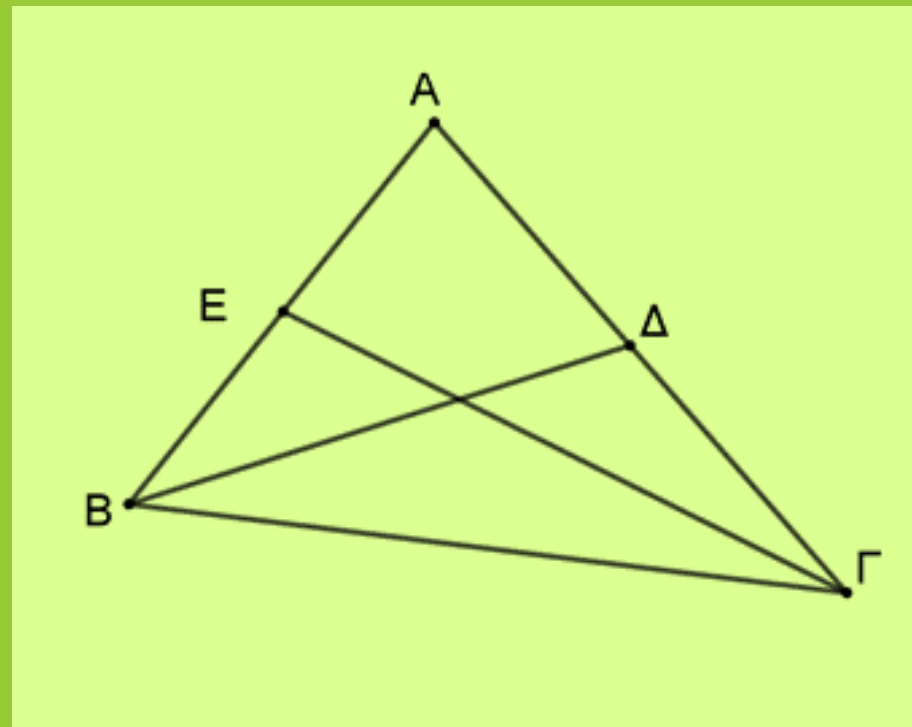
Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με πλευρές $ΑΒ=8$, $ΑΓ=12$ και γωνία $\hat{Α} = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$ είναι $(ΑΒΓ)=24\sqrt{3}$. (Μονάδες 13)

β) Αν $ΒΔ$ και $ΓΕ$ διάμεσοι του τριγώνου $ΑΒΓ$, να αποδείξετε ότι :

i. Τα τρίγωνα $ΒΕΓ$ και $ΑΕΓ$ είναι ισοδύναμα. (Μονάδες 4)

ii. Τα τρίγωνα $ΕΒΓ$ και $ΔΓΒ$ είναι ισοδύναμα με $(ΕΒΓ)=(ΔΓΒ)=12\sqrt{3}$ (Μονάδες 8)



Θέμα 21823 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

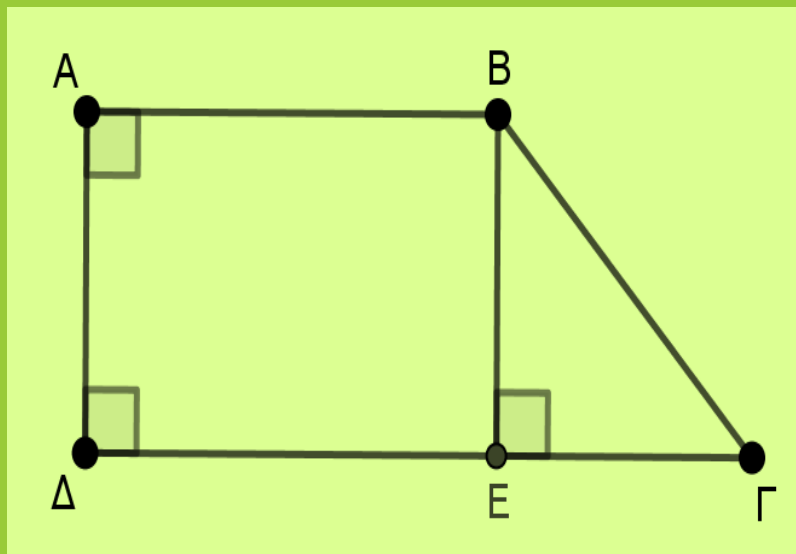
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος, με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ και $AD = 4$, $AB = 5$, $\Delta\Gamma = 8$. Από την κορυφή Β του τραπέζιου, φέρνουμε την ΒΕ κάθετη στην πλευρά ΔΓ.

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΕΓ. (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ του τραπέζιου. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το λόγο: $\frac{(B\Delta\Gamma)}{(AB\Gamma\Delta)}$. (Μονάδες 8)



Θέμα 21783 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 3

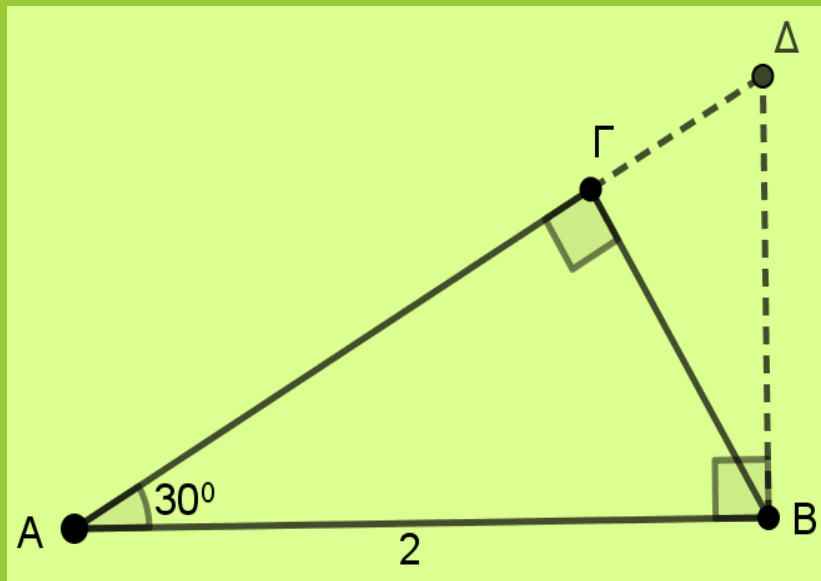
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$, με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$, $\hat{Α} = 30^\circ$ και $ΑΒ = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΓ = \sqrt{3}$. (Μονάδες 7)

β) Φέρνουμε κάθετη στην $ΑΒ$, στο σημείο $Β$, που τέμνει την προέκταση της $ΑΓ$ στο

Δ . Να αποδείξετε ότι $Α\Delta = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. (Μονάδες 10)

γ) Αν $Κ$ είναι το μέσο της $Α\Delta$, να αποδείξετε ότι $(ΚΑΒ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (Μονάδες 8)



Θέμα 21659 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

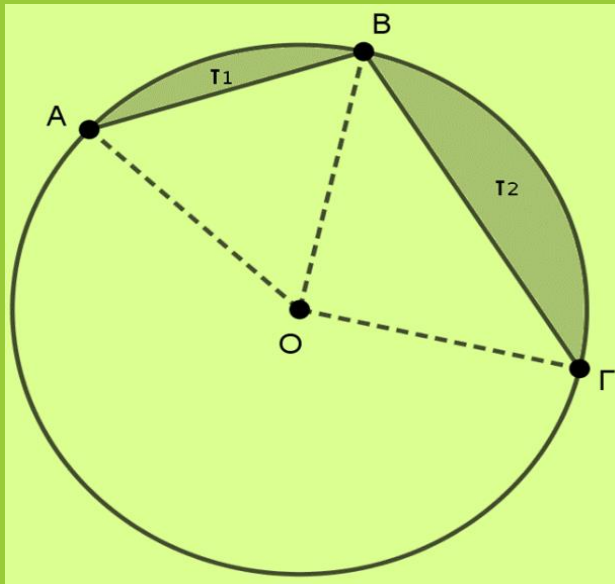
ΘΕΜΑ 4

Για τα σημεία A , B και Γ του κύκλου (O,R) στο παρακάτω σχήμα ισχύει ότι $AB = R$ και $B\Gamma = R\sqrt{2}$. Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του R :

α) τα μήκη των τόξων AB , $B\Gamma$. (Μονάδες 8)

β) το μήκος του μη κυρτογώνιου τόξου $A\Gamma$ και το εμβαδό του κυκλικού τομέα $(\overset{\cap}{OAG})$ που αντιστοιχεί στην κυρτή γωνία $AO\Gamma$. (Μονάδες 8)

γ) το άθροισμα των εμβαδών των κυκλικών τμημάτων (τ_1) και (τ_2) , όπως αυτά σημειώνονται στο σχήμα. (Μονάδες 9)



Θέμα 21636 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, με μήκη πλευρών ΑΒ=6, ΑΓ=8, και ΒΓ=10.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 10)

β) Αν ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ τότε:

i. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας

$$\lambda = \frac{3}{4}. \text{ (Μονάδες 10)}$$

ii. Να υπολογίσετε το λόγο: $\frac{(ΑΒΔ)}{(ΑΓΔ)}$. (Μονάδες 5)

Θέμα 21304 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

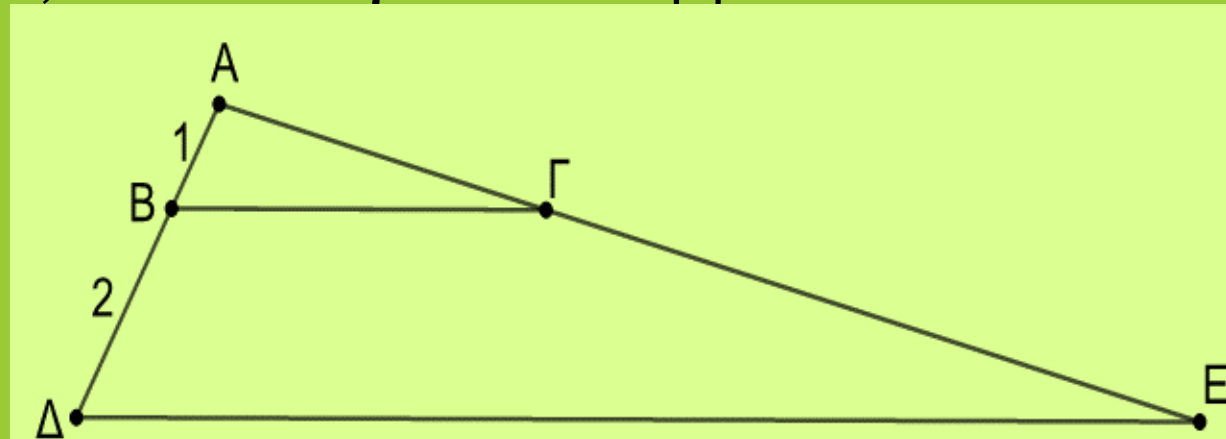
Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 1$. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ παίρνουμε σημεία Δ και E , αντίστοιχα, ώστε η ΔE να είναι παράλληλη στη $B\Gamma$ και $B\Delta = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{3}$.

(Μονάδες 10)

β) Αν η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίση με 8,5, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $A\Delta E$. (Μονάδες 08)

γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι 15, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 07)



Θέμα 21301 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

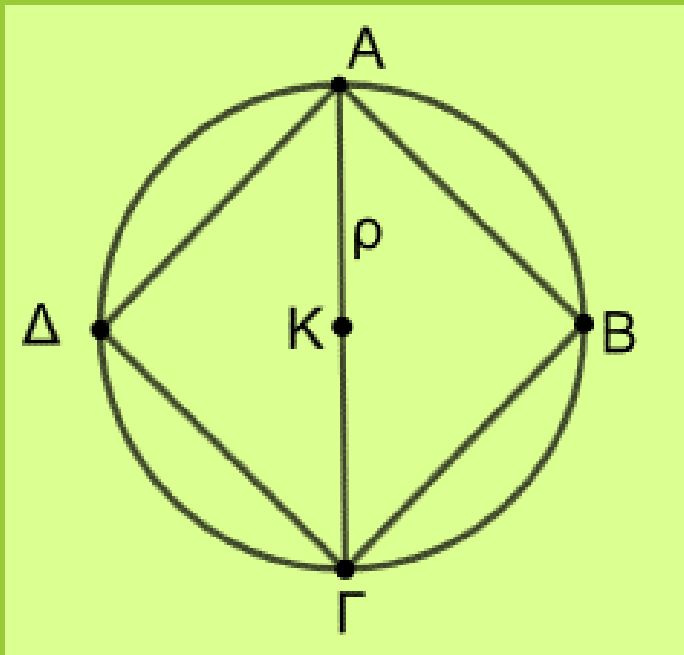
ΘΕΜΑ 2

Σε κύκλο (K, ρ) εμβαδού $E = 4\pi$ είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$, όπως στο παρακάτω σχήμα. Να υπολογίσετε:

α) την ακτίνα ρ του κύκλου (K, ρ) . (Μονάδες 07)

β) το μήκος της διαμέτρου $A\Gamma$ του κύκλου (K, ρ) και της πλευράς AB του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 10)

γ) το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 08)



Θέμα 21299 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

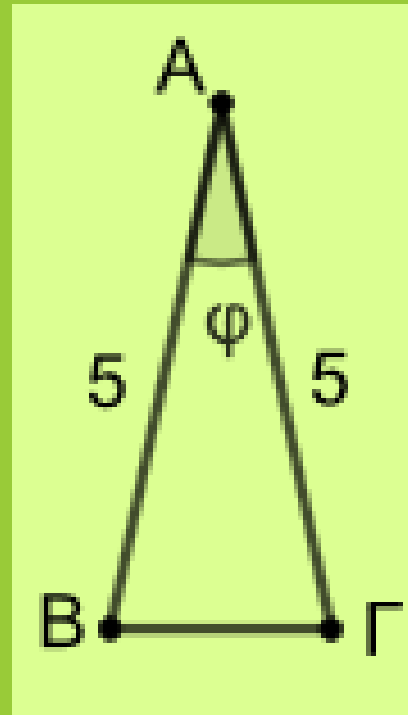
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = ΑΓ = 5$ και η γωνία της κορυφής $\hat{\varphi}$ έχει

$$\eta\mu\varphi = \frac{2}{5}.$$

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$. (Μονάδες 12)

β) Να σχεδιάσετε το ύψος $ΒΗ$ του τριγώνου $ΑΒΓ$ και να υπολογίσετε το μήκος του. (Μονάδες 13)



Θέμα 21298 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

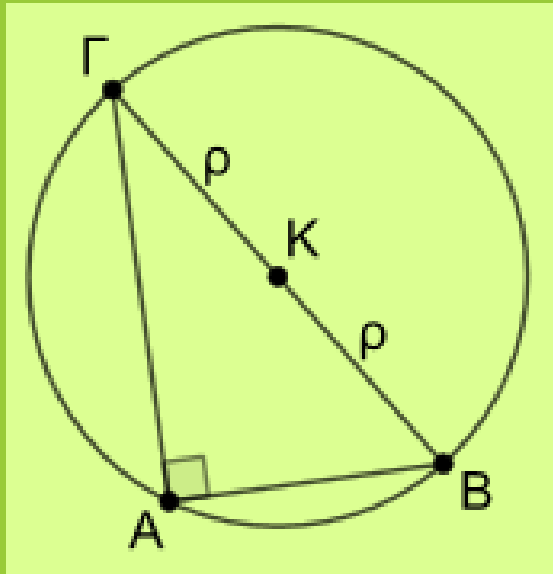
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, με \hat{A} ορθή γωνία και ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου, που έχει κέντρο το K και ακτίνα ρ . Επίσης δίνεται ότι το μήκος του κύκλου ισούται με 10π .

