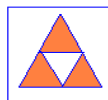


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Τετράδιο μαθητή



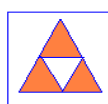
Χρήστος Π. Μουρατίδης
2014 – 2015

*Ο κόσμος αυτός αφιερώνεται
στους δασκάλους μου*



ΑΛΓΕΒΡΑ

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



Χρήστος Π. Μουρατίδης
2014 – 2015



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.1
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

x	$-3(5-x) - 4 + 2x$
-1	
2	
-3	
-1/2	
5	

2. Να χρησιμοποιήσετε μεταβλητές για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις παρακάτω φράσεις:

α) Το άθροισμα δύο αριθμών, μειωμένο κατά 4 :

β) Το τετράγωνο του αθροίσματος τριών αριθμών, αυξημένο κατά το διπλάσιο γινόμενο τους :

γ) Την τελική τιμή ποδηλάτου, αν έγινε εκπτώση 15%:

δ) Το συνολικό ποσό που θα πληρώσουμε για οποιαδήποτε κιλά πορτοκαλιών, αν γνωρίζουμε ότι η τιμή του κιλού είναι σταθερή c:

-
3. Να απλοποιήσετε την παράσταση και στη συνέχεια να υπολογίσετε την αριθμητική της τιμή:

► $A = 2(3x + 4y) - 3(4x + 2y)$, όταν $x = -1$ και $y = -2$

-
4. Υπολογίστε την τιμή των παραστάσεων :

$$B = 2(3x - 2y) - 2(x - 3y) - 6y, \text{ όταν } x - y = 4$$

$$\Gamma = \frac{1}{3}(x - y - z) - 2(x + y - z) + \frac{1}{2}(-x + y + z), \text{ όταν } x - z = 2y$$

-
5. Υπολογίστε την τιμή της παράστασης :

$$\Delta = \left[(a^{-1})^3 : a^2 \right] \cdot a^8, \text{ όταν } a = 1 - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2}}.$$

►

Η Έννοια της Μεταβλητής - Αλγεβρικές Παραστάσεις -

Φύλλο Εργασίας Κ1.1α

1. Ο πατέρας του Γιώργου έχει τριπλάσια ηλικία από το Γιώργο.

α) Αν ο Γιώργος είναι 13 ετών, πόσων ετών είναι ο πατέρας του;

β) Αν ο Γιώργος είναι 15 ετών, πόσων ετών είναι ο πατέρας του;

γ) Αν ο Γιώργος είναι x ετών, πόσων ετών είναι ο πατέρας του;

δ) Αν ο Γιώργος είναι x ετών, πόσων ετών θα είναι ο Γιώργος και πόσο ο πατέρας του, έπειτα από 5 έτη; Απ: Ο Γιώργος θα είναι ετών και ο πατέρας του ετών.

2. Ένα CD μουσικής κοστίζει 15 ευρώ.

α) Πόσο κοστίζουν τα 2 CD;

β) Πόσο κοστίζουν τα 8 CD;

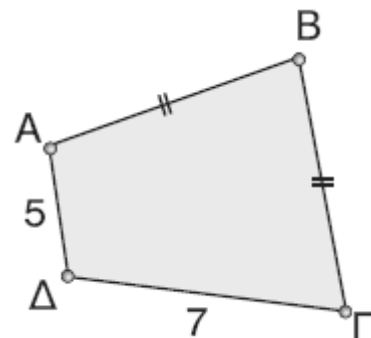
γ) Να χρησιμοποιήσετε το γράμμα a για να συμβολίσετε το πλήθος των CD που θέλουμε να αγοράσουμε και με τη βοήθεια του γράμματος αυτού να εκφράσετε το κόστος της αγοράς αυτής.

3. Στο διπλανό σχήμα είναι $AB=BG$. α) Αν $AB=6$, να βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου $ABΓΔ$

.....

β) Αν $AB=8$, να βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου $ABΓΔ$

γ) Να χρησιμοποιήσετε ένα γράμμα για να συμβολίσετε το μήκος του AB και να εκφράσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου $ABΓΔ$ με τη βοήθεια του γράμματος αυτού.



4. Ένα παντελόνι πωλείται x ευρώ, ένα πουκάμισο πωλείται y ευρώ, ένα ζευγάρι παπούτσια πωλείται w ευρώ και μια μπλούζα πωλείται φ ευρώ. Να εκφράσετε με τη βοήθεια των μεταβλητών αυτών τα χρήματα που θα δώσουμε για να αγοράσουμε:

α) δύο παντελόνια, ένα πουκάμισο, δύο ζευγάρια παπούτσια και τρεις μπλούζες.

β) ένα παντελόνι, δύο πουκάμισα και πέντε μπλούζες.

γ) ένα από κάθε είδος.

5. Τα γράμματα x , y , w και φ που παριστάνουν οποιουδήποτε αριθμούς ονομάζονται

6. Για ποιο λόγο ονομάζονται έτσι;

.....

7. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: α) $3+2\cdot 7=$ β) $16-3^2\cdot 2=$

8. Ομοίως τις παραστάσεις: α) $2\cdot 3-4\cdot (-3)+5=$

και β) $\frac{5\cdot 8+4\cdot 3}{2\cdot (-7)+6\cdot 9}=$

9. Οι παραστάσεις αυτές που περιέχουν μόνο αριθμούς ονομάζονται παραστάσεις. Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές ονομάζεται παράσταση.

10. Τα μαθηματικά της Β΄ Γυμνασίου, όπως και της Α΄ Γυμνασίου, χωρίζονται σε και γεωμετρία. Η λέξη προέρχεται από τη λατινική λέξη Algebra, η οποία με τη σειρά της προέρχεται από την αραβική λέξη **al-jabr**. Η αραβική λέξη πρωτοεμφανίζεται στο γραμμένο γύρω στα 825 έργο του μεγάλου άραβα μαθηματικού **al-Khwârizmi** «Hisâb al-jabr w' al- muqâbala» ένας τίτλος που σε ελεύθερη απόδοση είναι «Επιστήμη της συνένωσης και της αντίθεσης». Το αραβικό κείμενο έγινε γνωστό στην Ευρώπη από λατινικές μεταφράσεις. Συνεπώς από την αραβική λέξη γεννήθηκε ο λατινικός όρος που αποδόθηκε στα ελληνικά ως

11. Στην προηγούμενη τάξη μάθαμε την επιμεριστική ιδιότητα $a\cdot(\beta+\gamma) = a\cdot\beta+a\cdot\gamma$

12. Για παράδειγμα: $7\cdot 104 = 7\cdot(100+4) =$

13. Η επιμεριστική ιδιότητα μπορεί να γραφεί και στη μορφή: $a\cdot\beta+a\cdot\gamma =$

14. Στη μορφή αυτή, η επιμεριστική ιδιότητα μπορεί να μας βοηθήσει να κάνουμε εύκολα πράξεις στις αλγεβρικές παραστάσεις: π.χ. $7\cdot a+8\cdot a = (7+8)\cdot a = 15\cdot a$

$4\cdot x-2\cdot x+x = (4-2+1)\cdot x = 3\cdot x,$ $2\cdot x + 5\cdot x =$

$3\cdot a + 4\cdot a - 12\cdot a =$

15. Η διαδικασία αυτή με την οποία γράψαμε σε απλούστερη μορφή τις παραπάνω αλγεβρικές παραστάσεις, ονομάζεται «**αναγωγή ομοίων όρων**». Επίσης όταν γράφουμε αλγεβρικές παραστάσεις, συνήθως δε βάζουμε το σύμβολο (·) του πολλαπλασιασμού μεταξύ των αριθμών και των μεταβλητών ή μεταξύ των μεταβλητών. Γράφουμε δηλαδή $3xy$ αντί για $3\cdot x\cdot y$.

