Θ 1

A 1 : $\Delta = b^2 - 4a\gamma$

2 : $\alpha - 5$
$\beta - 4$
$\gamma - 1$
$\delta - 3$

3 : Αν $\Delta > 0$ $\rho_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

αν $\Delta = 0$ $\rho_0 = \frac{-b}{2a}$

αν $\Delta < 0$ δεν έχει ρίζες πραγματικές

4. $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - \rho_1)(x - \rho_2)$

B 1 : Σ
2 : Σ
3 : Σ

Θ2

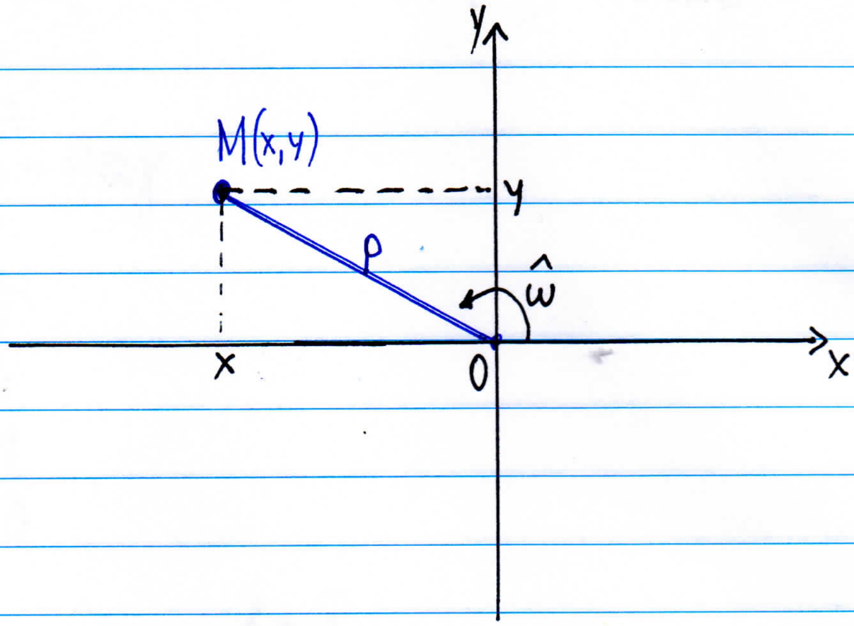
A1. $\rho^2 = x^2 + y^2$

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\eta\mu\omega = \dfrac{y}{\rho}$

$\sigma\upsilon\nu\omega = \dfrac{x}{\rho}$

$\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{y}{x}$



2. $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \left(\dfrac{y}{\rho}\right)^2 + \left(\dfrac{x}{\rho}\right)^2 = \dfrac{y^2}{\rho^2} + \dfrac{x^2}{\rho^2} = \dfrac{y^2 + x^2}{\rho^2} = \dfrac{\rho^2}{\rho^2} = 1$

B. Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν ίδιο ημίτονο (ημ) και αντίθετους όλους τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

Γ.
1 − Σ
2 − Λ
3 − Λ

ΑΣΚΗΣΗ 1

1. $$A=\frac{x^3-6x^2+5x}{x^2-x}=\frac{x(x^2-6x\overset{1\ \ 5}{+5})}{x(x-1)}=\frac{x(x-1)(x-5)}{x(x-1)}$$

$$B=\frac{y^3+8y^2+7y}{y^2+y}=\frac{y(y^2+8y\overset{-7\ \ -1}{+7})}{y(y+1)}=\frac{y(y+7)(y+1)}{y(y+1)}$$

2. Η παράσταση A ορίζεται όταν $x(x-1)\neq 0$
άρα $x\neq 0$ και $x-1\neq 0$
$x\neq 1$

Η παράσταση B ορίζεται όταν $y(y+1)\neq 0$
άρα $y\neq 0$ και $y+1\neq 0$
$y\neq -1$

3. $$A=\frac{\cancel{x}\cancel{(x-1)}(x-5)}{\cancel{x}\cancel{(x-1)}}=x-5$$

$$B=\frac{\cancel{y}(y+7)\cancel{(y+1)}}{\cancel{y}\cancel{(y+1)}}=y+7$$

4. $A^2-8B+2B^2+2A+\overset{1+8}{9}=0$ ή
$A^2+2A+1+2B^2-8B+8=0$

$(A+1)^2+2(B^2-4B+4)=0$
$(A+1)^2+2(B-2)^2=0$
άρα $A+1=0$ και $B-2=0$
$A=-1$ και $B=2$

Όμως $A = x-5$ οπότε $x-5=-1$

$x = 5-1$

$\underline{\underline{x = 4}}$

Επίσης $B = y+7$ οπότε $y+7=2$

$y = 2-7$

$\underline{\underline{y=-5}}$

ΑΣΚΗΣΗ 2

1. $x^2 - 4x + (\kappa+\lambda) = 0$ με $\Delta = 4$

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-4)^2 - 4\cdot 1\cdot(\kappa+\lambda) = 16 - 4\kappa - 4\lambda$ } άρα

$$-4\kappa - 4\lambda = 4 - 16 = -12$$
$$\kappa + \lambda = 3 \quad (\alpha)$$

$x^2 - 3x + (4\kappa + 2\lambda) = 0$ με $\Delta = 1$

$\Delta = (-3)^2 - 4\cdot 1\cdot(4\kappa+2\lambda) = 9 - 16\kappa - 8\lambda$ } άρα

$$-16\kappa - 8\lambda = 1 - 9 = -8$$
$$2\kappa + \lambda = 1 \quad (\beta)$$

Λύνουμε το σύστημα των (α) και (β) $(\Sigma)\begin{cases} \kappa + \lambda = 3 & \times(-1) \\ 2\kappa + \lambda = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} -\kappa - \lambda = -3 \\ 2\kappa + \lambda = 1 \end{array} \right\} (+) \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \kappa = -2 \\ -(-2) - \lambda = -3 \end{array} \right.$$

$$-\lambda = -3 - 2 = -5$$

άρα $\underline{\underline{\kappa = -2}}$ και $\underline{\underline{\lambda = 5}}$ $\qquad \lambda = 5$