α) Να αποδείξετε ότι η ακτίνα ρ του κύκλου έχει μήκος 5. (Μονάδες 08)

β) Αν η χορδή AB έχει μήκος 6 να υπολογίσετε:

i. το μήκος της χορδής $A\Gamma$ του κύκλου, (Μονάδες 10)

ii. το εμβαδόν τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 07)



Θέμα 21197 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

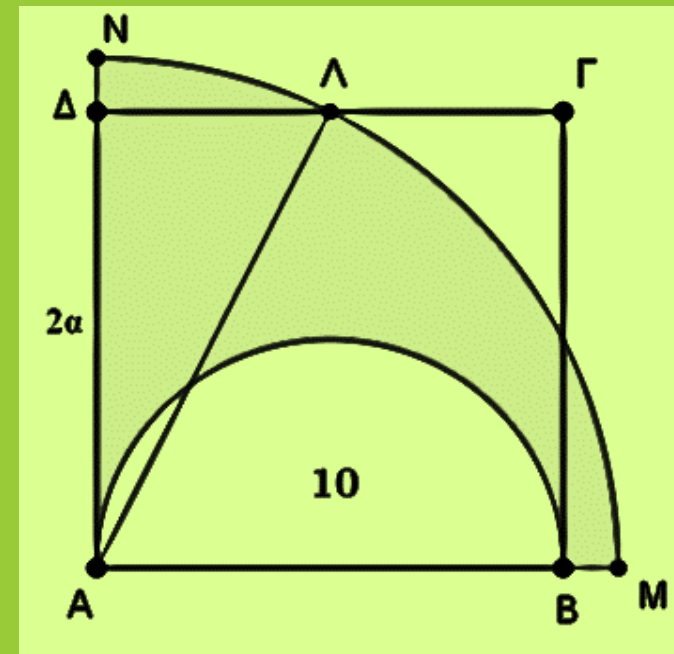
Στο παρακάτω σχήμα το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι τετράγωνο πλευράς $2α$ και $Λ$ το μέσο της πλευράς του $ΓΔ$. Έστω ότι το ημικύκλιο, που σχεδιάζεται στο εσωτερικό του τετραγώνου με διάμετρο την πλευρά του $ΑΒ$, έχει εμβαδόν 10 . Τότε:

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Το εμβαδό του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$ είναι $(ΑΒΓΔ) = \frac{80}{\pi}$. (Μονάδες 6)
- ii. $ΑΛ^2 = \frac{100}{\pi}$ (Μονάδες 6)

β) Με κέντρο το A και ακτίνα $ΑΛ$ κατασκευάζουμε τεταρτοκύκλιο $A\widehat{ΜΝ}$, και έστω M, N είναι τα σημεία τομής του με τις προεκτάσεις των πλευρών του τετραγώνου $ΑΒ, ΑΔ$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

- i. Το εμβαδό του σκιασμένου χωρίου $ΑΒΜΝΑ$. (Μονάδες 8)
- ii. Τον λόγο του εμβαδού του τεταρτοκυκλίου $A\widehat{ΜΝ}$ προς το εμβαδό του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$. (Μονάδες 5)



Θέμα 21196 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές $\beta = 8$ και $\gamma = 6$.

- α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν E του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = 24$ (Μονάδες 5)
- β) Να υπολογίσετε:
- Να υπολογιστεί το μήκος της πλευράς a του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 6)
 - Το ύψος του u_a που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα a του τριγώνου. (Μονάδες 7)
 - Την ακτίνα ρ του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου. (Μονάδες 7)

Θέμα 21194 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Στο τρίγωνο $ΑΒΓ$, η $ΑΜ$ είναι διάμεσός του και το σημείο $Ε$ είναι το μέσο της $ΑΜ$. Από το $Ε$ φέρουμε παράλληλες στις $ΑΒ$ και $ΑΓ$, οι οποίες τέμνουν τη $ΒΓ$ στα σημεία $Δ$ και $Ζ$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $(ΑΜΒ) = (ΑΜΓ)$ (Μονάδες 5)

β) $(ΜΕΔ) = \frac{1}{8} \cdot (ΑΒΓ)$ (Μονάδες 12)

γ) $(ΑΒΔΕ) = (ΑΓΖΕ)$ (Μονάδες 8)

Θέμα 21189 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ και $Μ, Ν$ τα μέσα των πλευρών του $ΑΒ$ και $ΒΓ$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) (ΑΒΓ) = (ΑΓΔ) = \frac{1}{2}(ΑΒΓΔ) \text{ (Μονάδες 8)}$$

$$\beta) \frac{(ΒΜΝ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{1}{4} \text{ (Μονάδες 12)}$$

$$\gamma) (ΒΜΝ) = \frac{1}{8}(ΑΒΓΔ) \text{ (Μονάδες 5)}$$

Θέμα 21183 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα το τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ έχει πλευρά $\sqrt{2}$ και το τετράγωνο $ΔΕΖΗ$ έχει πλευρά 1.

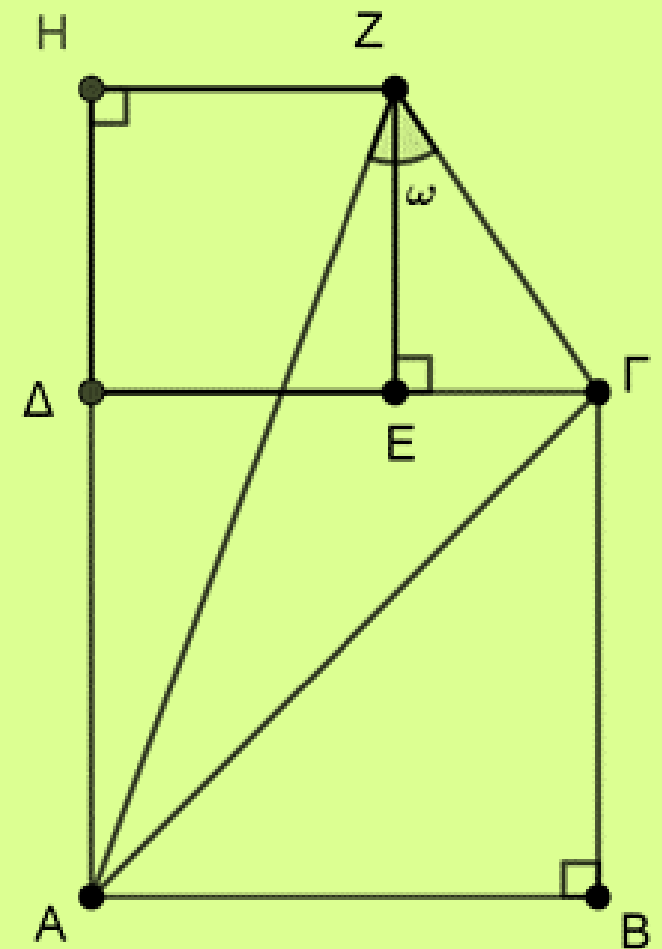
α) Να αποδείξετε ότι $ΑΓ = 2$. (Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι

i. $AZ^2 = 4 + 2\sqrt{2}$. (Μονάδες 7)

ii. $\Gamma Z^2 = 4 - 2\sqrt{2}$. (Μονάδες 7)

γ) Να υπολογίσετε σε μοίρες το μέτρο της γωνίας $A\hat{Z}\Gamma = \hat{\omega}$.
(Μονάδες 5)



Θέμα 21124 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $\alpha = 40, \beta = 25, \gamma = 25$ και αντίστοιχα ύψη $u_\alpha, u_\beta, u_\gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- i. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο. (Μονάδες 6)
- ii. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = 300$ και τα ύψη του είναι $u_\alpha = 15$ και $u_\beta = u_\gamma = 24$. (Μονάδες 7)
- iii. Το τρίγωνο που κατασκευάζεται με πλευρές ίσες με τα ύψη $u_\alpha, u_\beta, u_\gamma$ είναι οξυγώνιο. (Μονάδες 7)

β) Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Το τρίγωνο που κατασκευάζεται με πλευρές ίσες με τα ύψη οποιουδήποτε ισοσκελούς και αμβλυγωνίου τριγώνου, είναι ισοσκελές και οξυγώνιο.» Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

Θέμα 21121 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

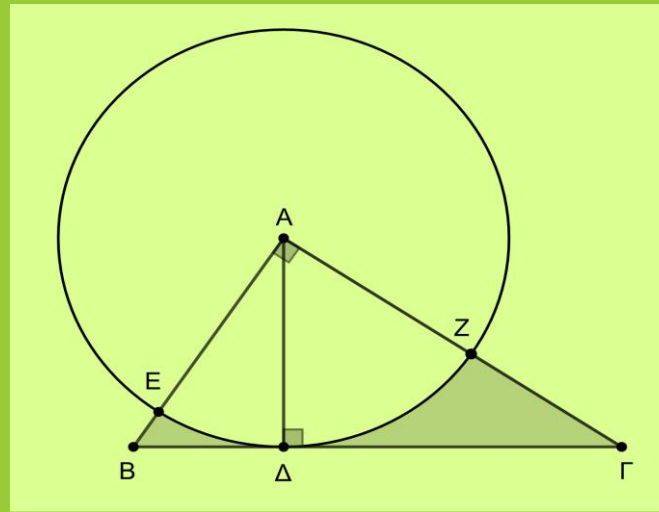
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα, το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει υποτείνουσα $B\Gamma = 13$ και αντίστοιχο ύψος $A\Delta = 6$. Με κέντρο το A και ακτίνα $A\Delta$ γράφουμε κύκλο, ο οποίος τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$, στα σημεία E και Z αντίστοιχα.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε τα εμβαδά:

- i. του κυκλικού τομέα $A\widehat{E\Delta Z}$, (Μονάδες 9)
- ii. του σκιασμένου χωρίου που είναι εσωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$ και εξωτερικά του κύκλου, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα. (Μονάδες 8)



Θέμα 21120 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

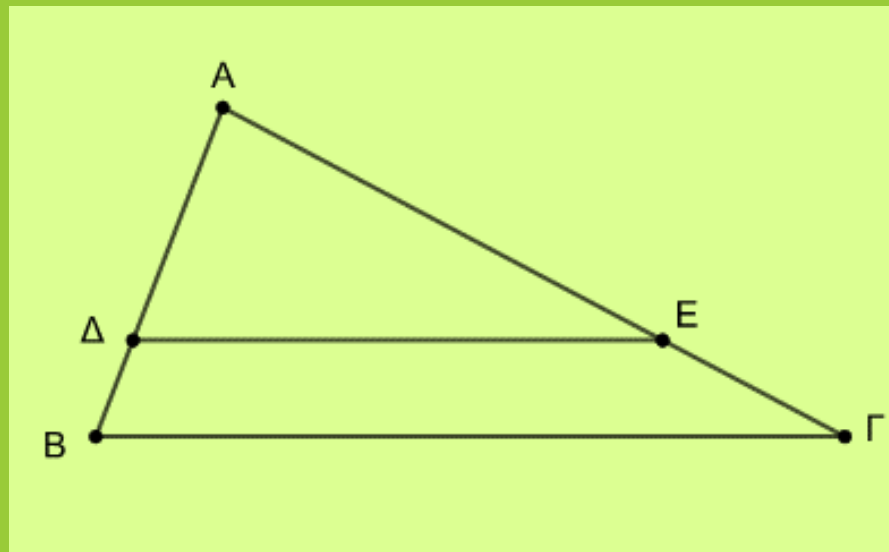
Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = \sqrt{2}$. Από σημείο Δ της πλευράς AB ώστε $A\Delta = 1$, φέρνουμε παράλληλη στη $B\Gamma$ η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια και να γράψετε τον λόγο ομοιότητας,
- ii. το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$ είναι το μισό του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 18)

β) Αν το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 2, να βρείτε τα εμβαδά του τριγώνου $A\Delta E$ και του τραπεζίου $B\Gamma E\Delta$. (Μονάδες 7)



Θέμα 21103 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς $2a$ και με διαμέτρους τις $B\Gamma$ και BA φτιάχνουμε εξωτερικά του τετραγώνου ημικύκλια, όπως φαίνεται στο σχήμα.

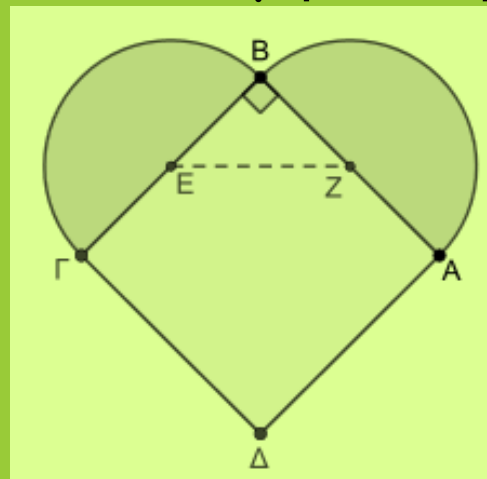
α) Να αποδείξετε ότι το μήκος κάθε ημικυκλίου ισούται με $\pi \cdot a$. (Μονάδες 07)

β)

i. Αν η περίμετρος της καρδιάς είναι $2\pi+4$, να υπολογίσετε το a . (Μονάδες 06)

ii. Αν $a = 1$ να βρείτε το μήκος του τμήματος που ενώνει τα κέντρα των δύο ημικυκλίων. (Μονάδες 06)

γ) Αν (τ) είναι το άθροισμα των εμβαδών των δυο ημικυκλίων να συγκρίνετε τον λόγο $\frac{(\tau)}{(AB\Gamma\Delta)}$ με την μονάδα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 06)



Θέμα 21101 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $BΓ = \sqrt{3}$, $ΑΒ = \sqrt{2}$, $ΑΓ = 1$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A} = 90^\circ$. (Μονάδες 09)
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 07)
- γ) Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ. (Μονάδες 09)

Θέμα 21075 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

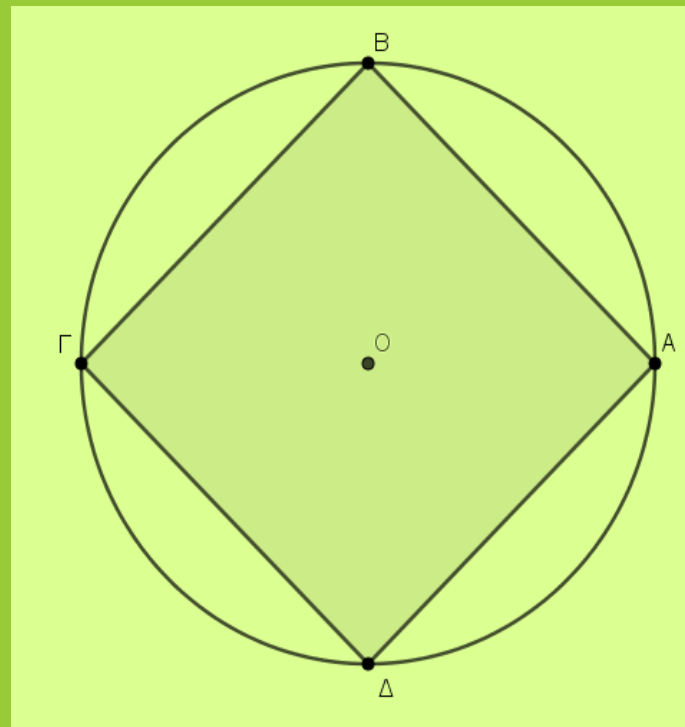
ΘΕΜΑ 2

Δίνεται κύκλος με κέντρο O , ακτίνα ρ και εμβαδόν ίσο με 16π.

α) Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου. (Μονάδες 07)

β) Αν η ακτίνα ρ του κύκλου είναι 4 να υπολογίσετε:

- i. Την πλευρά του εγγεγραμμένου τετραγώνου στον κύκλο. (Μονάδες 09)
- ii. Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται ανάμεσα στο τετράγωνο και στον κύκλο. (Μονάδες 09)



Θέμα 20678 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Η κορνίζα του παρακάτω σχήματος αποτελείται από δύο όμοια ορθογώνια με παράλληλες πλευρές και κοινό κέντρο O . Το ορθογώνιο $A'B'\Delta'$ έχει το μισό εμβαδόν από το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$.

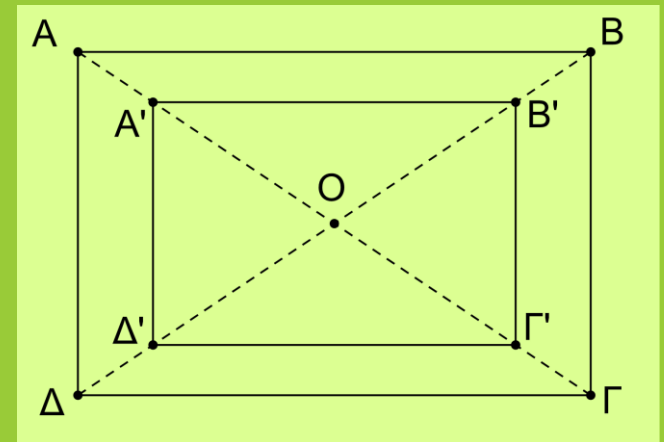
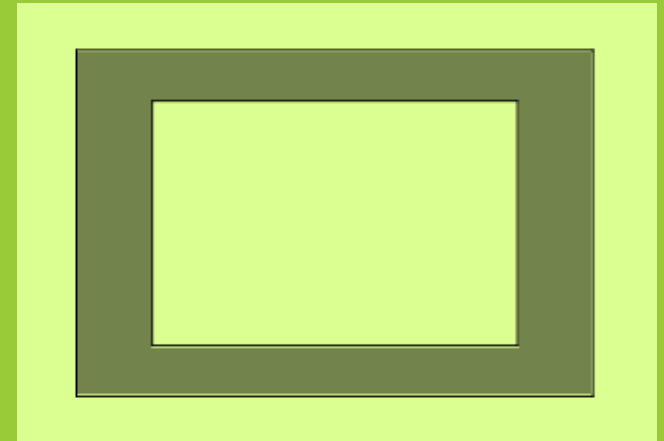
α) Να βρείτε τον λόγο ομοιότητας του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ προς το ορθογώνιο $A'B'\Delta'$. (Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι όμοια. (Μονάδες 6)

γ) Στην κορνίζα τοποθετούμε μια φωτογραφία που χωράει ακριβώς στο κάδρο, χωρίς να χάνεται κανένα μέρος της. Η διαγώνιος $A\Gamma$ της κορνίζας έχει μήκος 40 cm και $\widehat{A\hat{O}B} = 120^\circ$.