16. Να γράψετε με απλούστερο τρόπο τις παραστάσεις:

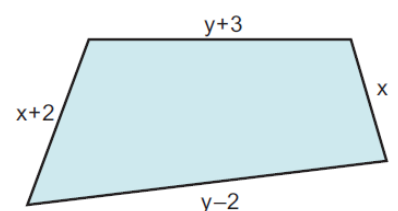
α) $\omega+3\omega+5\omega+7\omega =$ β) $5t-6t-8t =$

γ) $4\gamma+3x-2\gamma+x =$

δ) $\gamma+2\omega-3\gamma+2+\omega+5 =$

17. Να υπολογίσετε την περίμετρο του διπλανού τετραπλεύρου όταν $x+y=10$

.....





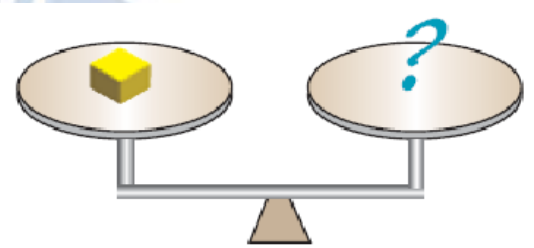
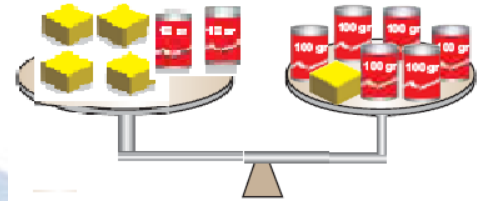
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.2
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η Έννοια της Εξίσωσης



Τάξη : Β Γυμνασίου.
Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
Ημ/νία :

1. Η διπλανή ζυγαριά ισορροπεί. Αν το κάθε βαρίδι ζυγίζει 100 γραμμάρια μπορείτε να βρείτε πόσο ζυγίζει ένας κύβος; Να λυθεί με όποιο τρόπο θέλετε.



.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. Να λύσετε τις εξισώσεις :

$$7(1-3x) - 2(5x-13) = 20(-x+5) + 3(4x-7)$$

$$\frac{x+5}{10} + \frac{2x-5}{5} = \frac{9-x}{5} + \frac{1}{10}$$



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.2α
ΕΝΟΤΗΤΑ : Παραμετρικές εξισώσεις



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Βρείτε την τιμή του αριθμού λ , ώστε η εξίσωση : $\frac{\lambda x + 6}{3} - x = \lambda - 1$, να

είναι ταυτότητα.



2. Βρείτε την τιμή του αριθμού λ , ώστε η παρακάτω εξίσωση να είναι αδύνατη:

$$3x + \frac{2\lambda(x-1)}{4} = \frac{2x-3\lambda}{2} + 5$$



-
3. Να βρεθούν οι αριθμοί μ και ν ώστε η εξίσωση να είναι αόριστη :

$$3\mu x - 2 = 4\nu + 6x$$



-
4. Δίνεται η εξίσωση : $\mu(x - 7) + 5 = (\mu + 3)x + 1$, με μ πραγματικό αριθμό.
Αν η εξίσωση έχει λύση τη $x = 3$ να υπολογίσετε την τιμή του μ .



-
5. Να λύσετε την παρακάτω εξίσωση, για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου
 $\lambda \in \mathbb{R}$:
- $$(\lambda - 2)x = \lambda$$





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.2β
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ασκήσεις στις εξισώσεις



Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$1. \quad 2x - 5\left(\frac{x}{3} - 1\right) = 2\left(x - \frac{1}{3}\right) + 7 \quad \left(x = -\frac{4}{5}\right)$$

$$2. \quad x + \frac{x+4}{2} = \frac{3x}{2} + 2 \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$3. \quad 3\left(1 + \frac{2x}{3}\right) - 6\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right) = 8 - 9\left(\frac{3}{2} - \frac{4x-3}{6}\right) \quad (x = 3)$$

$$4. \quad (x-3)(5x-4) + 4(2x-1)^2 + 10 = 2(3x-1)^2 + x(3x+1) \quad (x = 1)$$

$$5. \quad (x-4)^2 - (2+x)^2 = (x-1)^2 - (3+x)^2 + 56 \quad (x = -9)$$

$$6. \quad \frac{x - \frac{1}{2}}{3} - \frac{3x+1}{4} = \frac{x + \frac{2}{3}}{4} - \frac{5}{4} \quad (x = 1)$$

$$7. \quad \frac{4-5x}{12} - \frac{3(x-1)}{2} = 2x - 6 \quad (x = 2)$$

$$8. \quad \frac{3x-5}{2} - \frac{4x-2}{5} = \frac{3(x-2)}{10} + \frac{x-23}{2} \quad (x = 100)$$

$$9. \quad \frac{x+3}{2} - \frac{2(6x+4)}{3} = \frac{5(3x-5)}{6} \quad \left(x = \frac{1}{2}\right)$$

$$10. \quad \frac{1}{3}\left(x - \frac{5}{2}\right) - \frac{3}{5}\left(x + \frac{4}{3}\right) = -\frac{7}{2} \quad (x = 7)$$

$$11. \quad 1 - \left(\frac{x}{2} - \frac{2x-1}{3}\right) = 2x - \frac{2}{3}\left(1 - \frac{3x-1}{2}\right) \quad \left(x = \frac{10}{17}\right)$$

$$12. \quad \frac{2\left(x - \frac{1}{2}\right)}{3} - \frac{x + \frac{1}{3}}{1 - \frac{4}{3}} = \frac{1}{2}x \quad \left(x = -\frac{4}{19}\right)$$



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.3

ΕΝΟΤΗΤΑ : Επίλυση Τύπων



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Ημ/μία :

1. α) Η σχέση: $a = \beta + \gamma \cdot \delta$ να λυθεί ως προς δ .

β) Η σχέση: $a = \beta \cdot (\gamma + \delta)$ να λυθεί ως προς γ .

γ) Η σχέση: $\delta = \frac{\alpha - \beta \cdot \gamma}{\gamma}$ να λυθεί ως προς γ .



2. Να λύσετε τον τύπο του εμβαδού του τραπεζίου ως προς τη μικρή βάση β :

$$E = \frac{(\beta + B) \cdot \upsilon}{2}$$



3. Το εμβαδόν ενός ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου δίνεται από τον τύπο:

$$E = 2 \cdot (xy + y\omega + \omega x). \text{ Να λύσετε τον τύπο ως προς } \omega.$$



4. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κώνου με ακτίνα βάσης ρ και ύψος $υ$ είναι: $E = 2\pi\rho υ + \pi\rho^2$. Να λύσετε τον τύπο ως προς $υ$ και στη συνέχεια ως προς π .



5. Η σχέση που συνδέει τα ακτίνια α και τις μοίρες μ είναι: $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180}$.
Να λύσετε τη σχέση ως προς α και στη συνέχεια ως προς μ .



6. Ο τόκος ενός δανείου δίνεται από τη σχέση: $T = \frac{K \cdot \epsilon \cdot t}{100}$.
Να λύσετε τη σχέση ως προς ϵ .





