



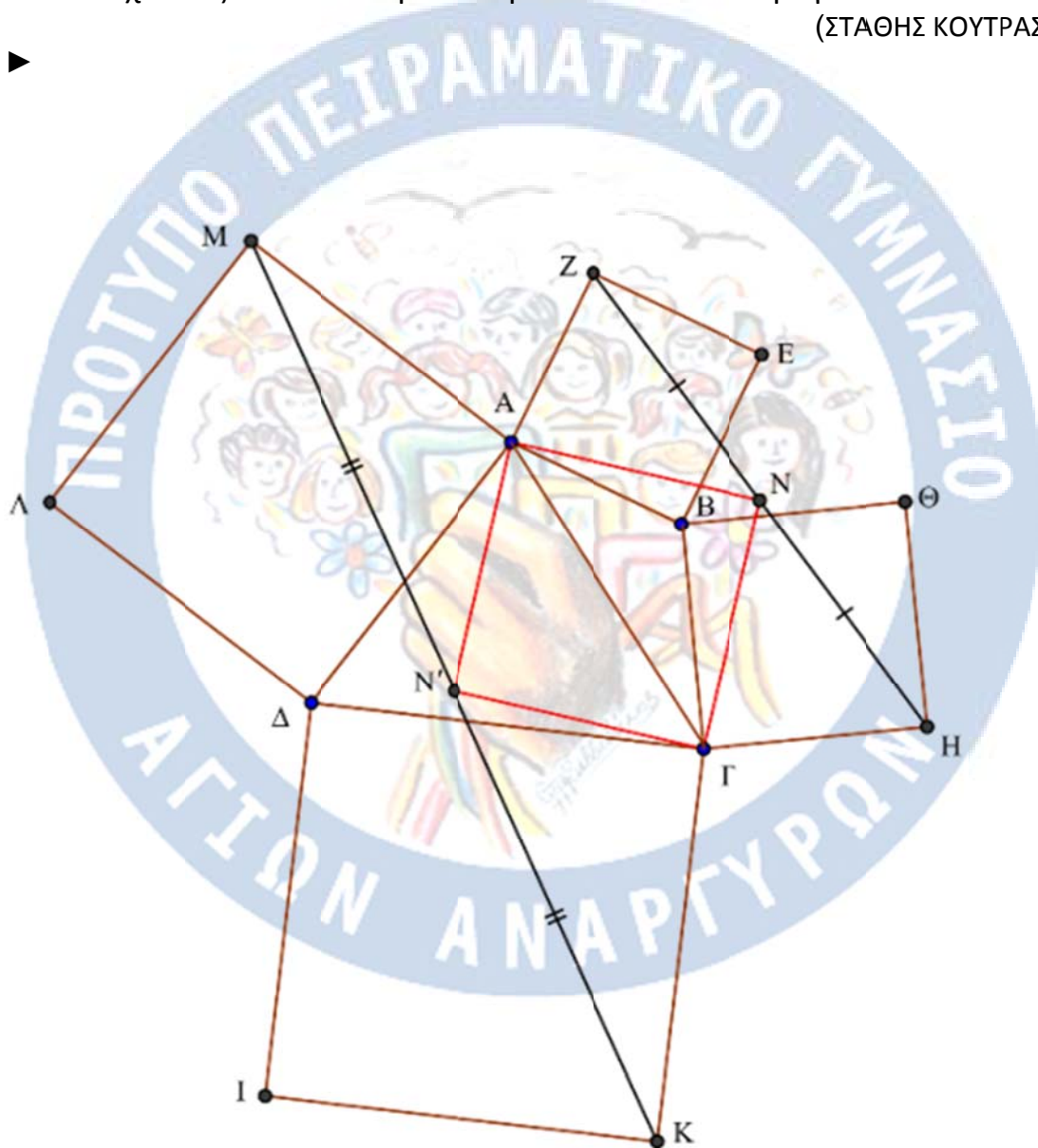
## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 9

Όνομα Μαθητή : ..... Ημ/νία : .....