Πόσο μήκος έχει η διαγώνιος της φωτογραφίας; (Μονάδες 6)

Πόσο είναι το εμβαδόν της φωτογραφίας; (Μονάδες 8)



Θέμα 20667 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

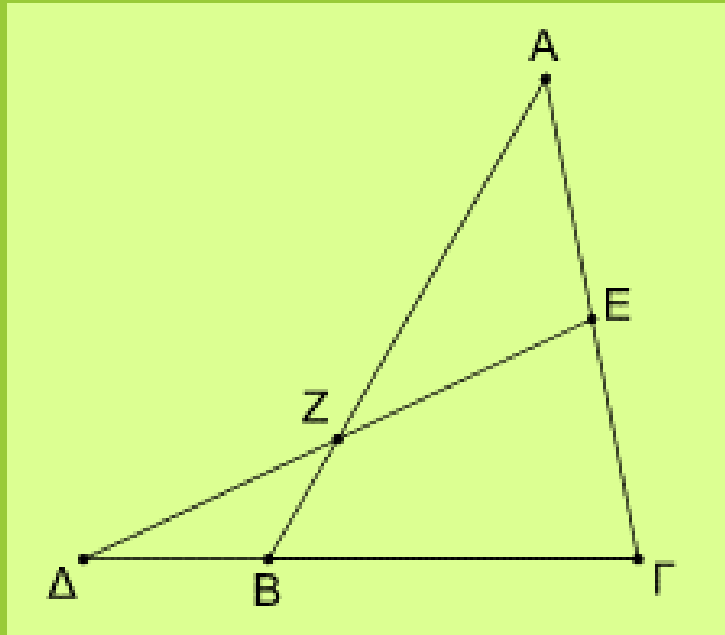
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 8$. Στην προέκταση της ΓB προς το B παίρνουμε σημείο Δ , ώστε $\Delta B = 4$ και E είναι το μέσο της $A\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι $(AB\Gamma) = 4A\Gamma \cdot \eta\mu\Gamma$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι $(\Gamma\Delta E) = 3A\Gamma \cdot \eta\mu\Gamma$. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών των τριγώνων $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, αν το εμβαδόν του τριγώνου $\Gamma\Delta E$ είναι 12 τ.μ. (Μονάδες 8)



Θέμα 20361 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

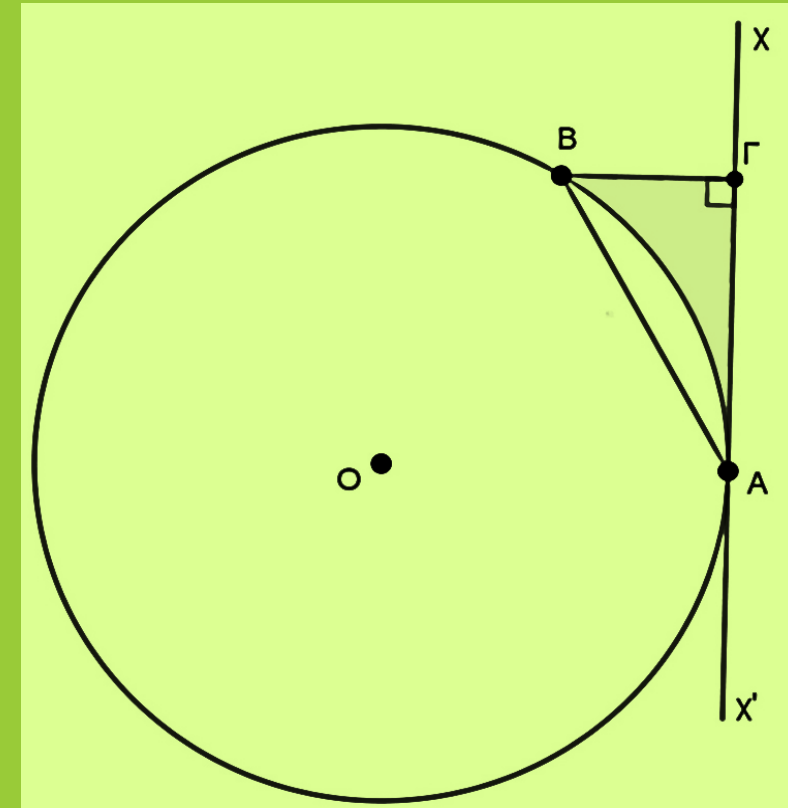
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος (O,R) και η χορδή του AB ίση με την πλευρά κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο. Στο σημείο A φέρνουμε την εφαπτομένη $x'x$ του κύκλου και από το B την κάθετη στην $x'x$ που την τέμνει στο Γ . Να αποδείξετε ότι:

α) $AG = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. (Μονάδες 8)

β) $(OAGB) = \frac{3\sqrt{3}R^2}{8}$. (Μονάδες 7)

γ) το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου, που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα είναι: $E = \frac{(9\sqrt{3}-4\pi)R^2}{24}$.
(Μονάδες 10)



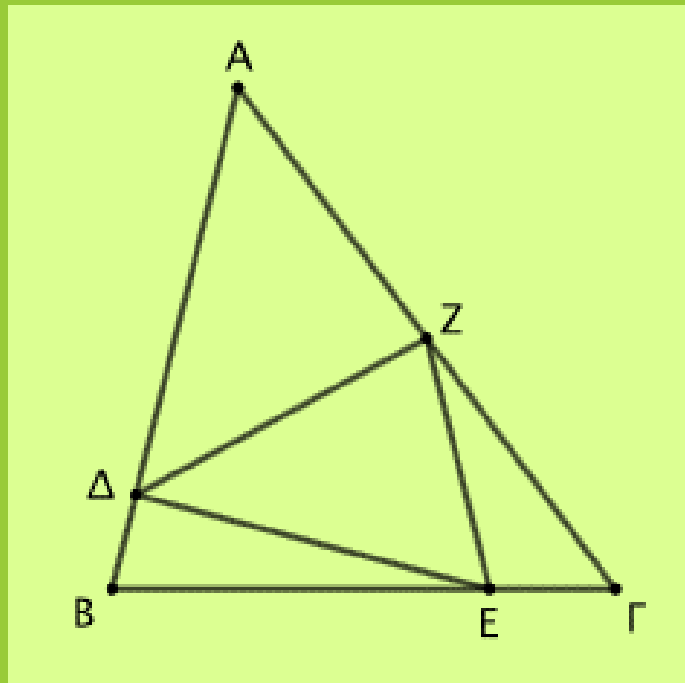
Θέμα 19037 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τρίγωνο $ΑΒΓ$ και τα σημεία $Δ$, $Ε$, $Ζ$ των πλευρών $ΑΒ$, $ΒΓ$, $ΑΓ$ αντίστοιχα τέτοια ώστε $ΔΒ = \frac{1}{5}ΑΒ$, $ΕΓ = \frac{1}{4}ΒΓ$, $ΖΓ = \frac{1}{2}ΑΓ$

α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{(ΔΒΕ)}{(ΑΒΓ)}$, $\frac{(ΕΓΖ)}{(ΑΒΓ)}$, $\frac{(ΖΑΔ)}{(ΑΒΓ)}$ (Μονάδες 15)

β) Αν είναι $(ΑΒΓ) = 120$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $ΔΕΖ$. (Μονάδες 10)



Θέμα 18566 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$.

Με πλευρά την υποτείνουσα $B\Gamma$ και έξω από το τρίγωνο, γράφουμε το τετράγωνο $B\Gamma\Delta E$. Προεκτείνουμε την πλευρά BA προς το A και παίρνουμε σημείο Z τέτοιο ώστε $BZ = B\Gamma$. Από τα σημεία Γ και Z φέρουμε παράλληλες προς τα τμήματα BZ και $B\Gamma$ αντίστοιχα, που τέμνονται στο σημείο H .

α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $B\Gamma H Z$ είναι ρόμβος και να βρείτε τις περιμέτρους του ρόμβου και του τετραγώνου. (Μονάδες 10)

β) Δίνονται οι ισχυρισμοί:

Ισχυρισμός 1: «Ο ρόμβος και το τετράγωνο αφού έχουν ίσες περιμέτρους, θα έχουν και ίσα εμβαδά».

Ισχυρισμός 2: «Ο ρόμβος έχει μικρότερο εμβαδό από το τετράγωνο και μάλιστα, όπως έχουν κατασκευαστεί τα δύο τετράπλευρα δεν γίνεται να είναι ποτέ ισεμβαδικά».

Εξετάστε ποιος από τους 2 παραπάνω ισχυρισμούς είναι σωστός και να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 15)

Θέμα 18565 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

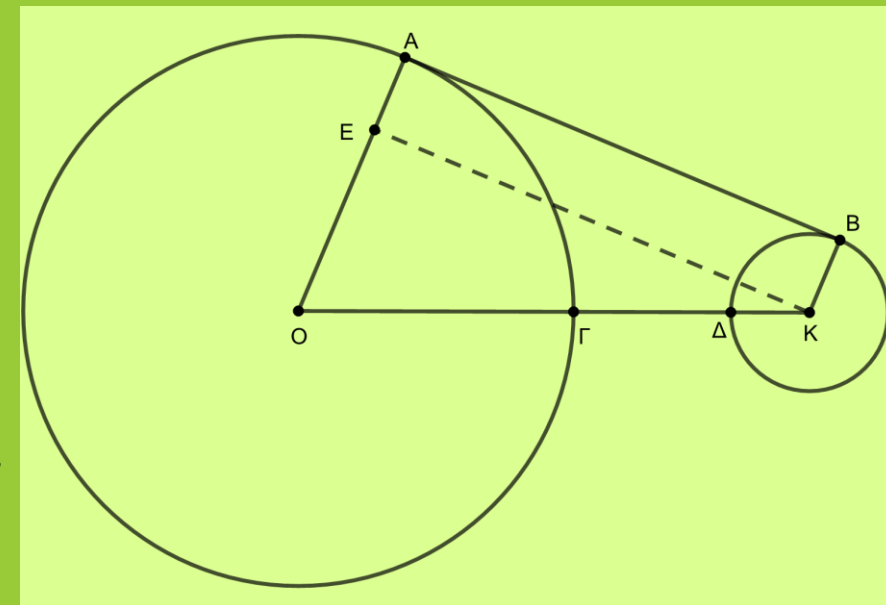
ΘΕΜΑ 4

Δίνονται δύο κύκλοι με κέντρα O και K . Ο κύκλος με κέντρο O έχει ακτίνα $R=7$ ενώ ο κύκλος με κέντρο K έχει ακτίνα $\rho=2$. Το τμήμα AB είναι το κοινό εξωτερικό εφαπτόμενο τμήμα των δύο κύκλων και το τμήμα KE είναι παράλληλο στο τμήμα AB με E σημείο του τμήματος OA . Η διάκεντρος OK τέμνει τον κύκλο (O,R) στο σημείο Γ και τον κύκλο (K,ρ) στο σημείο Δ .

α) Αν η θέση των δύο κύκλων είναι τέτοια ώστε, η απόσταση των σημείων Γ και Δ είναι $\Gamma\Delta=4$, τότε:

- i. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AB . (Μονάδες 10)
- ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ABKO$. (Μονάδες 07)

β) Ποια πρέπει να είναι η σχετική θέση των 2 κύκλων, ώστε το εμβαδόν του $ABKE$ να ισούται με $4\sqrt{14}$ τ.μ.; (Μονάδες 08)



Θέμα 18564 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Ο παππούς του Πέτρου έχει έναν κήπο σχήματος ορθογωνίου και θέλει να φυτέψει στον μισό διάφορα λουλούδια και στο υπόλοιπο γκαζόν. Λέει λοιπόν στον Πέτρο ότι έχει σκεφτεί κάποιους απλούς τρόπους να τον χωρίσει σε δύο κομμάτια που να έχουν το ίδιο εμβαδό.

α) Να σχεδιάσετε δύο (2) τρόπους με τους οποίους χωρίζεται ο κήπος σε δύο κομμάτια ίδιου εμβαδού και να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας. (Μονάδες 10)

β) Ο Πέτρος προτείνει στον παππού του έναν δικό του τρόπο για το χωρισμό. Για να ορίσει το κομμάτι που θα φυτευτεί με λουλούδια χρησιμοποιεί τρεις πέτρες. Τοποθετεί την πρώτη πέτρα σε ένα εσωτερικό σημείο της μιας πλευράς του κήπου και τις άλλες δύο στις απέναντι κορυφές του ορθογωνίου. Δείχνει στον παππού του το τρίγωνο που σχηματίζεται εξηγώντας του πως είναι το μισό του κήπου. Προτείνει δε στον παππού του, το τριγωνικό χωρίο που σχηματίζεται, να το μετακινήσει εκείνος σε όποια θέση νομίζει καλύτερα μετακινώντας μόνο την πρώτη πέτρα, χωρίς παρ' όλα αυτά να αλλάξει το εμβαδό του.

Θέμα 18562 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ πλευράς a .

α) Να αποδείξετε ότι το μήκος της διαγωνίου $ΒΔ$ ισούται με $a\sqrt{2}$ και να βρείτε το εμβαδό του.
(Μονάδες 05)

β)

- i. Να σχεδιάσετε το τετράγωνο $ΒΔΖΗ$ έτσι ώστε το σημείο A να είναι εσωτερικό σημείο του και να αποδείξετε ότι το σημείο A είναι το κέντρο του τετραγώνου $ΒΔΖΗ$.
- ii. (Μονάδες 07)
- iii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του $ΒΔΖΗ$ και να το συγκρίνετε με το εμβαδό του αρχικού τετραγώνου $ΑΒΓΔ$. (Μονάδες 08)

γ) Επαναλαμβάνουμε το σχεδιασμό όπως περιγράφηκε παραπάνω και σχηματίζουμε νέο τετράγωνο, με πλευρά κάθε φορά, τη διαγώνιο του προηγούμενου τετραγώνου.

Δηλαδή με πλευρά τη διαγώνιο $ΔΗ$ του τετραγώνου $ΒΔΖΗ$ σχεδιάζουμε νέο τετράγωνο, το $ΔΗΘΚ$. Με πλευρά τη διαγώνιο $ΗΚ$ του $ΔΗΘΚ$ σχεδιάζουμε νέο τετράγωνο κ.ο.κ. Αν θέλουμε να σχεδιάσουμε τετράγωνο του οποίου το εμβαδό του θα είναι 16 φορές το εμβαδό του αρχικού τετραγώνου $ΑΒΓΔ$, πόσες φορές ακόμη πρέπει να επαναλάβουμε το σχεδιασμό αυτό; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 05)

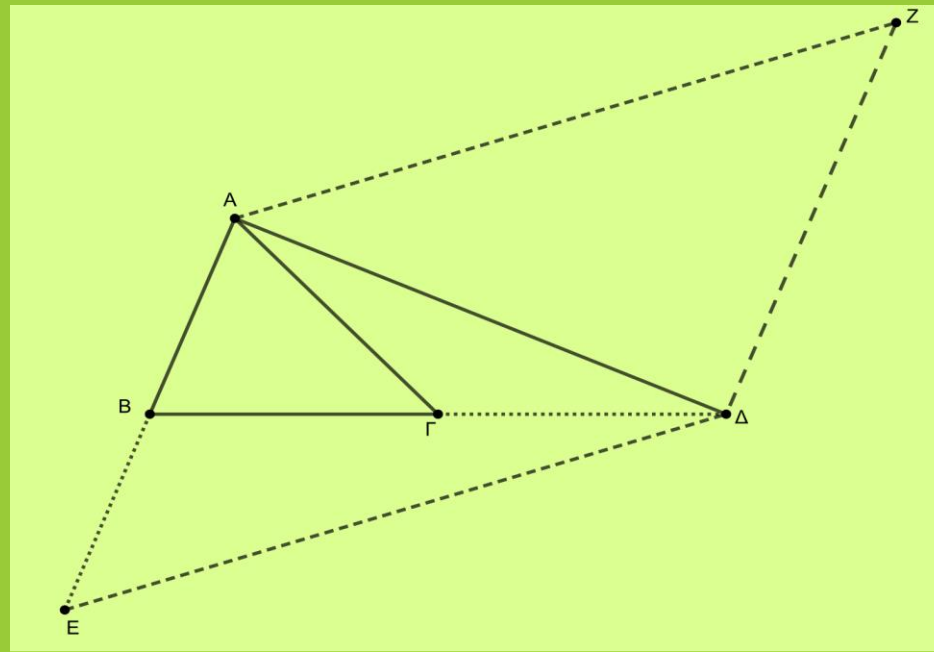
Θέμα 18561 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta=B\Gamma$ και την πλευρά AB κατά τμήμα $BE=AB$.