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.4
ΕΝΟΤΗΤΑ : Επίλυση προβλημάτων με χρήση εξίσωσης



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

- 1.** Ο μαθηματικός Διόφαντος διατύπωσε τον παρακάτω διάλογο - πρόβλημα :
- «-Ευτυχισμένε Πυθαγόρα Ελικώνιε απόγονε των Μουσών, πες μου σε παρακαλώ, πόσοι φοιτούν στη σχολή σου;
 -Βεβαίως θα σου πω Πολυκράτη. **Οι μισοί** ασχολούνται με τα ωραία Μαθηματικά, **το ένα τέταρτο** εξάλλου καταπιάνεται με την έρευνα της αθάνατης φύσης, ενώ **το ένα έβδομο** παραμένει αμίλητο τελείως και σκέπτεται παραμύθια. Υπάρχουν ακόμα **και τρεις γυναίκες** απ' τις οποίες ξεχωρίζει η Θεανώ.»

(Από τα Αριθμητικά του Διόφαντου, Μετάφραση Ε. Σταμάτη).

Ζητείται :

Από τον παραπάνω διάλογο να γράψετε μια εξίσωση που να δίνει τον αριθμό των μαθητών της σχολής του Πυθαγόρα, και να λύσετε την εξίσωση.



Προβλήματα με αριθμούς

- 2.** Αν πολλαπλασιάσω έναν αριθμό με το 7 και στο γινόμενο προσθέσω τον αριθμό αυτό, βρίσκω άθροισμα 50. Να βρεθεί ο αριθμός αυτός.



- 3.** Το άθροισμα δύο διαδοχικών ακεραίων είναι 133. Να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί.



-
4. Να βρεθεί διψήφιος αριθμός το άθροισμα των ψηφίων του οποίου είναι ίσο με 8 και όταν αλλάξουμε τη θέση των ψηφίων προκύπτει αριθμός μεγαλύτερος κατά 18.



Προβλήματα γεωμετρίας

5. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 110 cm. Να βρείτε τις διαστάσεις του, αν είναι γνωστό ότι το μήκος του είναι κατά 10 cm μεγαλύτερο από το διπλάσιο του πλάτους του.



-
6. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = AG$ είναι : $AB = 3x+1$, $AG = 2x+5$ και $BG = 3x+4$. Βρείτε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου, και την περίμετρό του.



-
7. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία Β είναι 20° μεγαλύτερη από την Α και 30° μικρότερη από τη Γ. Υπολογίστε τις γωνίες του τριγώνου.



Προβλήματα με ηλικίες

8. Οι ηλικίες ενός πατέρα και του γιου του έχουν άθροισμα 60 χρόνια. Σε 6 χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι διπλάσια από την ηλικία του γιου του. Να βρεθεί η σημερινή ηλικία τους.



9. Ένας πατέρας είναι σήμερα 41 ετών και ο γιος του είναι 9 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια της ηλικίας του γιου του;



10. Ο Γιάννης είναι 3 χρόνια μεγαλύτερος από τον Κώστα και 5 χρόνια μικρότερος από τον Πέτρο. Το άθροισμα των ηλικιών των τριών φίλων είναι 47. Να βρείτε την ηλικία καθενός.



Προβλήματα με χρήματα

11. Σε μια εκδρομή συμμετείχαν 100 γονείς και παιδιά. Τα έξοδα της εκδρομής ήταν 1205 €. Το κάθε παιδί πλήρωσε 10 € και ο κάθε γονιός 15 €. Να βρεθεί πόσοι ήταν οι γονείς και πόσα τα παιδιά.



12. Κάποιος συμφώνησε να εξοφλήσει το χρέος του σε 3 δόσεις ως εξής: Η πρώτη δόση να είναι το $\frac{1}{5}$ του χρέους του και 500 €, η δεύτερη να είναι ίση με την πρώτη και επιπλέον το $\frac{1}{3}$ του υπόλοιπου χρέους και η τρίτη δόση να είναι ίση με το $\frac{1}{4}$ του υπόλοιπου χρέους και 2000 €. Να βρεθεί πόσο ήταν το χρέος.



13. Τρεις φίλοι μοιράστηκαν ένα χρηματικό ποσό. Ο πρώτος πήρε το $\frac{1}{4}$ του ποσού, ο δεύτερος πήρε 5€ λιγότερα από τα $\frac{2}{3}$ του ποσού και ο τρίτος

πήρε 30€ λιγότερα από το $\frac{1}{2}$ του ποσού. Αν το ποσό που μοιράστηκαν ήταν χ€, υπολογίστε το αρχικό ποσό και πόσα χρήματα πήρε ο καθένας τους.



Γενικά Προβλήματα

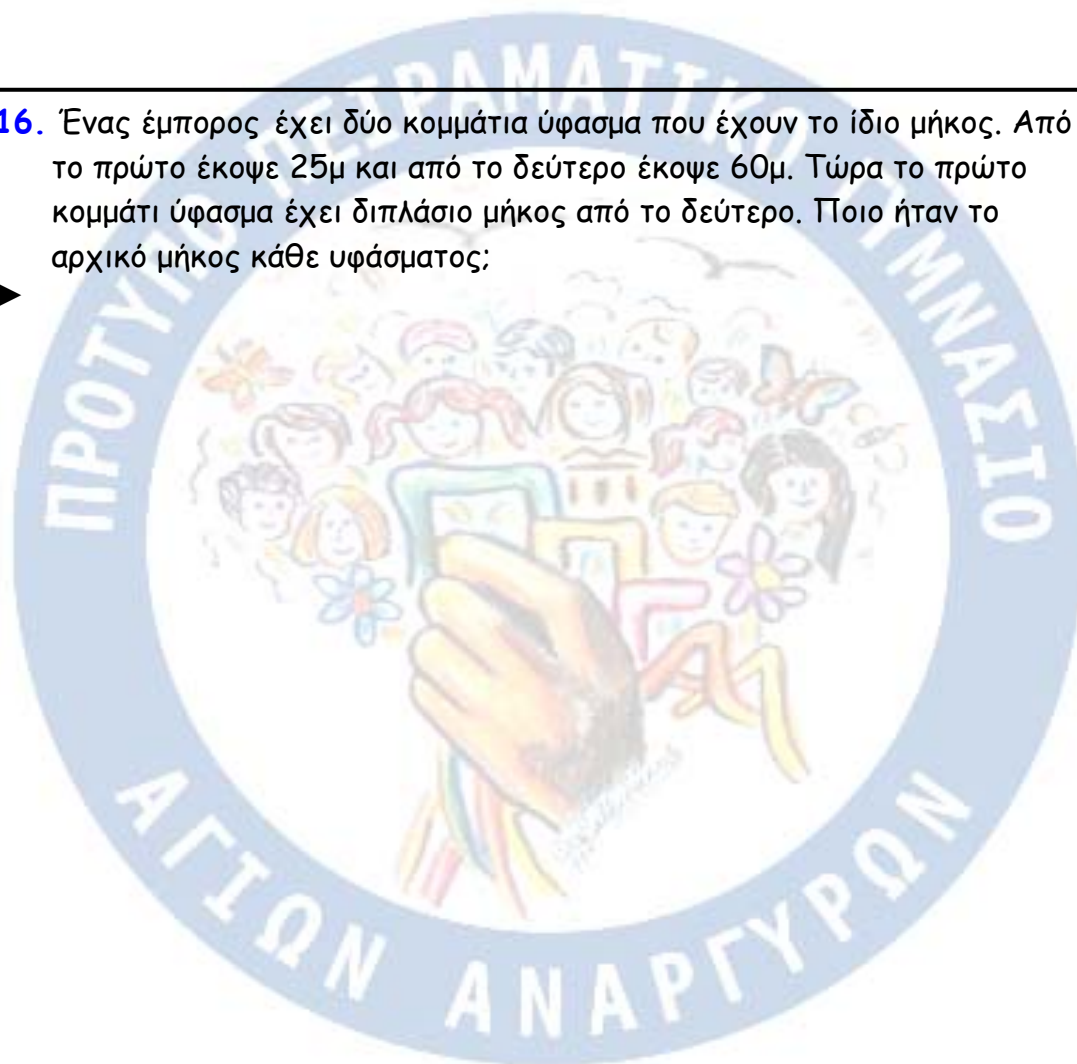
14. Μια βρύση γεμίζει μια άδεια δεξαμενή σε 4 ώρες, ενώ μια άλλη βρύση γεμίζει την ίδια δεξαμενή σε 12 ώρες. Σε πόσες ώρες θα γεμίσουν τη δεξαμενή και οι δύο μαζί αν ανοιχτούν ταυτόχρονα;