### Προβλήματα Γεωμετρίας

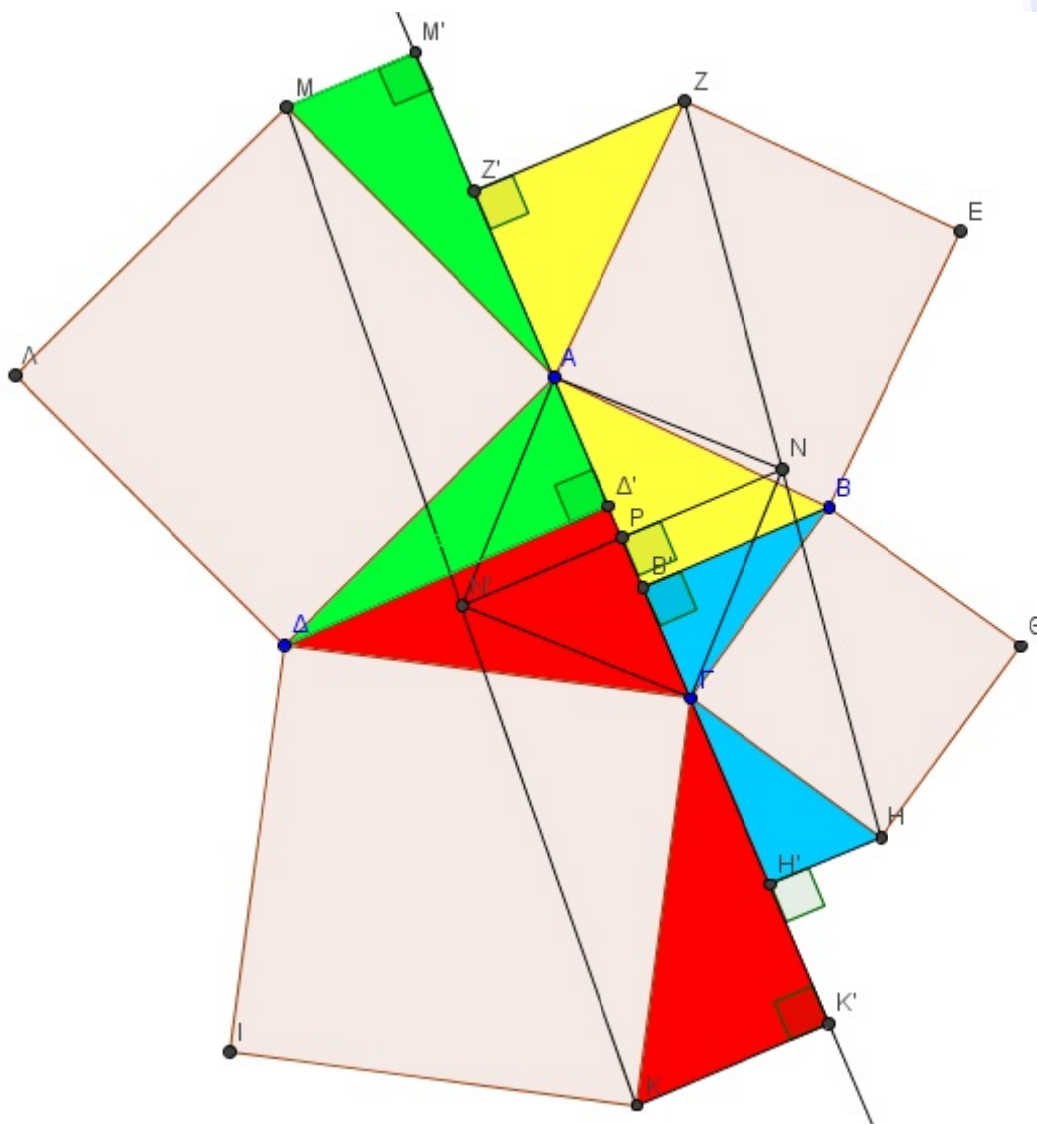
Σε τετράπλευρο  $ΑΒΓΔ$  κατασκευάζουμε εξωτερικά τα τετράγωνα  $ΑΒΕΖ$ ,  $ΒΓΗΘ$ ,  $ΓΔΙΚ$  και  $ΑΔΛΜ$ . Αν  $N$ ,  $N'$  είναι τα μέσα των  $ZH$  και  $KM$  αντίστοιχα δείξτε ότι το τετράπλευρο  $ΑΝ'ΓΝ$  είναι τετράγωνο.

(ΣΤΑΘΗΣ ΚΟΥΤΡΑΣ)





## Λύση



Όπως είπε ο κύριος Λουριδάς τα τρίγωνα  $ZAZ'$  και  $BAB'$  είναι ίσα και τα τρίγωνα  $BGB'$  και  $HGH'$  είναι ίσα. Ομοίως και από την άλλη πλευρά τα τρίγωνα  $MAM'$  και  $ΔΑΔ'$  είναι ίσα και  $KΓΚ'$  και  $ΔΓΔ'$  είναι ίσα. Επομένως όπως αναφέρθηκε  $NP // Z'Z // H'H$  και  $NP = \frac{H'H + Z'Z}{2} = \frac{AG}{2}$ , οπότε  $NP \perp AG$ . Ομοίως και  $N'P // K'K // MM'$  και  $N'P = \frac{K'K + M'M}{2} = \frac{AG}{2}$  και  $N'P \perp AG$  άρα αφού τα  $NP$  και  $N'P$  είναι μεσοκάθετοι στο  $AG$ , συμπίπτουν. Άρα επειδή οι διαγώνιοι του  $ANGN'$  είναι ίσες (επειδή  $NP + N'P = 2 \frac{AG}{2} \Leftrightarrow N'N = AG$ ) και τέμνονται κάθετα και υπάρχουν δύο ορθές, το τετράπλευρο είναι τετράγωνο.