α) Αν $(AB\Gamma)=25\text{ m}^2$, να αποδείξετε ότι $(B\Delta E)=50\text{ m}^2$. (Μονάδες 10)

β) Από την κορυφή A φέρουμε ευθεία παράλληλη στην $E\Delta$ και από την κορυφή Δ ευθεία παράλληλη στην EA που τέμνονται στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AZ\Delta$ είναι 4-πλάσιο του εμβαδού του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 15)



Θέμα 18560 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ με $ΒΓ=13$ και $ΓΔ=14$. Αν $ΓΕ$ είναι το κάθετο τμήμα από το σημείο $Γ$ στην πλευρά $ΑΒ$ και το τμήμα $ΑΕ$ έχει μήκος 9, τότε:

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $ΓΕ$. (Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό

i. του παραλληλογράμμου $ΑΒΓΔ$.

ii. του τραπεζίου $ΑΕΓΔ$.

(Μονάδες 12)

Θέμα 18559 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

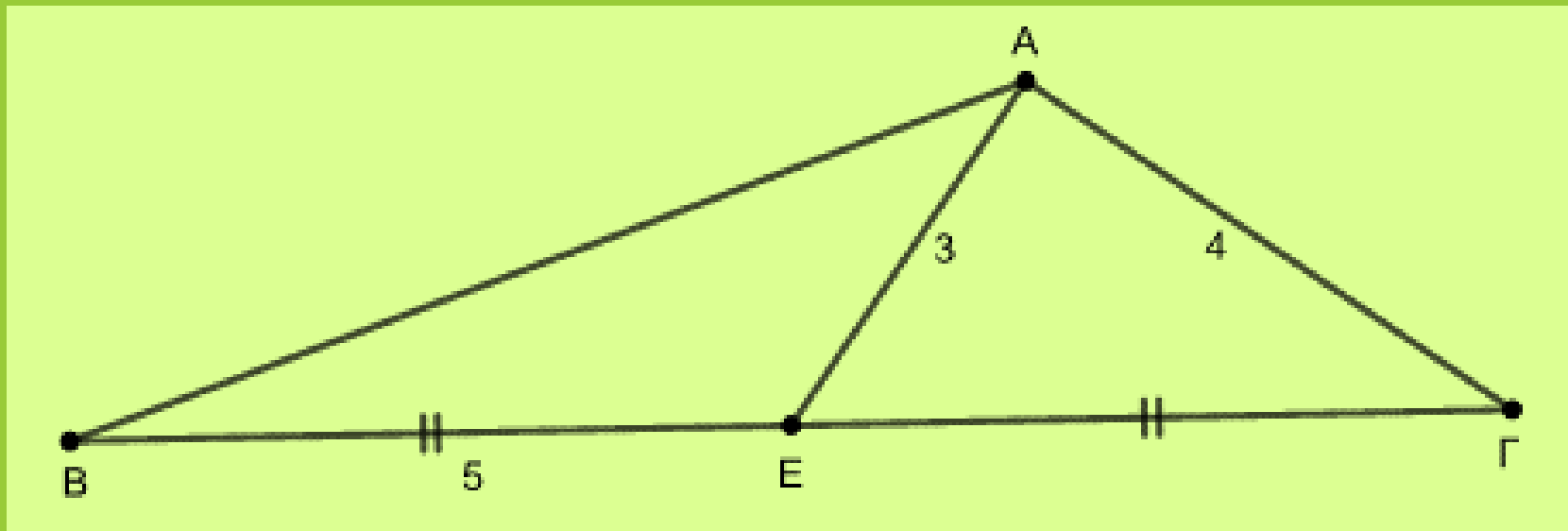
Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά $B\Gamma$ έχει μήκος 3 και η πλευρά $A\Gamma$ είναι ίση με 4. Αν $BE=5$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος AE είναι κάθετη στην πλευρά $A\Gamma$. (Μονάδες 10)

β)

i. Να δικαιολογήσετε γιατί $(ABE)=(A\Gamma E)$. (Μονάδες 05)

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 10)



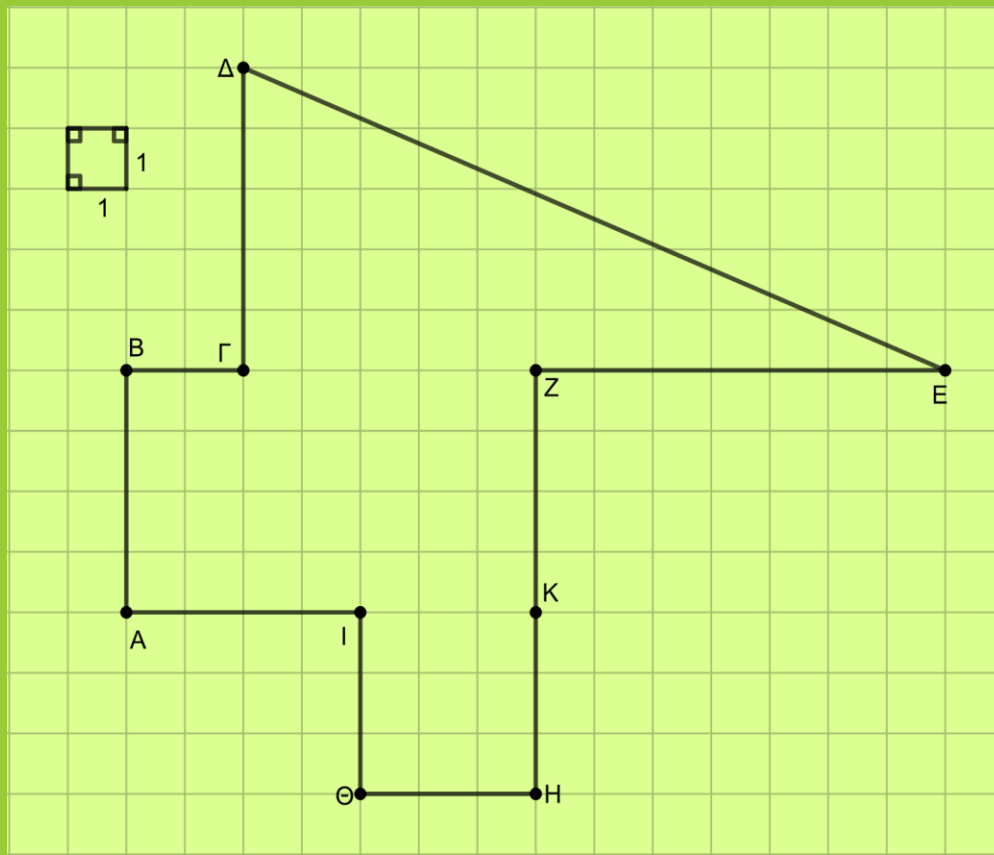
Θέμα 18558 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα:

α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΔΕ. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την τεθλασμένη γραμμή ΑΒΓΔΕΖΗΘΙΑ. (Μονάδες 15)



Θέμα 18557 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με βάσεις AB και $\Gamma\Delta$, ώστε $AB > \Gamma\Delta$. Από τις κορυφές Γ και Δ φέρουμε $\Gamma E // A\Delta$ και $\Delta Z // \Gamma B$, με E και Z σημεία στην πλευρά AB του τραπέζιου.

- α) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των τετραπλεύρων $A\Delta\Gamma E$ και $B\Gamma\Delta Z$. (Μονάδες 9)
- β) Να εκφράσετε τις περιμέτρους των τετραπλεύρων $A\Delta\Gamma E$ και $B\Gamma\Delta Z$ ως συνάρτηση των πλευρών του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$. (Μονάδες 8)
- γ) Πώς θα πρέπει να κατασκευάσουμε το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ώστε τα τετράπλευρα $A\Delta\Gamma E$ και $B\Gamma\Delta Z$ να έχουν ίσες περιμέτρους και ίσα εμβαδά; (Μονάδες 8)

Θέμα 18553 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τετράγωνο με πλευρά a και σημείο Σ στην προέκταση της πλευράς AB προς το B τέτοιο ώστε $B\Sigma = AB$.

- α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του a :
- Το εμβαδό του τριγώνου $\Sigma\Delta\Gamma$.
 - Το μήκος της πλευράς $\Sigma\Gamma$ του τριγώνου $\Sigma\Delta\Gamma$. (Μονάδες 10)
- β) Θεωρούμε τυχαίο σημείο Σ' στην προέκταση της πλευράς AB προς το B τέτοιο ώστε $B\Sigma' > B\Sigma$. Να συγκρίνετε αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας:
- Το εμβαδό του τριγώνου $\Sigma'\Delta\Gamma$ με το εμβαδό του τριγώνου $\Sigma\Delta\Gamma$.
 - Το μήκος της πλευράς $\Sigma'\Gamma$ με το μήκος της πλευράς $\Sigma\Gamma$ των τριγώνων $\Sigma'\Delta\Gamma$ και $\Sigma\Delta\Gamma$ αντίστοιχα.
 - Τις αποστάσεις του σημείου Δ από τις ευθείες $\Sigma\Gamma$ και $\Sigma'\Gamma$. (Μονάδες 15)

Θέμα 18550 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Η περίμετρος του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$ του σχήματος είναι 36 και το $Ε$ είναι σημείο στην πλευρά $ΑΒ$. Τα μήκη των τμημάτων x, y, z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2,4,3 αντίστοιχα.

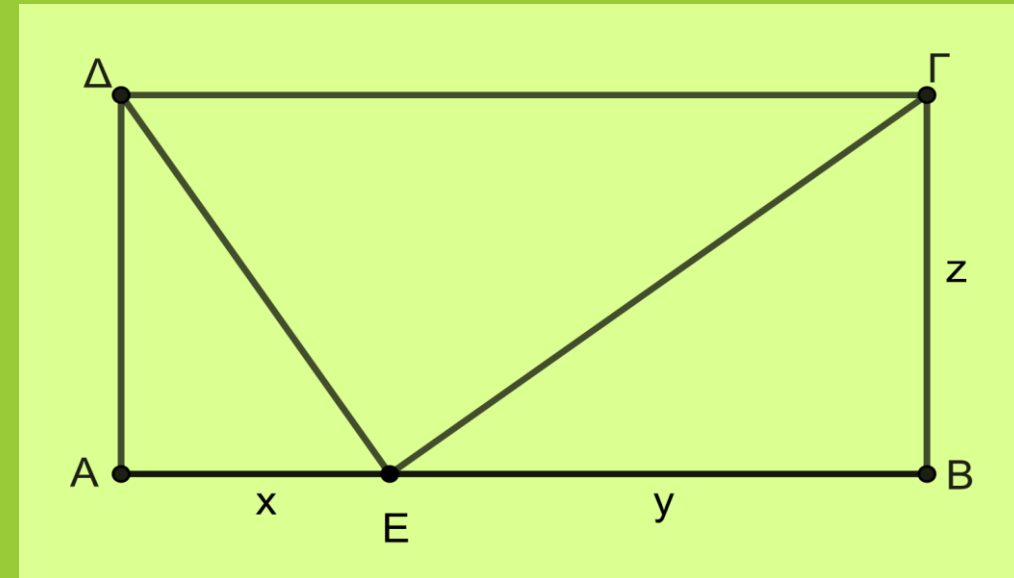
α) Να αποδείξετε ότι $x = 4, y = 8$ και $z = 6$.

(Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $ΓΕΔ$.

Να βρεθεί ο λόγος του εμβαδού

του τριγώνου $ΓΔΕ$ προς το εμβαδό του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$. (Μονάδες 12)



Θέμα 18371 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ μέσο της $A\Gamma$. Από το Δ φέρουμε ΔE παράλληλη στην $B\Gamma$ και ίση με το μισό της AB όπως στο σχήμα.

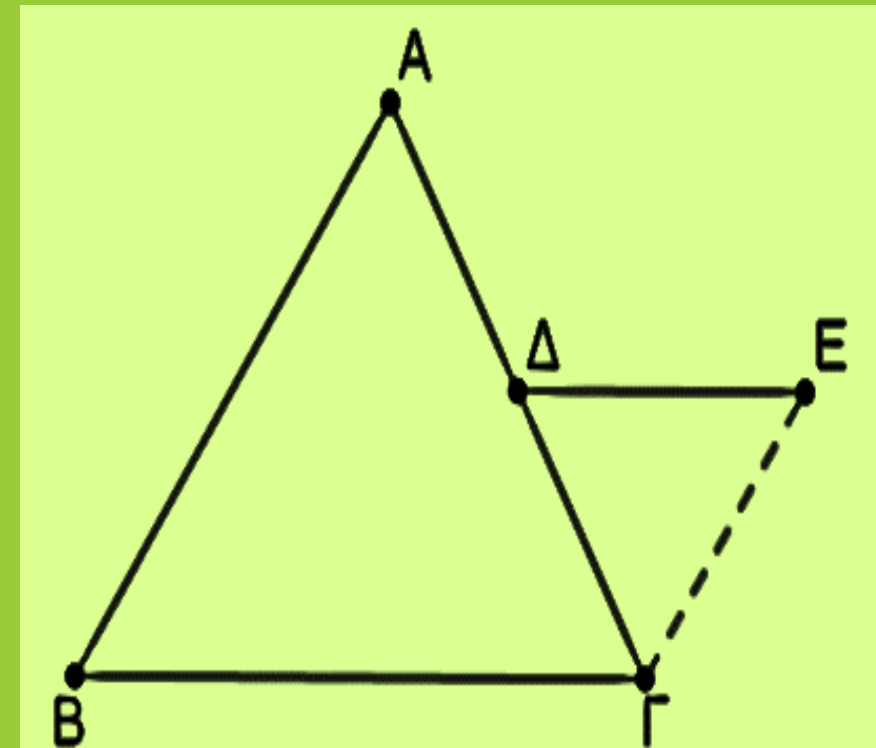
α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{(\Delta E\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \frac{\Delta E}{2B\Gamma}$. (Μονάδες 10)

Αν το $\Delta E\Gamma B$ είναι παραλληλόγραμμο, τότε να αποδείξετε ότι $(\Delta E\Gamma) = (AB\Delta)$. (Μονάδες 10)

β) Σε ένα τεστ που χρειάστηκε από τους μαθητές να βρεθεί ο λόγος $\frac{(\Delta E\Gamma)}{(AB\Gamma)}$ ένας μαθητής έγραψε:

«Παρατηρώ ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta E\Gamma$ έχουν $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma}$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΔE και $B\Gamma$ που τέμνονται από την $\Delta\Gamma$ και δύο πλευρές τους ανάλογες, αφού $\frac{\Delta\Gamma}{A\Gamma} = \frac{\Delta E}{AB} = \frac{1}{2}$. Επειδή έχουν δύο πλευρές ανάλογες μία προς μία και τις γωνίες τους $\hat{\Delta}, \hat{\Gamma}$ ίσες, τα τρίγωνα θα είναι όμοια. Επομένως, ο λόγος των εμβαδών τους θα ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους. $\frac{(\Delta E\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \left(\frac{\Delta E}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ».