15. Σε ένα παιχνίδι γνώσεων στον υπολογιστή με 20 ερωτήσεις, κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 6 μονάδες, ενώ για κάθε ερώτηση που δεν απαντιέται ή δίνεται λάθος απάντηση, αφαιρούνται 4 μονάδες. Ο Γιάννης κέρδισε στο παιχνίδι 70 μονάδες. Σε πόσες ερωτήσεις απάντησε σωστά και σε πόσες λάθος;



-
16. Ένας έμπορος έχει δύο κομμάτια ύφασμα που έχουν το ίδιο μήκος. Από το πρώτο έκοψε 25μ και από το δεύτερο έκοψε 60μ. Τώρα το πρώτο κομμάτι ύφασμα έχει διπλάσιο μήκος από το δεύτερο. Ποιο ήταν το αρχικό μήκος κάθε υφάσματος;





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 1.5
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ανισώσεις



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1 Να συμπληρώσετε τα κενά :

α) Αν $x < 3$, τότε $x + 5$

β) Αν $x \geq 2$, τότε $x - 4$

γ) Αν $x \leq 8$, τότε $\frac{x}{-2}$

δ) Αν $x \leq -\frac{1}{2}$, τότε $-4x$

ε) Αν $x > 6$, τότε $\frac{3x}{-2}$

2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ)



α. Αν $a < b$, τότε $a - 3 < b - 3$

ΣΩΣΤΟ

ΛΑΘΟΣ

β. Αν $a < 0$, τότε $2a < a$

γ. Αν $a > 1$, τότε $1/a > 1$

δ. Η ανίσωση $x + 2014 > x + 2014$, αληθεύει για
κάθε αριθμό

ε. Η ανίσωση $2x - 5 > 4x + 3$, έχει λύσεις τους
αριθμούς $x > 4$

3. Να λύσετε την ανίσωση : $14 - (2x + 7) < -4(x + 2)$



4. Να λύσετε τις ανισώσεις και στη συνέχεια να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

Εξετάστε αν έχουν κοινές ακέραιες λύσεις :

► α) $\frac{2x+1}{2} > \frac{3x-2}{6}$, β) $\frac{3x-1}{2} - \frac{2(x+1)}{18} < \frac{5x}{9} + \frac{1}{2}$

5. Να λύσετε τις ανισώσεις και να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις :

► $\frac{2x-1}{2} + \frac{x}{3} < -\frac{3x-2}{6} - 5 \leq \frac{x-3}{2} + 1$

6. Να λυθεί η ανίσωση :

▶
$$\frac{x - \frac{1}{2}}{3} + \frac{x - \frac{1}{3}}{2} \leq \frac{3x + 1}{6} - \frac{x + \frac{1}{4}}{2}$$

7. Να βρείτε τον αριθμό λ , ώστε η ανίσωση : $\left(\frac{3\lambda - 1}{4} - \frac{\lambda + 1}{2}\right)x < 5$, να αληθεύει για κάθε ρητό x .

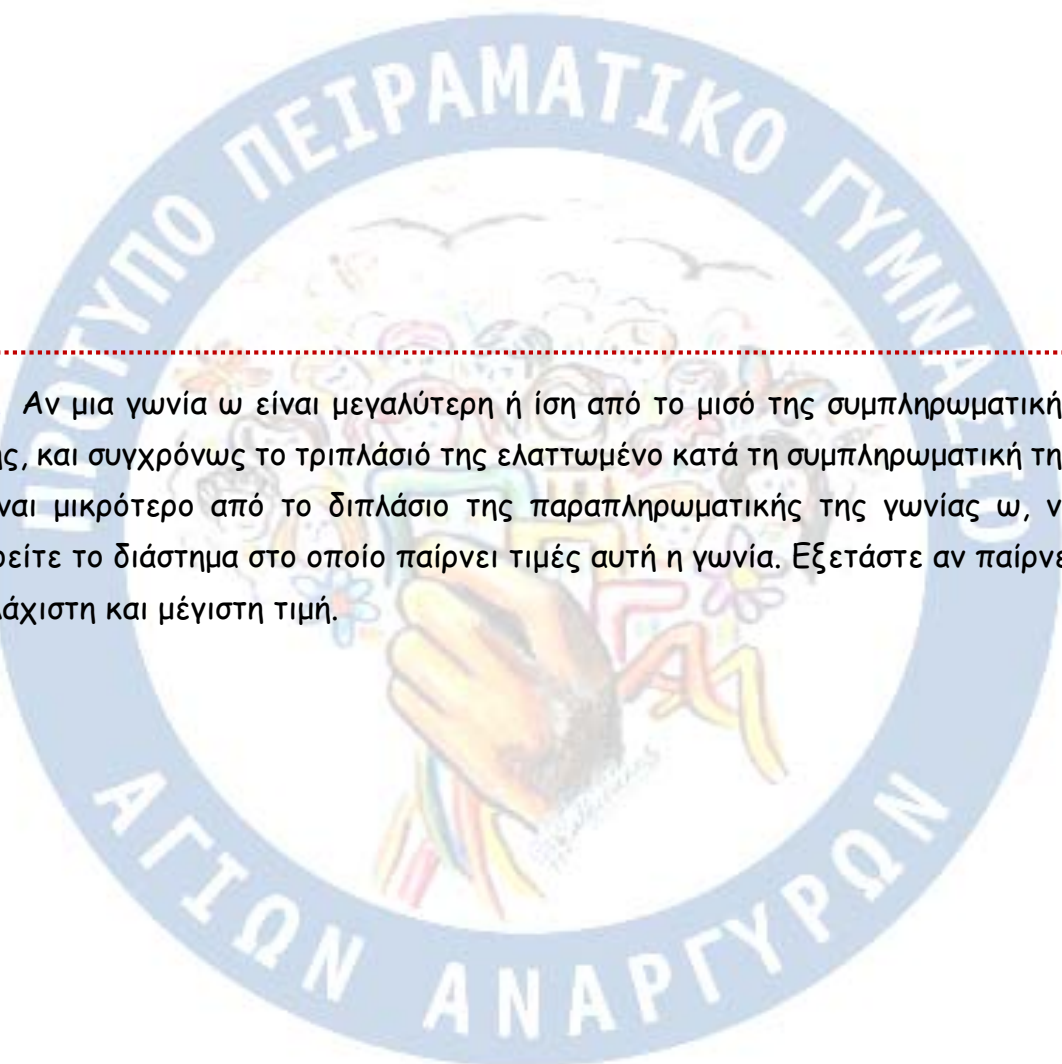
▶



8. Να βρείτε τον αριθμό λ , ώστε η ανίσωση : $\left(\frac{3\lambda-12}{6}\right)x < -5$, να είναι αδύνατη.