2. $x^2 - 4x + 3 = 0$ με ρίζες $\rho_1 = 1$, $\rho_2 = 3$

γράφεται: $(x-1)(x-3) = 0$

$x^2 - 3x + (4(-2) + 2\cdot 5) = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$ με ρίζες $x_1 = 1$, x_2 2

γράφεται: $(x-1)(x-2) = 0$

3. Κοινή ρίζα $\rho=1$, $\lambda=5$ οπότε $\eta\mu\omega=\frac{\rho+2}{\lambda}=\frac{3}{5}$

$$\sigma\upsilon\nu^2\omega=1-\eta\mu^2\omega=1-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{1}{1}-\frac{9}{25}=\frac{25-9}{25}=\frac{16}{25}$$

άρα $\sigma\upsilon\nu\omega=\pm\sqrt{\frac{16}{25}}=\pm\frac{4}{5}$

αλλά $90^\circ<\omega<180^\circ$ οπότε $\sigma\upsilon\nu\omega<0$ } άρα

$$\sigma\upsilon\nu\omega=-\frac{4}{5} \quad \text{και} \quad \varepsilon\varphi\omega=\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}=\frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}}=-\frac{3}{4}$$

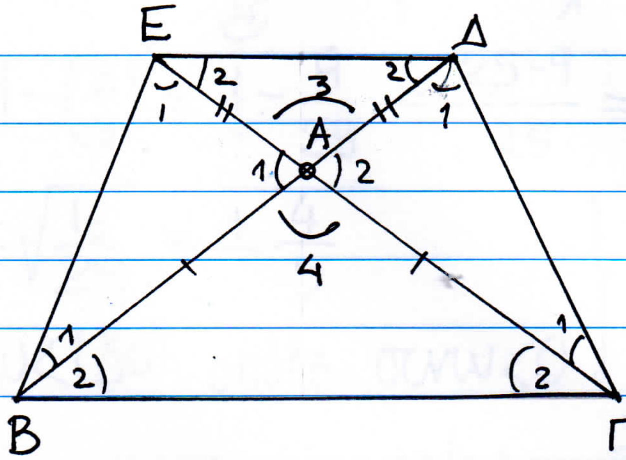
4. $$\frac{(\sigma\upsilon\nu\omega-\eta\mu\omega)^2-2(1-\eta\mu\omega)(1+\eta\mu\omega)+(\eta\mu\omega+\sigma\upsilon\nu\omega)^2}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}=$$

$$=\frac{\overbrace{\sigma\upsilon\nu^2\omega+\eta\mu^2\omega}^{1}\cancel{-2\sigma\upsilon\nu\omega\eta\mu\omega}-2(1-\eta\mu^2\omega)+\overbrace{\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega}^{1}\cancel{+2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega}}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}$$

$$=\frac{\cancel{2}-\cancel{2}+2\eta\mu^2\omega}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}=2\frac{\eta\mu^2\omega}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}=2\varepsilon\varphi^2\omega=2\left(-\frac{3}{4}\right)^2=$$

$$=2\cdot\frac{9}{16}=\frac{9}{8}.$$

ΑΣΚΗΣΗ 3



1. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{ABE}$, $\overset{\triangle}{A\Gamma\Delta}$, έχουν:

i) $AB = A\Gamma$ από υπόθεση

ii) $AE = A\Delta$ —"—

iii) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ως κ.κ

άρα από κριτήριο (Π-Γ-Π) τα τρίγωνα είναι ίσα οπότε

$EB = \Delta\Gamma$ και $\hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1$ (1)

$\hat{E}_1 = \hat{\Delta}_1$ (2)

2. Το $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ ισοσκελές με $AB = A\Gamma$ άρα $\left.\begin{array}{l}\hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_1\end{array}\right\}$ (+) από (1)

$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_1 + \hat{\Gamma}_2 \Rightarrow E\hat{B}\Gamma = B\hat{\Gamma}\Delta$.

3. Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{A\Delta E}$ και $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ έχουν $\hat{A}_3 = \hat{A}_4$ ως κκ.
Είναι και ισοσκελή άρα $\hat{E}_2 = \hat{\Delta}_2 = \dfrac{180° - \hat{A}_3}{2} = \dfrac{180° - \hat{A}_4}{2} =$

$= \hat{B}_2 = \hat{\Gamma}_2$ οπότε είναι όμοια, άρα:

$\overset{\triangle}{A\Delta E} \approx \overset{\triangle}{AB\Gamma}$ και ισχύει: $\dfrac{A\Delta}{AB} = \dfrac{AE}{A\Gamma} = \dfrac{\Delta E}{B\Gamma}$

4. Αφού $\lambda = \frac{1}{3}$ και $B\Gamma = 12cm$ τότε : $\dfrac{\Delta E}{B\Gamma} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow$

$\Delta E = \frac{1}{3} 12 = 4cm$.