Ο καθηγητής του του είπε ότι έχει κάνει ένα σημαντικό λάθος. Μπορείτε να εντοπίσετε σε ποιο σημείο ο συλλογισμός του μαθητή είναι λανθασμένος; (Μονάδες 05)



Θέμα 18370 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ημικύκλιο κέντρου O και διαμέτρου $AB = 2\rho$. Στην προέκταση του AB προς το B , θεωρούμε σημείο M . Από το M φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα $M\Gamma$ στο ημικύκλιο. Αν η εφαπτόμενη του ημικυκλίου στο σημείο A τέμνει την προέκταση της $M\Gamma$ στο Δ τότε:

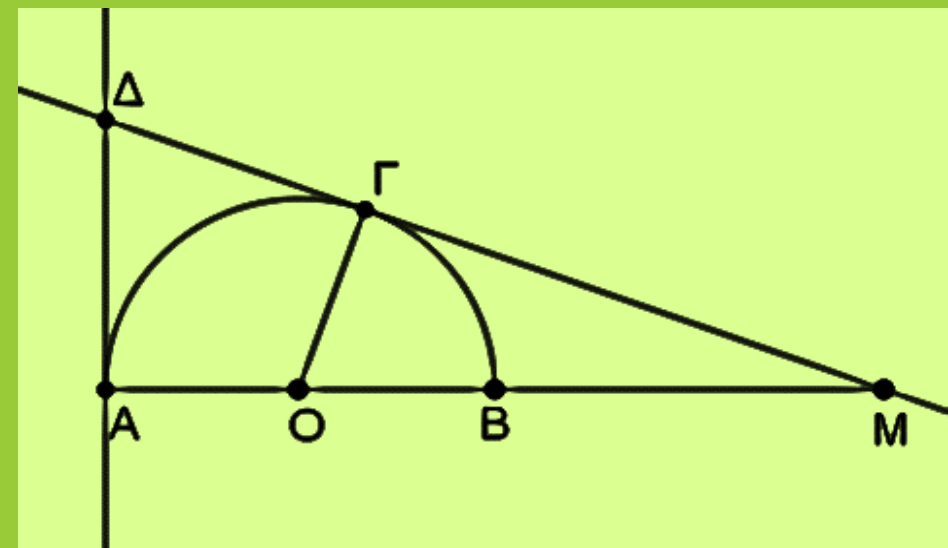
α) Αν $BM = 2\rho$ να αποδείξετε ότι $M\Gamma = 2\sqrt{2}\rho$. (Μονάδες 09)

β) Να αποδείξετε ότι $\frac{MO}{M\Gamma} = \frac{M\Delta}{MA}$. (Μονάδες 09)

Αν για το M ισχύει ότι $BM = \lambda \cdot \rho$, όπου λ θετικός αριθμός,

να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ ,

τέτοια ώστε $(A\Delta M) = 9(MO\Gamma)$. (Μονάδες 07)



Θέμα 18369 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$, $\hat{A} = 36^\circ$.

α) Αν η $B\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας B , να αποδείξετε ότι:

Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια. (Μονάδες 10)

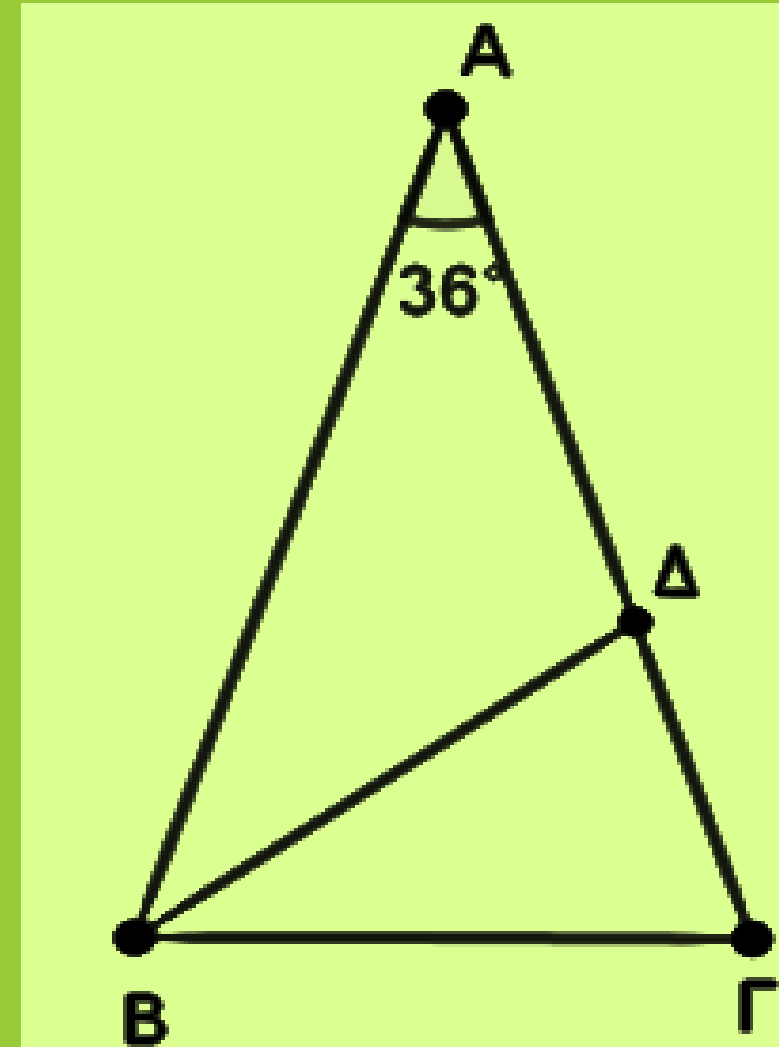
Να γράψετε τους λόγους των ανάλογων πλευρών.

(Μονάδες 06)

β) Μετακινούμε το σημείο Δ στο εσωτερικό της $A\Gamma$.

Για ποια θέση του σημείου Δ θα ισχύει $\frac{(AB\Delta)}{(\Delta B\Gamma)} = 3$.

(Μονάδες 09)



Θέμα 18355 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

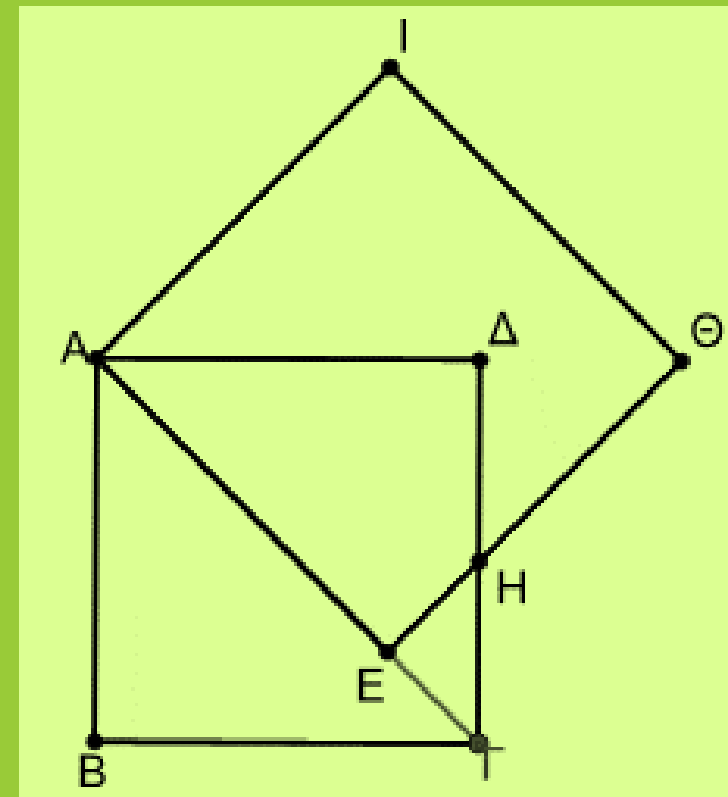
Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ πλευράς a . Στην διαγώνιό του $ΑΓ$ θεωρούμε σημείο $Ε$ τέτοιο ώστε $ΕΓ = \frac{1}{4} ΑΓ$. Με πλευρά την $ΑΕ$ κατασκευάζουμε τετράγωνο $ΑΙΘΕ$ όπως φαίνεται στο σχήμα.

Έστω $Η$ το σημείο τομής της $ΔΓ$ με την $ΕΘ$.

α)

- i. Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{(ΑΙΘΕ)}{(ΑΒΓΔ)}$. (Μονάδες 08)
- ii. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{(ΕΓΗ)}{(ΑΓΔ)}$. (Μονάδες 10)

β) Κατασκευάζουμε τον περιγεγραμμένο κύκλο του $ΑΙΘΕ$. Να εξετάσετε αν ο λόγος του εμβαδού του κύκλου αυτού προς το εμβαδόν του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$ εξαρτάται από το μήκος a της πλευράς του $ΑΒΓΔ$. (Μονάδες 07)



Θέμα 18302 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

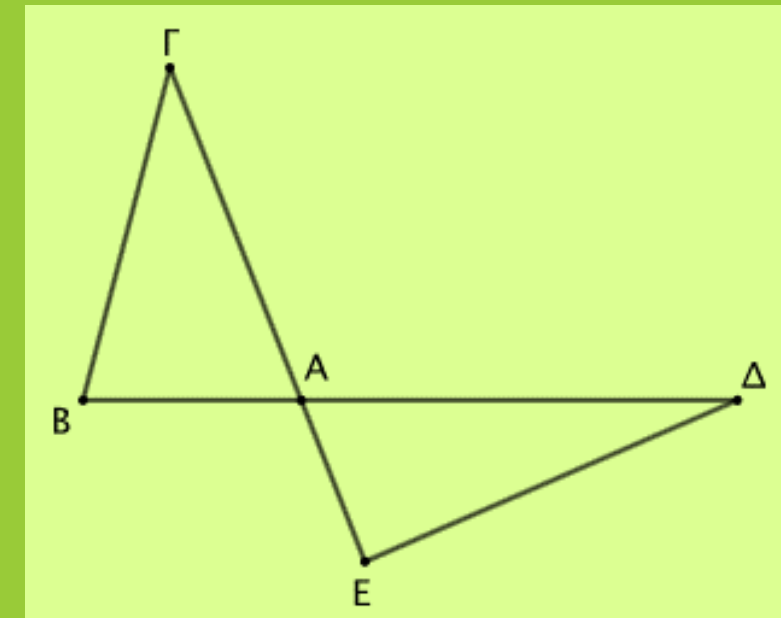
ΘΕΜΑ 4

Σε τρίγωνο $ΑΒΓ$ προεκτείνουμε τις πλευρές $ΒΑ$ και $ΓΑ$ κατά τμήματα $ΑΔ$ και $ΑΕ$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Αν είναι $ΑΔ = 2ΑΒ$ και $ΑΕ = \frac{1}{2}ΑΓ$, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΔΕ$ και $ΑΒΓ$ είναι ισοδύναμα. (Μονάδες 09)

β) Αν προεκτείνουμε τις πλευρές $ΒΑ$ και $ΓΑ$ κατά τμήματα είναι $ΑΔ = μ \cdot ΑΒ$ και $ΑΕ = ν \cdot ΑΓ$ αντίστοιχα, όπου $μ, ν$ είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί, ποια πρέπει να είναι η σχέση των αριθμών $μ$ και $ν$ ώστε τα τρίγωνα $ΑΔΕ$ και $ΑΒΓ$ να είναι ισοδύναμα; (Μονάδες 10)

γ) Αν είναι $ΑΓ = \frac{3}{2}ΑΒ$ και $ΑΔ = 2ΑΒ$, να βρείτε τις δυνατές θέσεις του $Ε$ ώστε τα $ΑΒΓ$ και $ΑΔΕ$ να είναι όμοια. (Μονάδες 06)



Θέμα 18301 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

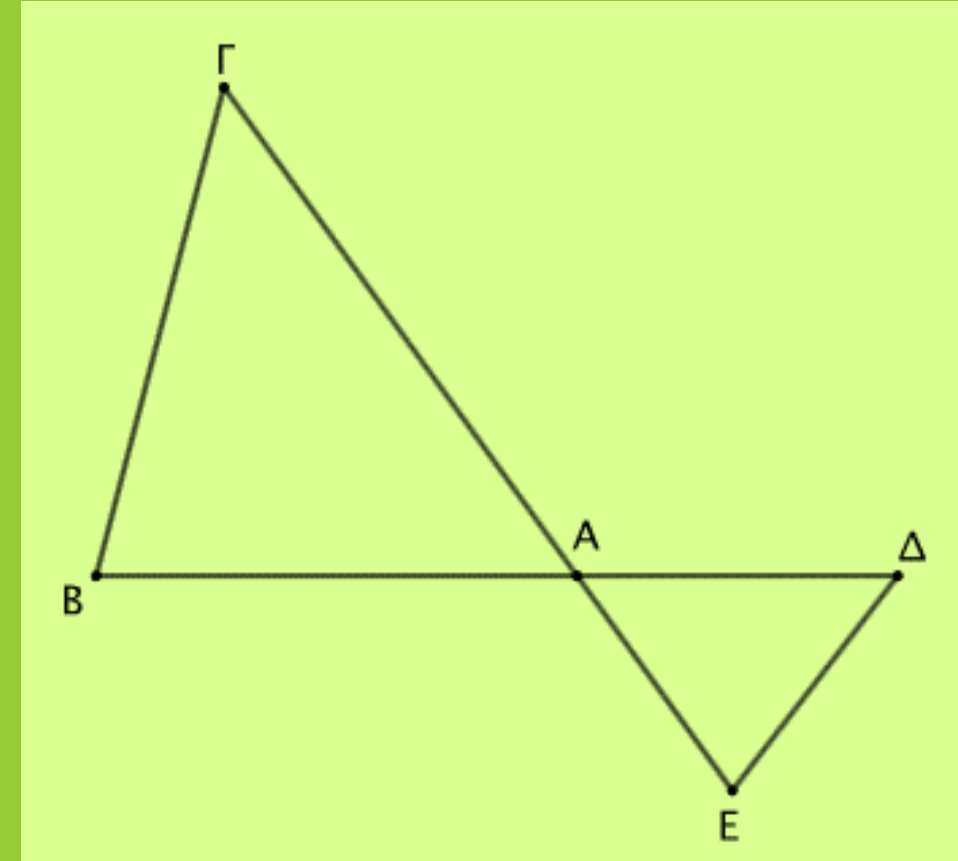
ΘΕΜΑ 4

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνουμε τις πλευρές BA και ΓA κατά τμήματα $A\Delta$ και $A\epsilon$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Αν είναι $A\Delta = \frac{1}{2}AB$ και $A\epsilon = \frac{2}{5}A\Gamma$, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{(A\Delta\epsilon)}{(AB\Gamma)}$. (Μονάδες 10)

β) Αν είναι $A\Delta = \frac{1}{\lambda}AB$ και $A\epsilon = \frac{\lambda}{\mu}A\Gamma$, όπου λ, μ είναι θετικοί ακέραιοι, να αποδείξετε ότι ο λόγος $\frac{(A\Delta\epsilon)}{(AB\Gamma)}$ είναι ανεξάρτητος από την τιμή του λ . (Μονάδες 10)

γ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι «υπάρχουν άπειρα ζεύγη τιμών των ακεραίων λ και μ για τα οποία είναι $(A\Delta\epsilon) = (AB\Gamma)$ ». Να εξετάσετε αν ο ισχυρισμός του είναι αληθής και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)



Θέμα 18173 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $\Gamma\Delta = 2AB$. Δίνεται επίσης ότι το σημείο K είναι μέσο της $\Gamma\Delta$ και M τυχαίο σημείο στην $A\Delta$.