9. Αν μια γωνία ω είναι μεγαλύτερη ή ίση από το μισό της συμπληρωματικής της, και συγχρόνως το τριπλάσιό της ελαττωμένο κατά τη συμπληρωματική της είναι μικρότερο από το διπλάσιο της παραπληρωματικής της γωνίας ω , να βρείτε το διάστημα στο οποίο παίρνει τιμές αυτή η γωνία. Εξετάστε αν παίρνει ελάχιστη και μέγιστη τιμή.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 2.1

ΕΝΟΤΗΤΑ : Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Γνωρίζουμε ότι το τετράγωνο ενός αριθμού είναι ίσο με το γινόμενο του αριθμού αυτού με τον εαυτό του, δηλαδή $a^2 = a \cdot a$.

Για παράδειγμα $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ ή $8^2 = 8 \cdot 8 = 64$.

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

α) $3^2 = \dots\dots$

β) $7^2 = \dots\dots$

γ) $1^2 = \dots\dots$

δ) $0^2 = \dots\dots$

ε) $1,2^2 = \dots\dots$

στ) $16^2 = \dots\dots$

ζ) $0,3^2 = \dots\dots$

η) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \dots\dots$

θ) $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \dots\dots$

2. Μερικές φορές την παραπάνω εργασία πρέπει να την κάνουμε αντίστροφα!

Για παράδειγμα, μπορείτε να βρείτε ποιος αριθμός (θετικός ή μηδέν) πρέπει να τοποθετηθεί στη θέση των κενών στις παρακάτω ισότητες:

α) $(\dots\dots)^2 = 25$

β) $(\dots\dots)^2 = 16$

γ) $(\dots\dots)^2 = 81$

δ) $(\dots\dots)^2 = 100$

ε) $(\dots\dots)^2 = 36$

στ) $(\dots\dots)^2 = 0$

ζ) $(\dots\dots)^2 = 1$

η) $(\dots\dots)^2 = 0,09$

θ) $(\dots\dots)^2 = \frac{9}{25}$

ι) $(\dots\dots)^2 = \frac{1}{4}$

ια) $(\dots\dots)^2 = 4$

ιβ) $(\dots\dots)^2 = 9$

Ορισμός: Τετραγωνική ρίζα ενός **θετικού αριθμού** a λέγεται ο **θετικός αριθμός** που αν πολλαπλασιαστεί με τον εαυτό του, μας δίνει

Συμβολίζουμε την τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a με \sqrt{a} και επειδή $0^2 = 0$ ορίζουμε $\sqrt{0} = \dots\dots$

Για $x \geq 0$ έχουμε: αν $x^2 = a$ τότε $\sqrt{a} = \dots\dots$

ριζικό ή σύμβολο ρίζας

\sqrt{a}

υπόρριξη ποσότητα

3. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες, όπως φαίνεται στο παράδειγμα. Παράδειγμα: $7^2 = 49$ οπότε $\sqrt{49} = 7$

α) $(\dots)^2 = 25$ οπότε $\sqrt{25} = \dots$ β) $(\dots)^2 = 64$ οπότε $\sqrt{64} = \dots$

γ) $(\dots)^2 = 1$ οπότε $\sqrt{1} = \dots$ δ) $(\dots)^2 = 0$ οπότε $\sqrt{0} = \dots$

4. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες, όπως φαίνεται στο παράδειγμα. Παράδειγμα: $\sqrt{100} = 10$ γιατί $10^2 = 100$.

α) $\sqrt{81} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$ β) $\sqrt{64} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$

γ) $\sqrt{0} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$ δ) $\sqrt{36} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$

ε) $\sqrt{0,09} = \dots$ γιατί $(\dots)^2 = \dots$ στ) $\sqrt{\frac{36}{25}} = \dots$ γιατί $\left(\dots\right)^2 = \dots$

5. Συμπληρώστε τα παρακάτω :

1. Πως ονομάζεται το σύμβολο $\sqrt{\quad}$;

2. Στο συμβολισμό \sqrt{a} πως ονομάζεται το a ;

3. Μπορείτε να σκεφτείτε δύο αριθμούς που η τετραγωνική τους ρίζα να είναι ίση με τον εαυτό τους;

4. Μπορείτε να συμπληρώσετε το κενό $(\dots)^2 = -25$; Γιατί;
.....

5. Τι έχετε να πείτε για τη ρίζα $\sqrt{-25}$;

6. Συμπέρασμα: ρίζα αρνητικού αριθμού.

7. Μπορεί ένας αριθμός να έχει δύο τετραγωνικές ρίζες; Συμπέρασμα: Η τετραγωνική ρίζα ενός αριθμού είναι γιατί τόσο η ρίζα, όσο και το υπόριζο είναι θετικοί αριθμοί.

8. Είναι σωστό να γράψουμε $\sqrt{9} = -3$;

9. Να υπολογιστούν τα α) $(\sqrt{4})^2 = \dots$ β) $(\sqrt{49})^2 = \dots$ γ) $(\sqrt{9})^2 = \dots$

10. Από τον ορισμό της ρίζας προκύπτει ότι: Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots$ (για a θετικό τετράγωνο και ρίζα)

11. Να υπολογιστούν τα: α) $\sqrt{4^2} = \dots$ β) $\sqrt{(-3)^2} = \dots$ γ) $\sqrt{2,87^2} = \dots$



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 2.1α
ΕΝΟΤΗΤΑ : Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Υπολογίστε τις παρακάτω παραστάσεις :

α) $A = \sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{9 + \sqrt{49}}}}$

β) $B = \sqrt{6\sqrt{9\sqrt{8\sqrt{4}}}}$

γ) $\Gamma = \sqrt{4 - \sqrt{7 + \sqrt{4}}} + \sqrt{3\sqrt{9\sqrt{16}}}$

2. Υπολογίστε τις παρακάτω παραστάσεις :

α) $A = \sqrt{25 - 4\sqrt{11 + \sqrt{25}}}$

β) $B = \sqrt{2\sqrt{8\sqrt{4}}}$

γ) $\Gamma = \sqrt{3 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{2}}$

3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

α) $\sqrt{4+\dots} = 3$

β) $\sqrt{7-\dots} = 2$

γ) $\sqrt{\frac{20}{\dots}} = 2$

δ) $\sqrt{9} + \sqrt{\dots} = 4$

ε) $(\sqrt{\dots})^2 - \sqrt{121} = 1$

4. Να βρείτε τους θετικούς αριθμούς x που ικανοποιούν τις εξισώσεις:

α) $x^2 = 81$

β) $x^2 + \left(\frac{x}{5}\right)^2 = 26$

5. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

α	β	$\sqrt{\alpha}$	$\sqrt{\beta}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$	$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$	$\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha \cdot \beta}$	$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha + \beta}$
9	36								
25	49								

Τι παρατηρείτε;

Γράψτε τα συμπεράσματά σας :



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 2.2
ΕΝΟΤΗΤΑ : Άρρητοι αριθμοί



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

1. Να κατασκευάσετε τους άρρητους $\sqrt{2}$ και $\sqrt{3}$ και να τοποθετήσετε στον άξονα των πραγματικών αριθμών, του αριθμούς : $-3, -1,5, 0, 1, 2, 3/4$, και τους $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{3}, -\sqrt{3}$.



2. Απλοποιήστε τις παραστάσεις :

▶ $A = 2\sqrt{2} - 4\sqrt{5} - 7\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 4\sqrt{2} + 8\sqrt{5} =$

$$B = 3(\sqrt{7} - \sqrt{3}) - 2(5\sqrt{7} + 3\sqrt{3}) =$$

3. Να λύσετε την εξίσωση, να κατασκευάσετε τη λύση της και να την τοποθετήσετε στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

▶ $2(x - 3\sqrt{3}) + 3(4\sqrt{3} + 2x) = 2(-\sqrt{3} + 3x)$

4. Ομοίως την εξίσωση :

▶ $2(\sqrt{5} - x) - (x - 3\sqrt{5}) = 3\sqrt{5} + x$

5. Για ποιες τιμές του ακέραιου x , έχει νόημα η παράσταση :

▶ $A = \sqrt{\frac{2x-1}{2} + 3} - \sqrt{-x - \frac{1-x}{3}}$



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 2.3

ΕΝΟΤΗΤΑ : Ασκήσεις & Προβλήματα στους Πραγματικούς Αριθμούς

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :



1. Να τρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:



α) $A = \frac{1}{\sqrt{5}}$

β) $B = \frac{8}{3\sqrt{2}}$

γ) $\Gamma = (\sqrt{a})^{-1}$

δ) $\Delta = \frac{a^2}{\sqrt{a^3\beta}}, \quad a, \beta > 0$

2. Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα:

α) $A = (a - \sqrt{\beta})(a + \sqrt{\beta})$

β) $B = (\sqrt{a} - \beta)(\sqrt{a} + \beta)$

γ) $\Gamma = (\sqrt{a} + \sqrt{\beta})(\sqrt{a} - \sqrt{\beta}), \quad a, \beta > 0$

3. Να τρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $A = \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$

$$\beta) B = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

$$\gamma) \Gamma = \frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$$

4. Δίνονται: $A = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}$, $B = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$, $\Gamma = \sqrt{2+\sqrt{3}}$.

Να υπολογίσετε το γινόμενο $A \cdot B$ και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι:

$$A \cdot B \cdot \Gamma = 1.$$



5. Ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι ίσοι;

$$a = \sqrt{8}, \quad \beta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \gamma = 2\sqrt{2}, \quad \delta = \frac{4}{\sqrt{2}}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \sigma\tau = \sqrt{\frac{2}{4}}$$



6. Σημειώστε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) στις παρακάτω προτάσεις:

α) Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει : $\sqrt{a^2} = a$

β) $\sqrt{(-4)^2} = -4$

γ) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

δ) $\sqrt{20} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

ε) $\sqrt{a^2\beta} = a\sqrt{\beta}$, με a, β μη αρνητικούς πραγματικούς

7. Αν $a = \frac{2\sqrt{50}}{\sqrt{5}} - 2\sqrt{10}$ και β είναι η λύση της εξίσωσης $\sqrt{3x} - 7\sqrt{3} = 0$

Υπολογίστε την τιμή της παράστασης $A = \sqrt{2} + \sqrt{51 - \beta} - \sqrt{100 + a}$



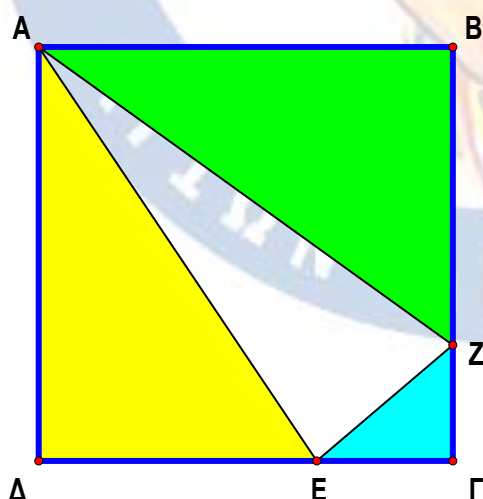
8. Βρείτε το εμβαδόν και την πλευρά τετραγώνου, με διαγώνιο 10cm.



9. Βρείτε την πλευρά και το ύψος ισοπλεύρου τριγώνου, με εμβαδόν
(i) $E=12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και (ii) $E=12\text{cm}^2$



10. Το τετράγωνο του σχήματος έχει πλευρά $a=60\text{cm}$ και $\Delta E = 40\text{cm}$, ενώ $BZ = 49\text{cm}$.
α) Υπολογίστε την περίμετρο και το εμβαδόν των τριγώνων $\Delta\Delta E$, ΔBZ , $\Delta Z E$ και $\Delta E Z$.
β) Εξετάστε αν το τρίγωνο με τη μεγαλύτερη περίμετρο έχει και το μεγαλύτερο εμβαδό.
γ) Εξετάστε αν το τρίγωνο $\Delta E Z$ είναι ορθογώνιο.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.1
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η έννοια της συνάρτησης



Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης :

$$y = \frac{3x-1}{2} + 3$$



x	1		0		-3
y		-2		0	

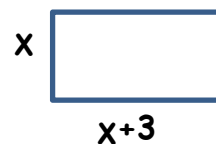
2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης, αφού

πρώτα βρείτε για ποιες τιμές ορίζεται : $y = \frac{\sqrt{2+\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x-3}}$



x					
y					

3. Ένα ορθογώνιο έχει πλευρές x και $x+3$ αντίστοιχα.
 α) Να εκφράσετε την περίμετρο Π του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x .
 β) Να εκφράσετε το εμβαδόν E του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x .
 γ) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης.



x					
Π					
E					

4. Δίνεται τραπέζιο με μεγάλη βάση $B=8\text{cm}$, μικρή $b=4\text{cm}$ και ύψος $u=2\text{cm}$. Στη συνέχεια ελαττώνουμε τη μικρή βάση κατά $x\text{cm}$.
 α) Να εκφράσετε το Εμβαδόν του τραpezίου με την ελαττωμένη βάση, σε συνάρτηση με το x .
 β) Για ποια τιμή του x , το τραπέζιο μετατρέπεται σε τρίγωνο και ποιο θα είναι το εμβαδόν του, τότε;



5. Δίνεται η συνάρτηση: $y = f(x) = \frac{\lambda x - 4}{(\lambda - 1)x^2 - (\lambda + 2)x + 5}$. Να βρείτε την τιμή του αριθμού λ , ώστε όταν $x = 2$, να είναι $y=3$. (Δηλαδή να είναι $f(2)=3$)





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.2
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων