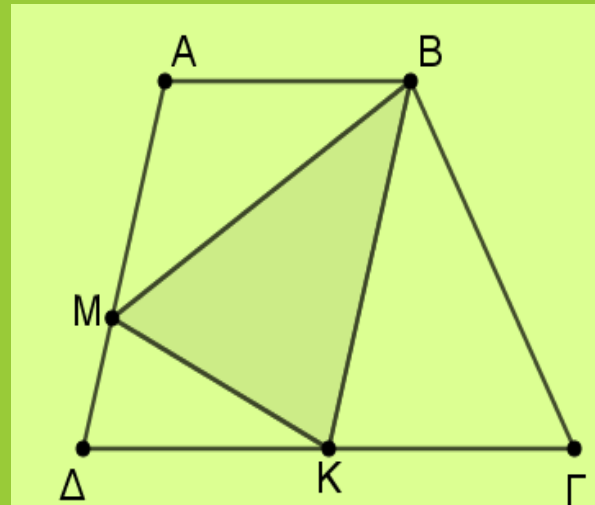
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $(B\kappa\Gamma) = \frac{1}{2} (AB\kappa\Delta)$ (Μονάδες 09)

ii. $(BM\kappa) = (B\kappa\Gamma)$ (Μονάδες 09)

β) Δίνεται η πρόταση: «Αν το σημείο M κινείται πάνω στο εσωτερικό της $A\Delta$, τότε ο λόγος των εμβαδών $(AB\Gamma\Delta)$ και $(MB\kappa)$ παραμένει σταθερός και ίσος με 3». Να διερευνήσετε την ορθότητα της πρότασης αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 07)



Θέμα 18101 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

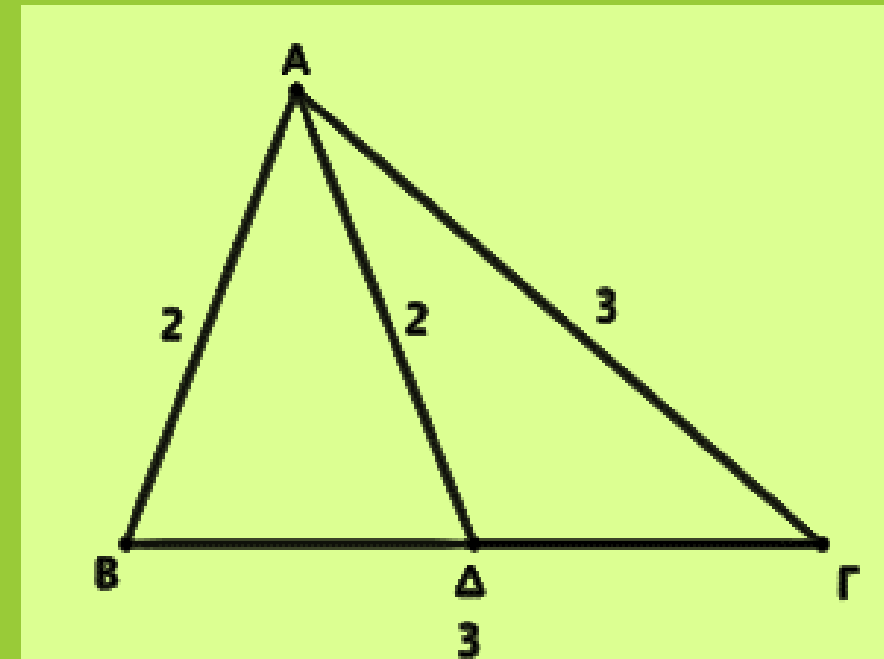
ΘΕΜΑ 2

Στο σχήμα, τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $AB\Delta$ είναι ισοσκελή με $A\Gamma = B\Gamma = 3$ και $AB = A\Delta = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες \hat{B} και $B\hat{A}\Gamma$ είναι ίσες. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Delta A$ είναι όμοια. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{(AB\Gamma)}{(B\Delta A)}$ των εμβαδών των δύο τριγώνων (Μονάδες 8)



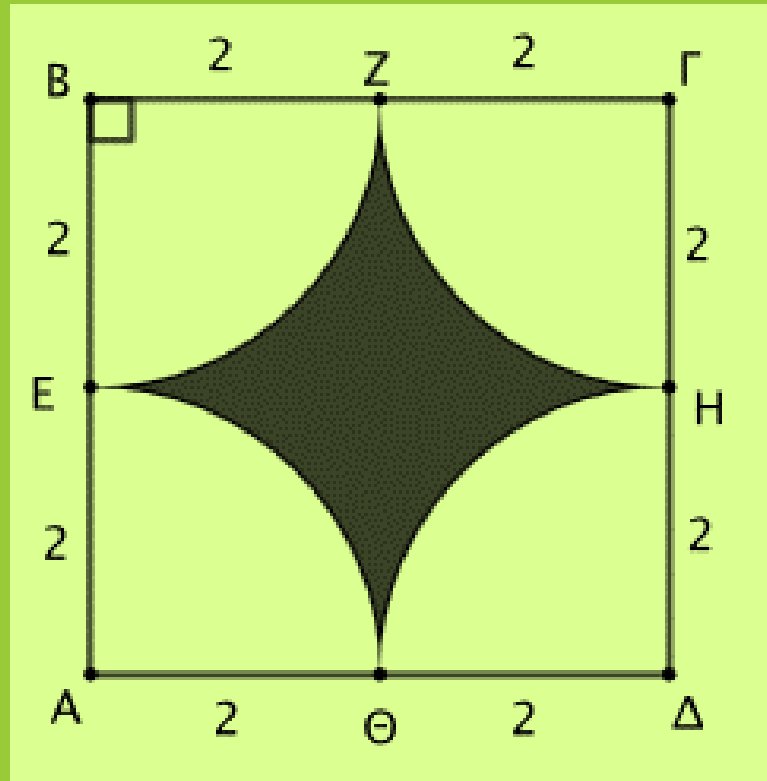
Θέμα 18098 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ πλευράς $a = 4$. Με κέντρα τις κορυφές του τετραγώνου και ακτίνα $\rho = 2$ σχεδιάζουμε τέσσερις κυκλικούς τομείς στο εσωτερικό του, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν κάθε κυκλικού τομέα. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου είναι $E = 4(4 - \pi)$ (Μονάδες 12)



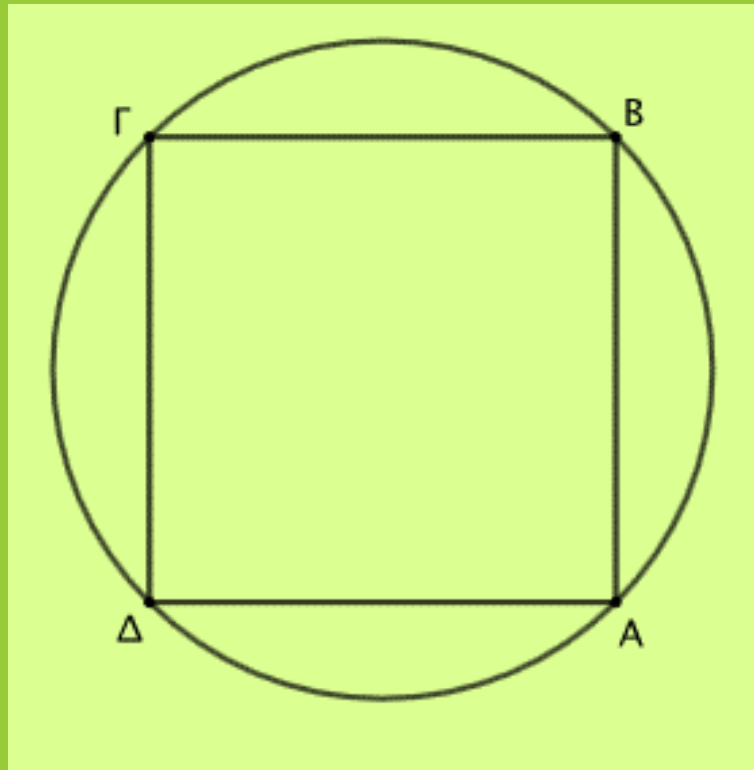
Θέμα 18097 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R , όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν το εμβαδόν του τετραγώνου είναι ίσο με 4, τότε:

α) Να υπολογίσετε την ακτίνα R του κύκλου. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται μεταξύ του τετραγώνου και του περιγεγραμμένου κύκλου του είναι ίσο με $2\pi - 4$. (Μονάδες 12)



Θέμα 18043 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

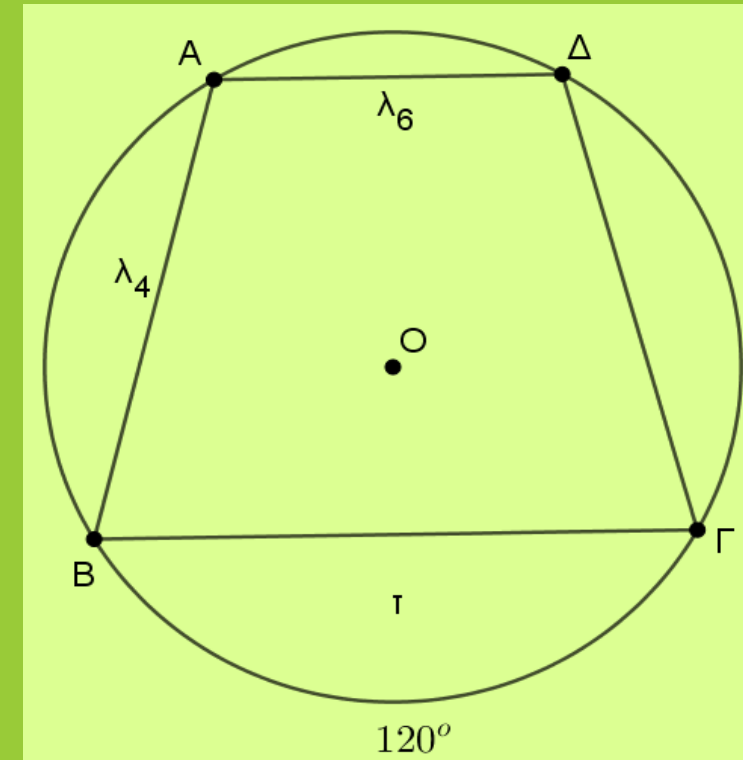
ΘΕΜΑ 4

Σε κύκλο (O, ρ) θεωρούμε τα σημεία A, B, Γ και Δ . Η πλευρά $A\Delta$ είναι ίση με την πλευρά λ_6 κανονικού εξάγωνου εγγεγραμμένου στον κύκλο.

α) Αν η πλευρά AB ισούται με την πλευρά λ_4 τετραγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο και το τόξο $B\Gamma = 120^\circ$:

- i. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $\Gamma\Delta$ ως συνάρτηση της ακτίνας. (Μονάδες 08)
- ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν (τ) του κυκλικού τμήματος που περικλείεται από την κυρτή γωνία $\widehat{B\hat{O}\Gamma}$. (Μονάδες 10)

β) Κρατάμε τα σημεία A και Δ σταθερά και μετακινούμε την χορδή $B\Gamma$ παράλληλα προς την $A\Delta$ ώστε να διέρχεται από το O . Ποιο θα είναι το μήκος του τόξου AB ; (Μονάδες 07)



Θέμα 17956 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ και σημείο $Δ$ στο εσωτερικό του τμήματος $ΒΓ$. Από το $Δ$ φέρουμε παράλληλες στις πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΓ$. Η παράλληλη στην $ΑΒ$ τέμνει την $ΑΓ$ στο $Ζ$ και η παράλληλη στην $ΑΓ$ τέμνει την $ΑΒ$ στο $Ε$. Θεωρούμε $Κ$ και $Λ$ τα μέσα των $ΒΔ$ και $ΔΓ$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $(ΕΚΔ) = \frac{(ΒΕΔ)}{2}$ (Μονάδες 09)

β) $(ΕΖΔ) = \frac{(ΑΕΔΖ)}{2}$ (Μονάδες 09)

γ) Το εμβαδόν του $ΚΕΖΛ$ είναι ανεξάρτητο της επιλογής του σημείου $Δ$.
(Μονάδες 07)

Θέμα 17908 - 3ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 3

Σε τρίγωνο $ΑΒΓ$ τα μήκη των πλευρών του είναι $a = 4$, $\beta = \sqrt{17}$ και $\gamma = 5$.

α) Να βρείτε το είδος του τριγώνου $ΑΒΓ$, ως προς τις γωνίες του. (Μονάδες 9)

β) Αν $ΑΔ$ είναι το ύψος του τριγώνου $ΑΒΓ$ από την κορυφή A , τότε:

- i. να υπολογίσετε το ΔB . (Μονάδες 9)
- ii. να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $ΑΒΓ$. (Μονάδες 7)

Θέμα 17907 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

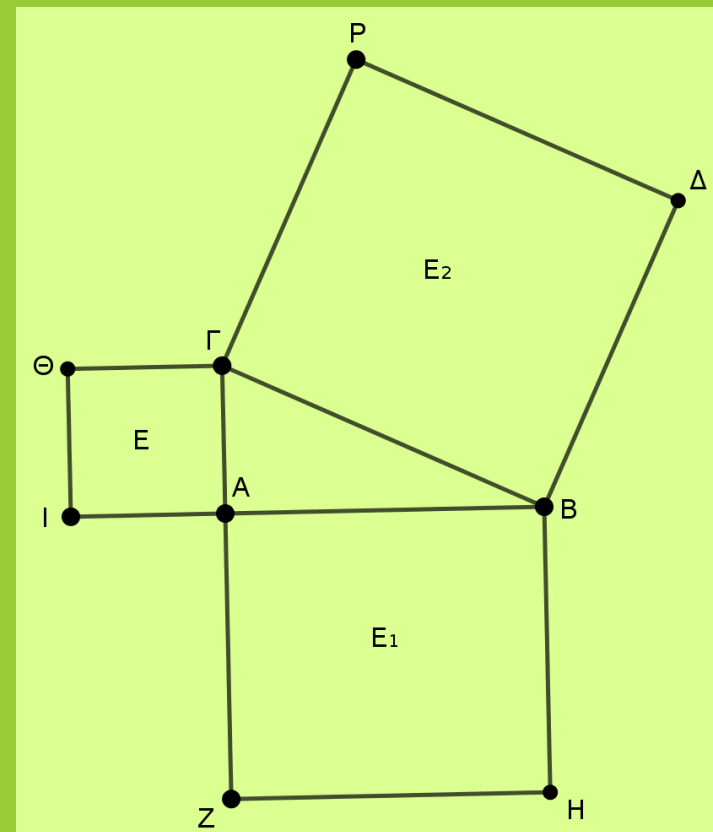
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Με πλευρές τις AB , $A\Gamma$, $B\Gamma$ κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$, τα τετράγωνα $ABHZ$, $A\Gamma\Theta I$, $B\Gamma P\Delta$. Έστω E , E_1 , E_2 , τα εμβαδά των τετραγώνων $A\Gamma\Theta I$, $ABHZ$, $B\Gamma P\Delta$ αντίστοιχα. Αν ισχύουν οι ισότητες $E_1 = 4E$, $E_2 = 5E$ τότε:

α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία A . (Μονάδες 9)

β) να αποδείξετε ότι τα εμβαδά των τριγώνων $AB\Gamma$, AIZ , $BH\Delta$, $\Gamma P\Theta$ είναι ίσα. (Μονάδες 9)

γ) αν η $A\Gamma=1$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του πολυγώνου $ZH\Delta P\Theta I$. (Μονάδες 7)



Θέμα 17599 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

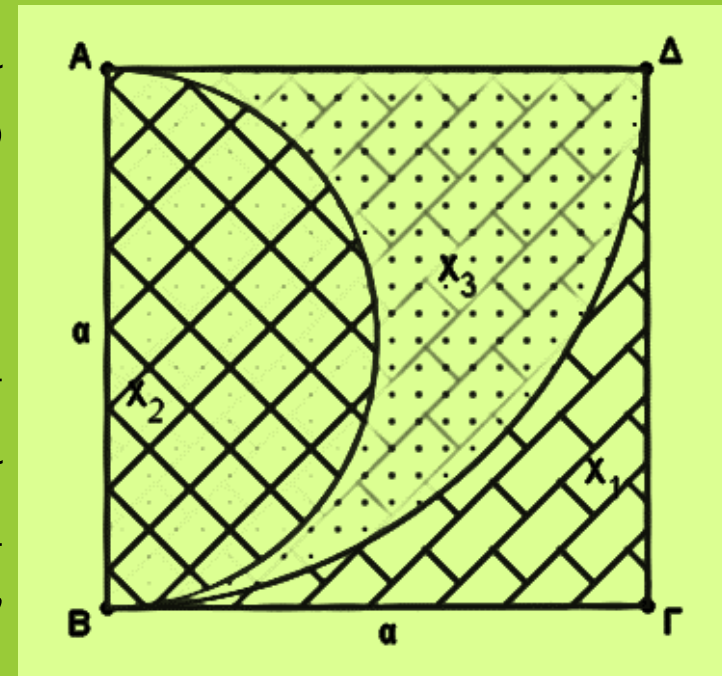
ΘΕΜΑ 4

Σε τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α του παρακάτω σχήματος, γράφουμε τεταρτοκύκλιο εσωτερικά του τετραγώνου με κέντρο Α και ακτίνα α.

α) Αν X_1 είναι το χωρίο του τετραγώνου που βρίσκεται εξωτερικά του τεταρτοκυκλίου, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ισούται με: $(X_1) = \frac{\alpha^2}{4} \cdot (4-\pi)$ (Μονάδες 5)

β) Με διάμετρο ΑΒ κατασκευάζουμε ημικύκλιο εσωτερικά του τετραγώνου. Αν X_2 είναι το χωρίο του ημικυκλίου και X_3 το χωρίο του τεταρτοκυκλίου που βρίσκεται εξωτερικά του ημικυκλίου, να υπολογίσετε τα εμβαδά των δύο χωρίων X_2 και X_3 . (Μονάδες 11)

γ) Ποιο από τα χωρία X_1 κι X_2 έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)



Θέμα 17349 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

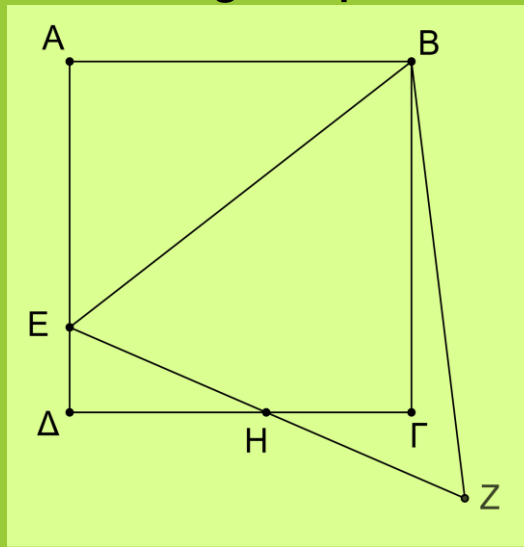
ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ πλευράς 3 και σημείο $Ε$ της πλευράς $ΑΔ$, ώστε $ΑΕ = 4 - \sqrt{3}$. Στο ημιεπίπεδο που ορίζουν η ευθεία $ΒΕ$ και το σημείο $Γ$ κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο $ΒΕΖ$. Οι $ΓΔ$ και $ΕΖ$ τέμνονται στο σημείο $Η$ και $ΔΗ = \sqrt{3}$.

α) Να αποδείξετε ότι $ΒΕ = 2\sqrt{7 - 2\sqrt{3}}$. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε το $Η$ είναι το μέσο της $ΕΖ$. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται στο εσωτερικό του ισόπλευρου τριγώνου $ΒΕΖ$ και εξωτερικά του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$. (Μονάδες 9)



Θέμα 17347 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

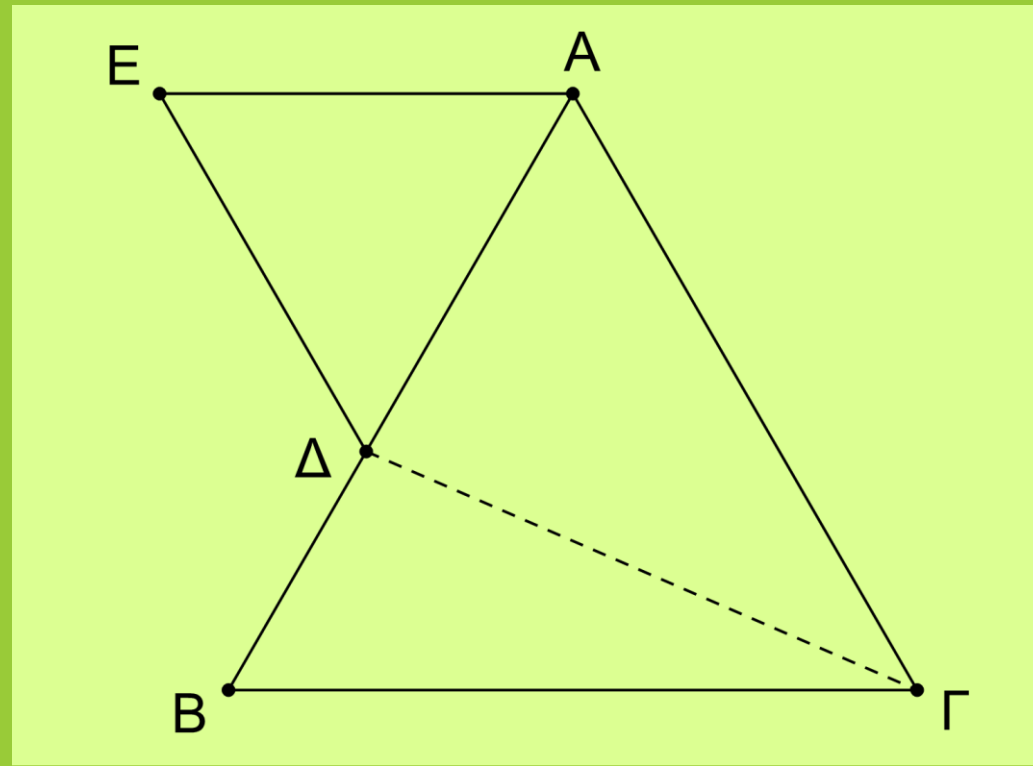
ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισόπλευρο πλευράς 10 και το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισόπλευρο πλευράς 6.

α) Να αποδείξετε ότι $(ΑΓΔ) = 15\sqrt{3}$. (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΓΔΕ. (Μονάδες 13)

Δίνεται ότι $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Θέμα 17346 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = 6$, $BΓ = 4$ και $\widehat{B} = 60^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $AΓ = 2\sqrt{7}$. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του. (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 8)

Δίνεται ότι $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$.

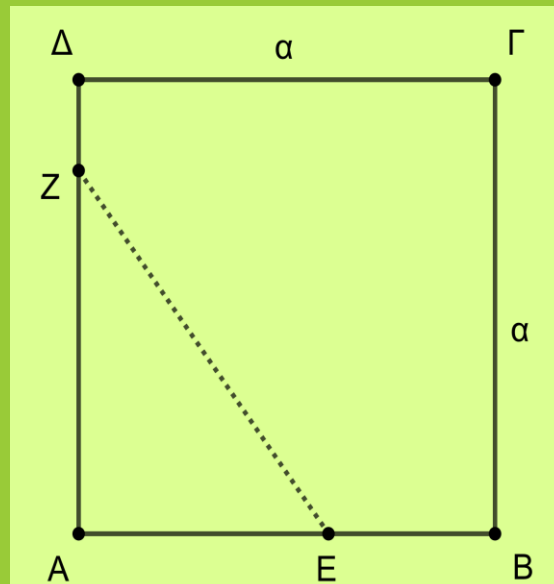
Θέμα 16821 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ πλευράς $α$. Στην πλευρά $ΑΒ$ θεωρούμε σημείο $Ε$ έτσι ώστε $ΑΕ = \frac{3}{5} ΑΒ$, και στην πλευρά $ΑΔ$ θεωρούμε σημείο $Ζ$ έτσι ώστε $ΑΖ = \frac{4}{5} ΑΔ$.

α) Να υπολογίσετε συναρτήσει του $α$ τα εμβαδά, του τριγώνου $ΑΕΖ$ και του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$. (Μονάδες 12)

β) Αν γνωρίζουμε ότι το εμβαδόν του πενταγώνου $ΕΒΓΔΖ$ είναι ίσο με 76 να υπολογίσετε το μήκος $α$ της πλευράς του τετραγώνου $ΑΒΓΔ$. (Μονάδες 13)



Θέμα 16817 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

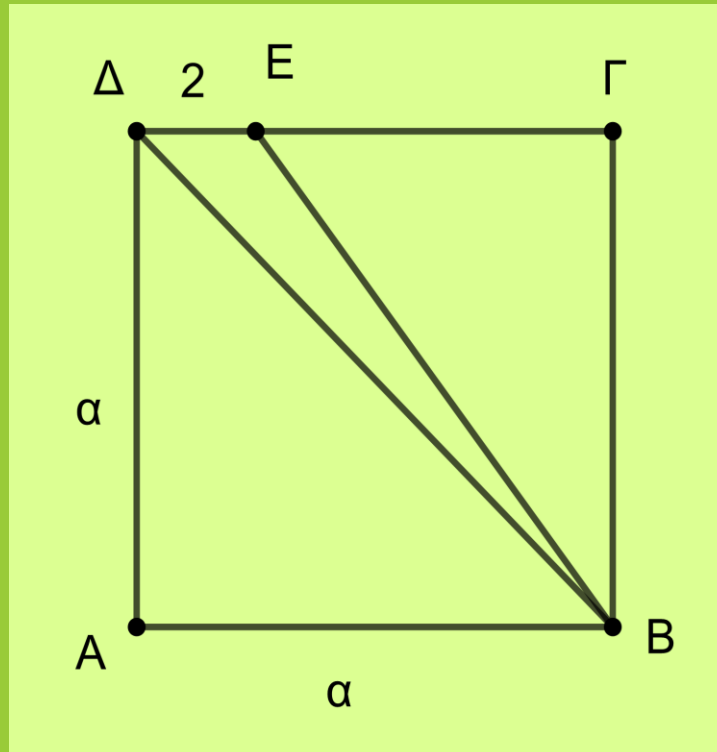
ΘΕΜΑ 2

Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α, θεωρούμε σημείο Ε της πλευράς του ΔΓ έτσι ώστε

$\Delta E = 2$. Αν γνωρίζουμε ότι: $(BE\Delta) = \frac{(AB\Gamma\Delta)}{8}$ τότε:

α) Να αποδείξετε ότι η πλευρά του τετραγώνου α είναι ίση με 8. (Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΒΕ. (Μονάδες 12)



Θέμα 16807 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με διαστάσεις $AB = 24$, $B\Gamma = 12$ και σημείο E στην ευθεία AB .

α) Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου $\Gamma E\Delta$ όταν :

- i. Το σημείο E είναι το μέσο της πλευράς AB .
- ii. Το σημείο E ταυτίζεται με την κορυφή A του ορθογωνίου. (Μονάδες 16)

β) Αφήνουμε το σημείο E να κινηθεί στην προέκταση του τμήματος AB προς το B , απομακρυνόμενο από το σημείο B .

- i. Να εξετάσετε αν η περίμετρος του τριγώνου $\Gamma E\Delta$ αυξάνεται ή μειώνεται. (Μονάδες 05)
- ii. Για το εμβαδό του τριγώνου $\Gamma E\Delta$ συμβαίνει η ίδια μεταβολή με αυτή που απαντήσατε για την περίμετρο του τριγώνου $\Gamma E\Delta$ στο ερώτημα β)i.; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 04)

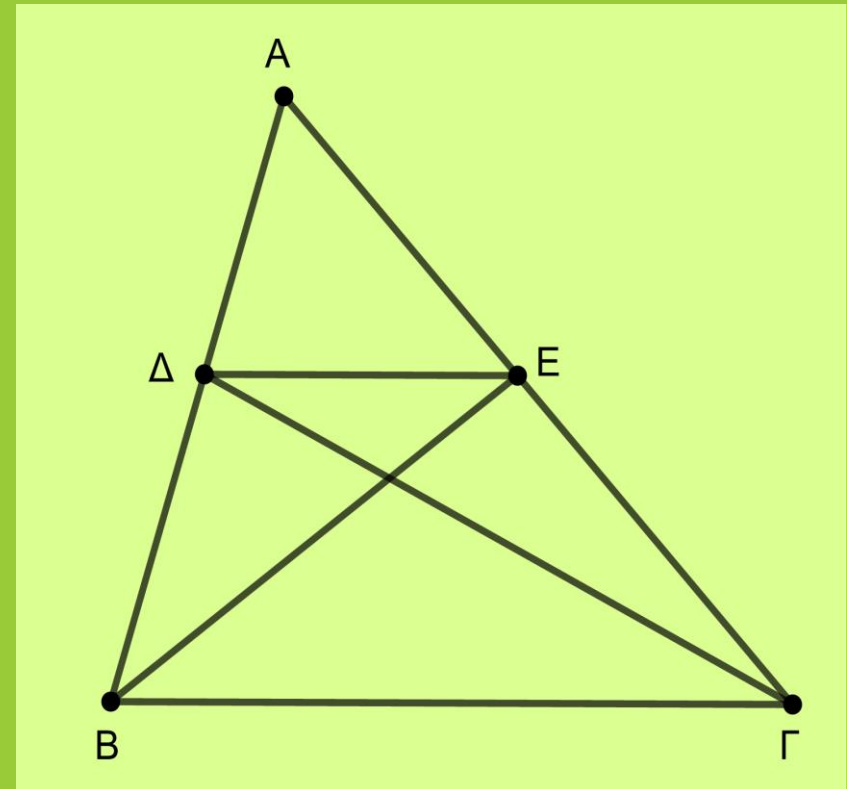
Θέμα 16806 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ και από τυχαίο σημείο $Δ$ της πλευράς $ΑΒ$ φέρουμε παράλληλη στην πλευρά $ΒΓ$ που τέμνει την $ΑΓ$ στο σημείο $Ε$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί $\frac{(AΔΕ)}{(ΔΕΒ)} = \frac{ΑΔ}{ΔΒ}$ και $\frac{(AΔΕ)}{(ΔΕΓ)} = \frac{ΑΕ}{ΕΓ}$. (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι $(ΔΕΒ) = (ΔΕΓ)$. (Μονάδες 12)



Θέμα 16770 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

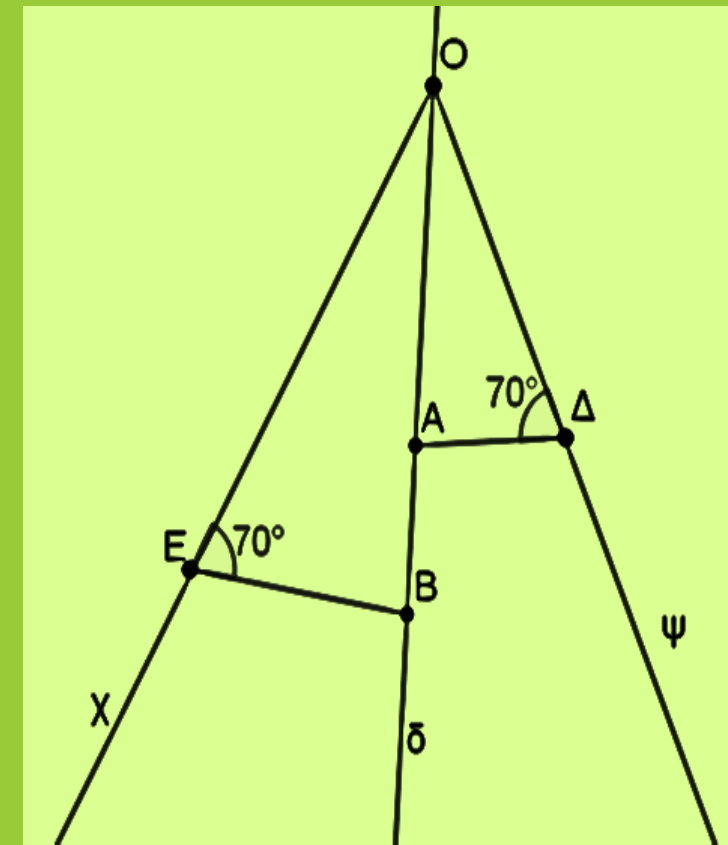
Δίνεται γωνία $\chi\hat{O}\psi$ και η διχοτόμος της $O\delta$. Πάνω στην $O\delta$ παίρνουμε τυχαία σημεία A και B . Θεωρούμε σημείο E στην πλευρά $O\chi$ τέτοιο ώστε $O\hat{E}B = 70^\circ$ και σημείο Δ στην $O\psi$ τέτοιο ώστε $O\hat{\Delta}A = 70^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΟΕΒ$ και $ΟΔΑ$ είναι όμοια. (Μονάδες 10)

β) Αν $\frac{OA}{OB} = \frac{2}{3}$ να υπολογίσετε τους λόγους των ανάλογων πλευρών των τριγώνων.