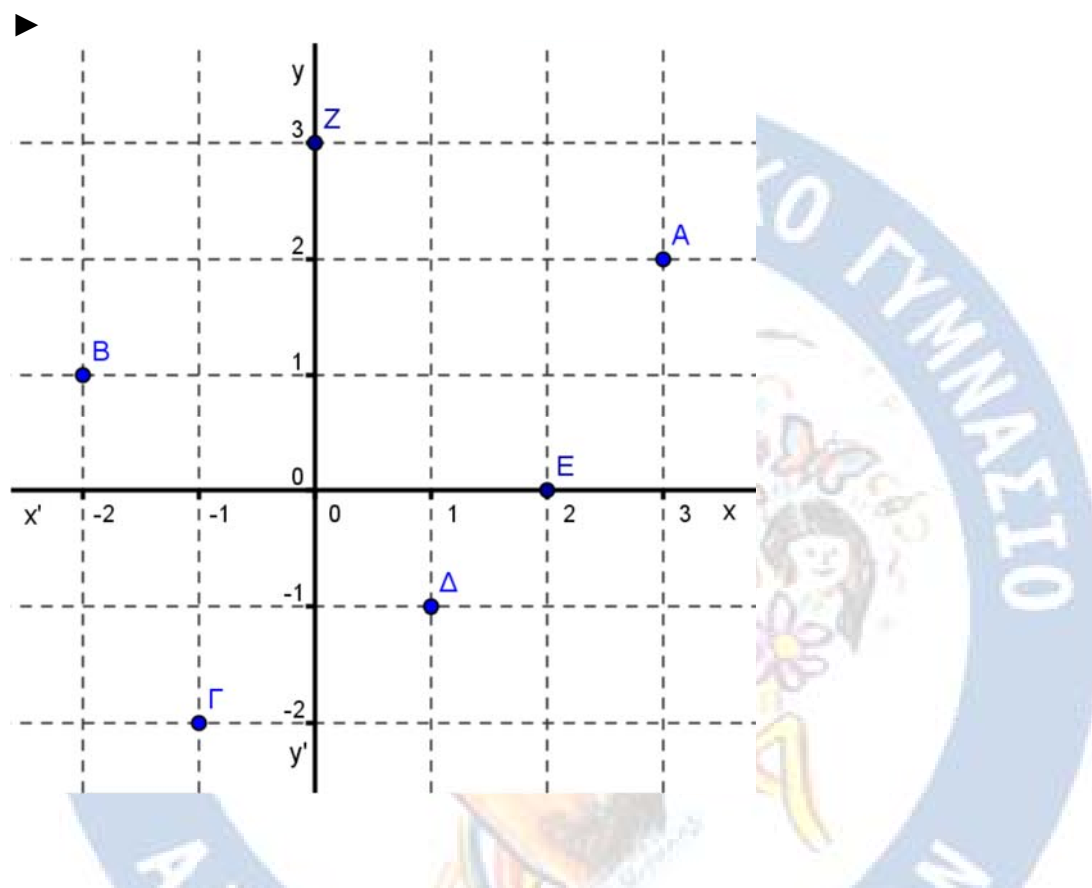
Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

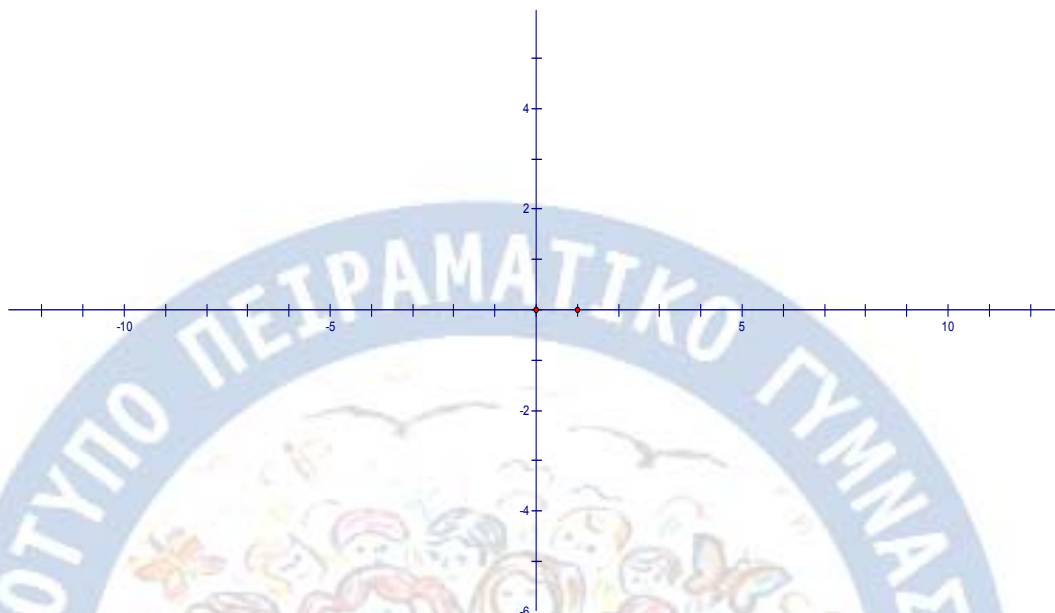
Ημ/μία :

1. Να γράψετε τις συντεταγμένες των σημείων που σημειώνονται στο παρακάτω σχήμα.



2. Στο παραπάνω σχήμα υπολογίστε τις αποστάσεις: $\Gamma\Delta$, $\beta\Gamma$, $\Gamma\epsilon$, AB .
Βρείτε την περίμετρο του τριγώνου AZB και του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.
Βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

3. Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων $Ox\psi$, να σχεδιάσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(2,3)$, $B(1,1)$, $\Gamma(4,2)$.
Να βρείτε το συμμετρικό του τριγώνου ως προς τον άξονα $x'x$, τον άξονα $\psi'\psi$ και την αρχή των αξόνων $O(0,0)$.



4. Έστω σημείο $M(3\lambda-12, 9-3\lambda)$. Ζητείται ο ρητός λ ώστε :
- α) το M να είναι σημείο του $x'x$ άξονα
 - β) το M να είναι σημείο του $\psi'\psi$ άξονα
 - γ) το M να βρίσκεται στο IV τεταρτημόριο



5. Αν $\alpha > 0$ και $\beta < 0$, βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκονται τα σημεία :
- α) $A(2\beta, \sqrt{\alpha})$
 - β) $B(\alpha\beta, -\alpha)$
 - γ) $\Gamma(\alpha+2, \beta-\sqrt{2})$
 - δ) $\Delta(\eta\mu 30, -\epsilon\varphi 45)$

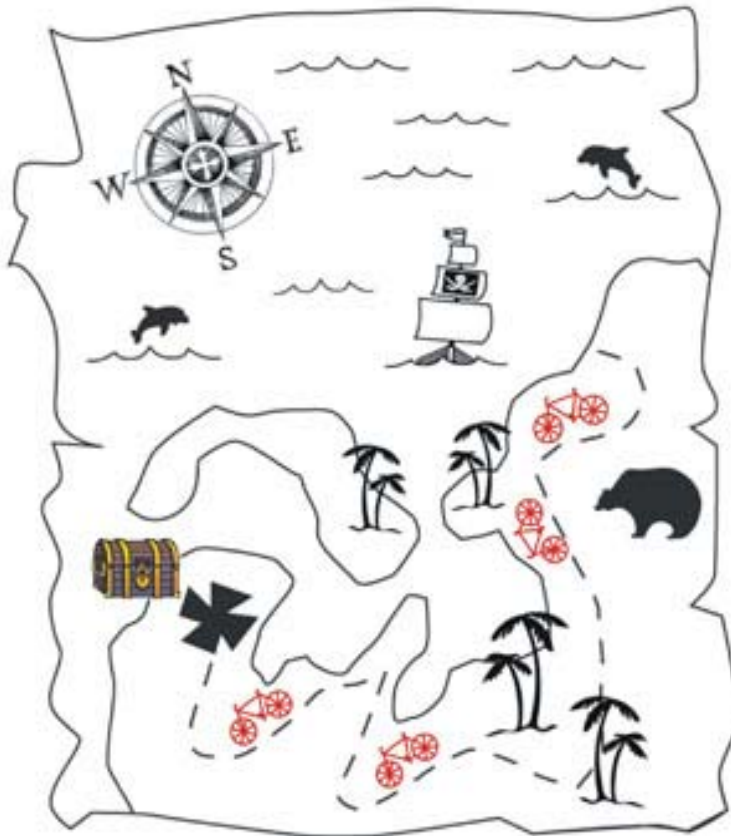
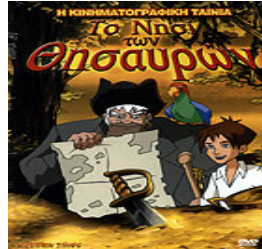




ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.2α



Το Πρόβλημα του Χαμένου Θησαυρού



Μέλη Ομάδας Εργασίας :

.....