(Μονάδες 06)

γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου $ΟΑΔ$ είναι 28 τ.μ. να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου $ΟΕΒ$ (Μονάδες 09)



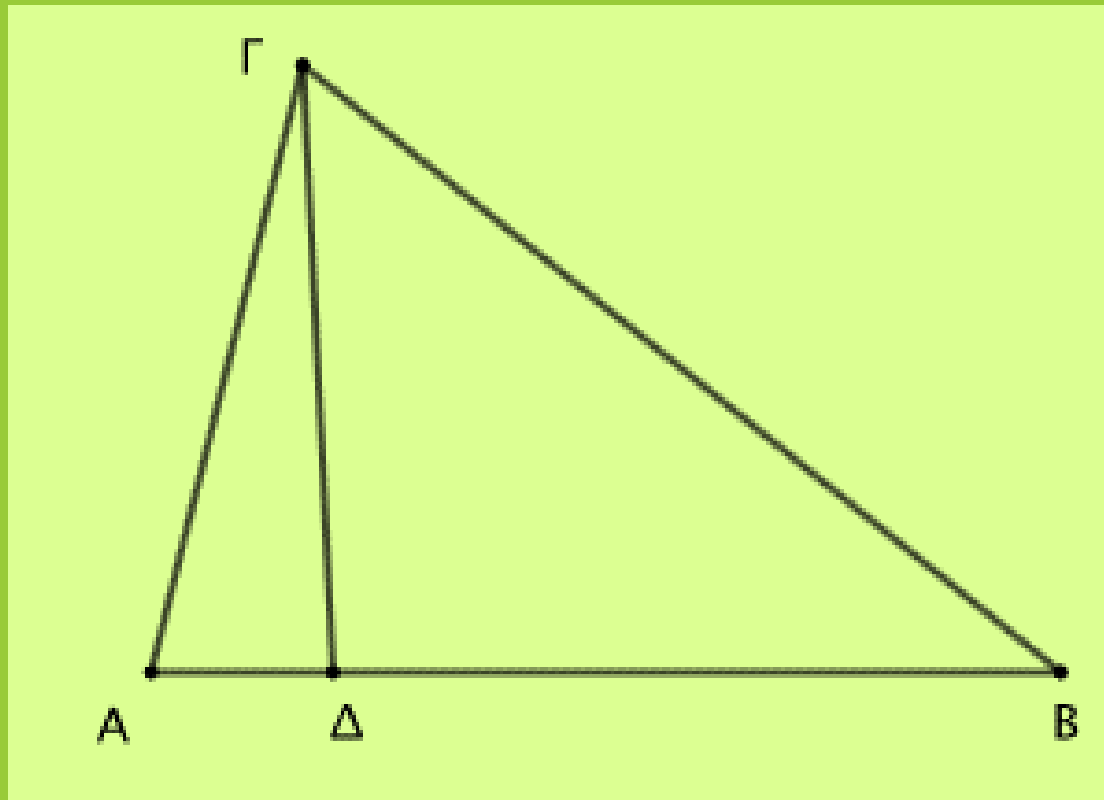
Θέμα 16756 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τρίγωνο $ΑΒΓ$ και τυχαίο σημείο $Δ$ της πλευράς $ΑΒ$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{(ΑΒΓ)}{(ΔΒΓ)} = \frac{ΑΒ}{ΔΒ}$ (Μονάδες 15)

β) Αν $(ΑΒΓ) = 25$ και $ΑΒ = 5ΑΔ$, τότε να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $ΔΒΓ$.
(Μονάδες 10)



Θέμα 16732 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

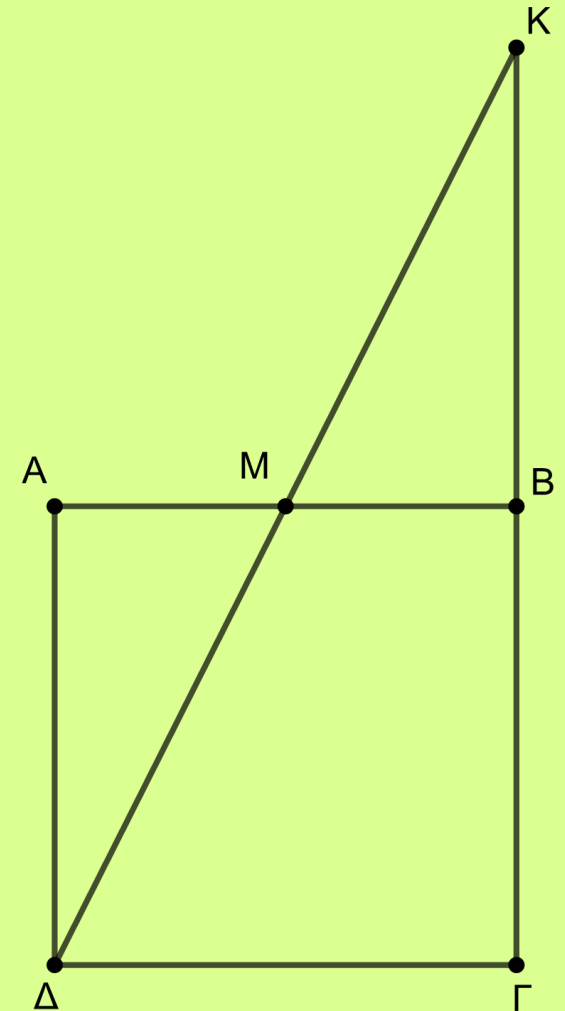
Έστω τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ και $Μ$ το μέσο της $ΑΒ$. Οι ευθείες $ΔΜ$ και $ΓΒ$ τέμνονται στο $Κ$. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $ΜΚΒ$ και $ΔΚΓ$ είναι όμοια. (5 μονάδες)

β) $(ΜΚΒ) = \frac{1}{4} (ΔΚΓ)$ (5 μονάδες)

γ) $(ΜΒΓΔ) = \frac{3}{4} (ΑΒΓΔ)$. (10 μονάδες)

δ) Αν $(ΜΒΓΔ) = 75 \text{ m}^2$ να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου. (5 μονάδες)



Θέμα 16582 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

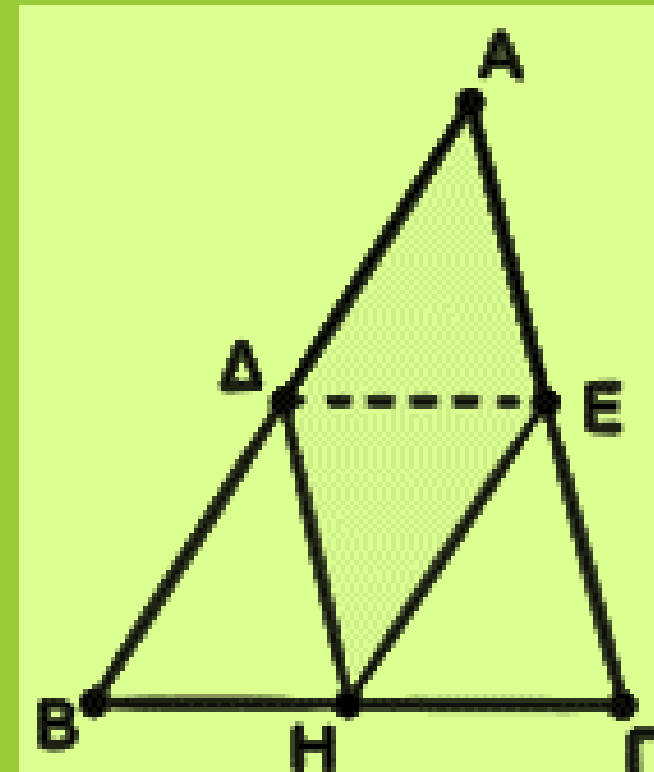
Στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ τα Δ και Ε είναι σημεία των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

α) Έστω ότι $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AG} = \frac{1}{2}$.

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 07)

ii. Αν Η είναι σημείο του ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΔΗΕ είναι ίσο με το μισό του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 12)

β) Αν γνωρίζετε ότι $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AG} = \lambda$, τότε ποια είναι η σχέση των εμβαδών του τετραπλεύρου ΑΔΗΕ και του τριγώνου ΑΒΓ; (Μονάδες 06)



Θέμα 16135 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma = 10$ και έστω ότι Δ είναι η προβολή της κορυφής A στην $B\Gamma$.

α) Αν $\Delta B = 2$ να υπολογίσετε:

- i. το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$, (Μονάδες 7)
- ii. το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 5)

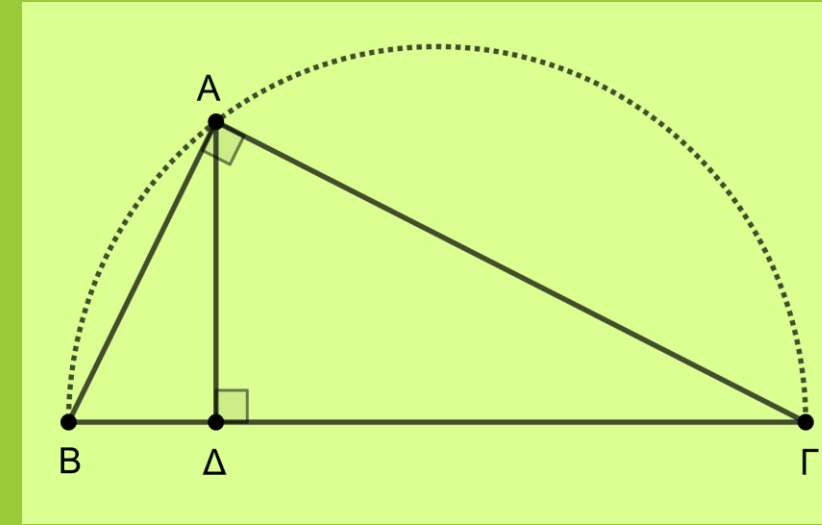
β) Υποθέστε ότι το σημείο A κινείται πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την $B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $(AB\Gamma) = 5A\Delta$. (Μονάδες 7)

Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Για όλες τις θέσεις του A πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την $B\Gamma$, το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ δεν υπερβαίνει το 25».

Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)



Θέμα 16127 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρά $B\Gamma = 9$ και αντίστοιχο ύψος $A\Delta = 8$.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 9)

β) Ένα άλλο τρίγωνο $A'B'\Gamma'$ είναι όμοιο με το τρίγωνο $AB\Gamma$ και η ομόλογη πλευρά της $B\Gamma$ είναι η $B'\Gamma' = 6$. Να υπολογίσετε:

- i. τον λόγο ομοιότητας των τριγώνων $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$, (Μονάδες 7)
- ii. το εμβαδόν του τριγώνου $A'B'\Gamma'$. (Μονάδες 9)

Θέμα 16114 - 4ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημείο E στην $A\Gamma$ τέτοιο ώστε $GE = \frac{1}{4}GA$.

α) Αν Δ σημείο της AB τέτοιο ώστε $A\Delta = \frac{1}{3}AB$:

i. Να αποδείξετε ότι $(AB\Gamma) = 4(A\Delta E)$ (Μονάδες 10)

ii. Αν από τα E και Γ φέρουμε τις κάθετες EZ και ΓH προς την AB , να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{EZ}{\Gamma H}$ (Μονάδες 09)

β) Θεωρώντας ότι το E παραμένει ακίνητο, ενώ το Δ κινείται στο εσωτερικό της AB , να βρείτε σε ποιο σημείο πρέπει να βρεθεί το Δ ώστε $(AB\Gamma) = 2(A\Delta E)$ (Μονάδες 06)

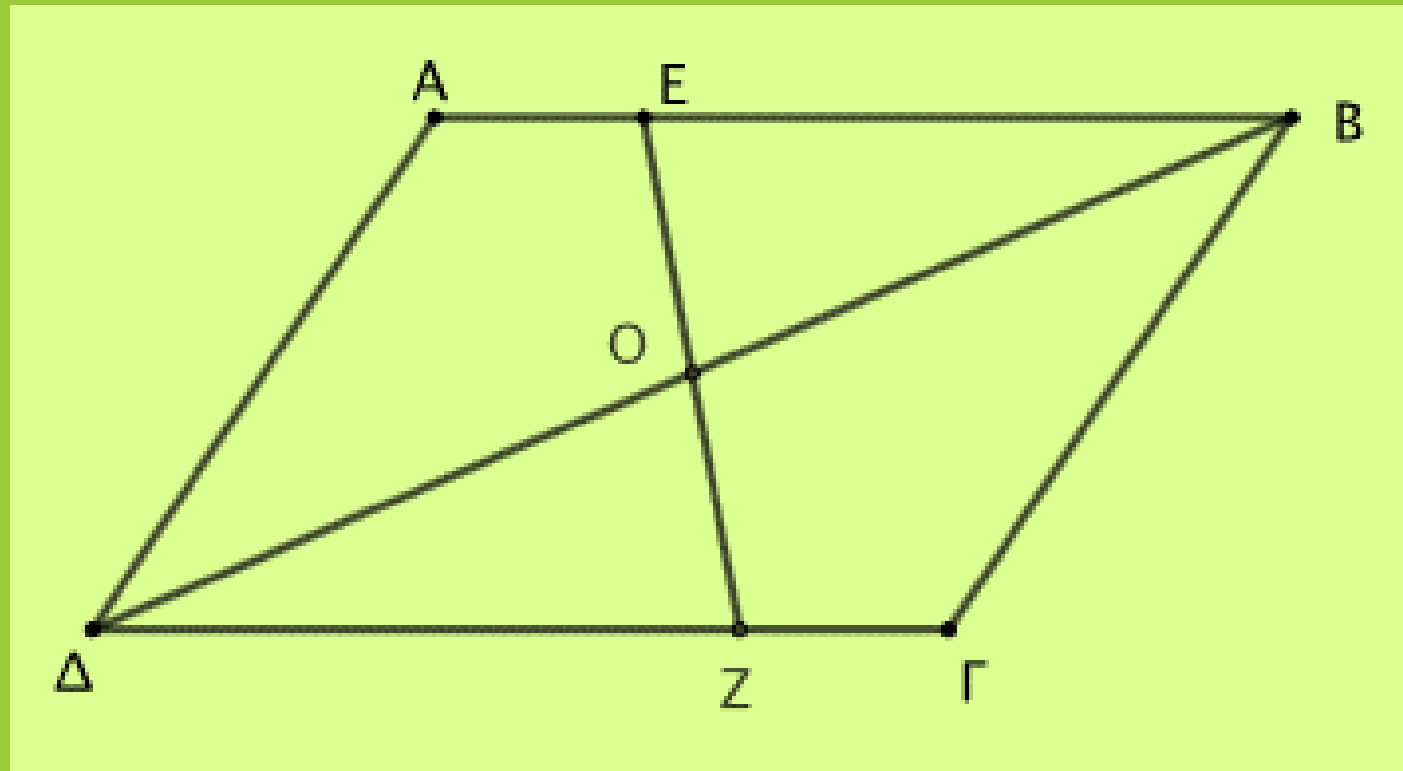
Θέμα 16102 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$. Από το κέντρο $Ο$ φέρουμε ευθεία η οποία τέμνει τις πλευρές $ΑΒ$ και $ΓΔ$ στα σημεία $Ε$ και $Ζ$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι:

α) $(ΔΟΖ) = (ΒΟΕ)$. (Μονάδες 10)

β) $(ΔΟΕΑ) = (ΒΓΖΟ)$. (Μονάδες 15)



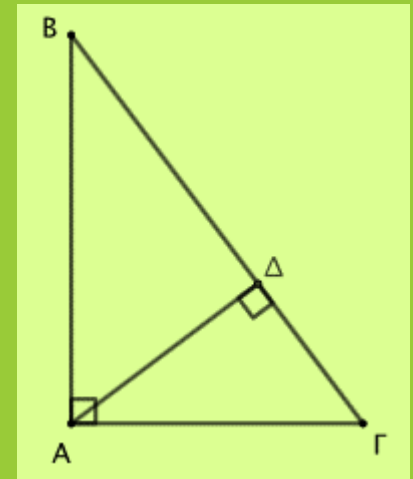
Θέμα 16097 - 1ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 1

α) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.

- i. Κάθε ευθεία που είναι παράλληλη με μία από τις πλευρές ενός τριγώνου χωρίζει τις δύο άλλες πλευρές σε μέρη ανάλογα.
- ii. Δύο ισοσκελή τρίγωνα είναι πάντοτε όμοια.
- iii. Στο σχήμα, η προβολή της πλευράς AB στην υποτείνουσα $B\Gamma$ είναι το τμήμα $\Gamma\Delta$.
- iv. Το εμβαδόν ενός τριγώνου ισούται με το γινόμενο μιας πλευράς επί το αντίστοιχο ύψος.
- v. Ο εγγεγραμμένος και ο περιγεγραμμένος κύκλος ενός κανονικού πολυγώνου είναι ομόκεντροι. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο των πλευρών του. (Μονάδες 15)



Θέμα 15979 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ=ΑΓ=5$ και $\hat{Α} = 120^0$. Να αποδείξετε ότι:

α) $ΒΓ = 5\sqrt{3}$. (Μονάδες 13)

β) $(ΑΒΓ) = \frac{25\sqrt{3}}{4}$. (Μονάδες 12)

Θέμα 15978 - 2ο Ενδεικτική Απάντηση

ΘΕΜΑ 2

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος, τα Δ, Ε, Ζ, είναι σημεία των πλευρών

ΑΒ, ΒΓ, ΑΓ αντίστοιχα, ώστε: $A\Delta = \frac{1}{4}AB$, $BE = \frac{2}{3}BG$ και $\Gamma Z = \frac{1}{2}A\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

α) $(A\Delta Z) = \frac{1}{8} (AB\Gamma)$, $(BE\Delta) = \frac{1}{2} (AB\Gamma)$, $(\Gamma EZ) = \frac{1}{6} (AB\Gamma)$. (Μονάδες 15)

β) $(\Delta EZ) = \frac{5}{24} (AB\Gamma)$. (Μονάδες 10)