.....

.....



Κόλπος του Λεβάντε

Κόλπος του Φοίνικα



Το πειρατικό του Chris de Mour πλησίασε τον κόλπο του Φοίνικα, που ήταν πιο απάνεμα, από τον κόλπο του Λεβάντε, στο νησί του "ΨΑΧΝΩ".

Μετά από ένα δύσκολο ταξίδι περιπλάνησης στις απέραντες θάλασσες της Γνώσης, σκέφθηκε να κρύψει το θησαυρό του κάπου στο νησί, έτσι ώστε όταν αργότερα ξαναπέρναγε από κει να τον πάρει, ή να τον βρουν οι δικοί του ναύτες, όχι εύκολα, αλλά ούτε και πολύ δύσκολα, αρκεί να ήξεραν τα βασικά, αλλιώς θα έπρεπε να τα μάθουν πρώτα και μετά να τον αναζητήσουν.

Γι αυτό έκασε στην κουκέτα του και σχεδίασε τη διαδρομή και το σημείο που θα τον έκρυβε. Αυτός ήξερε από την αρχή ένα σύντομο δρόμο, άλλωστε πως θα κουβάλαγε μακριά από την ακτή τέτοιο φορτίο μόνος, μια και δεν ήθελε άλλος να τον δει πού κρύβει τον παραμυθένιο θησαυρό.

Σήμερα έχουμε το χάρτη που μας άφησε και μερικές οδηγίες.

Και να τι λένε οι οδηγίες:

► Σχεδίασε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Ox με κέντρο το εκκλησάκι, ώστε ο ημιάξονας Ox να δείχνει την ανατολή στο ύψος της σκεπής της εκκλησιάς, ο Oy τον βορά στην κατεύθυνση που δείχνει το αριστερό κυπαρίσσι.

► Να πάρεις κλίμακα 1:10.000 και να βρεις το σημείο $A(\alpha, \beta)$.

► Για να βρεις τα α και β πρέπει να λύσεις την εξίσωση :

$$(\alpha + 2)^2 + (\beta + 4)^2 = 0$$

► Να βρεις το συμμετρικό B , του A ως προς τον x' άξονα.

► Να βρεις το συμμετρικό Γ , του B ως προς τον y' άξονα.

► Υπολόγισε την απόσταση d του Γ από το O για να δεις πραγματικά πόσο μακριά έχω φτάσει.

► Πράγματι είναι μακριά αν σκεφτείς ότι περπάτησα και την απόσταση OA , γι αυτό γύρισε στην εκκλησιά (O) και σε απόσταση απ αυτήν d , σε ευθεία κάθετη στην $O\Gamma$ στο O , βρες το σημείο Δ .

► Αν η τετμημένη του είναι η τεταγμένη του B και η τεταγμένη του είναι η τετμημένη του B τότε είσαι σε καλό δρόμο, αλλιώς πήγαινε πάλι από την αρχή!

► Βρες τώρα την απόσταση του Δ από τα A και Γ και σκέψου γιατί είναι καλό σημείο να έχω κρύψει εκεί το θησαυρό.

► Αν νομίζεις φιλαράκο ότι ήταν εύκολο, βρες εσύ που θα τον έκρυβες στο δικό σου νησί και δώσε μας οδηγίες μήπως και τον βρούμε!



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.3
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η συνάρτηση $y = ax$



Τάξη : Β Γυμνασίου.

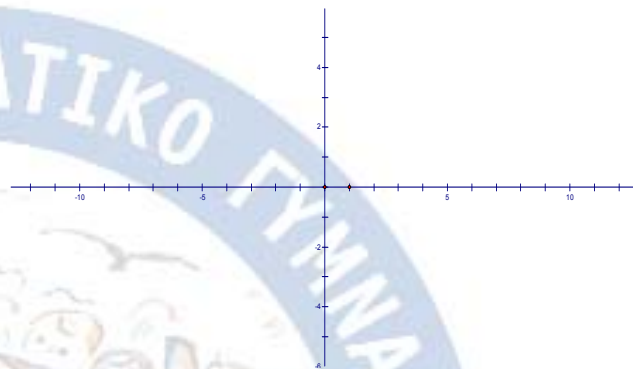
Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

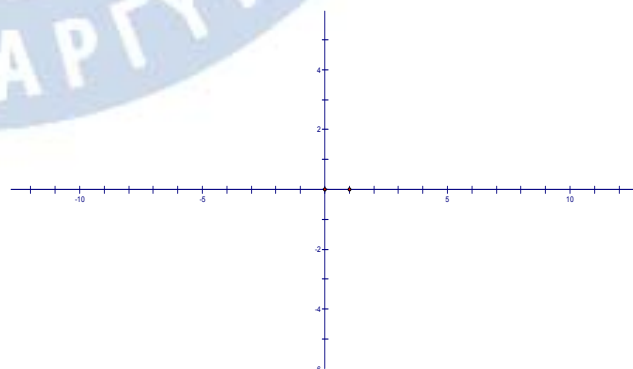
1. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = x$,
 $y = g(x) = 2x$, και $y = h(x) = 3x$.



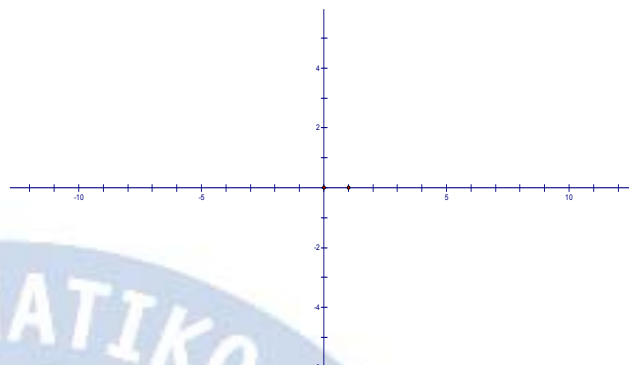
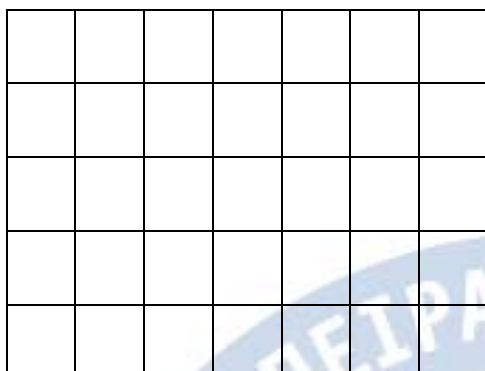


2. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = -x$,
 $y = g(x) = -2x$, και $y = h(x) = -3x$.

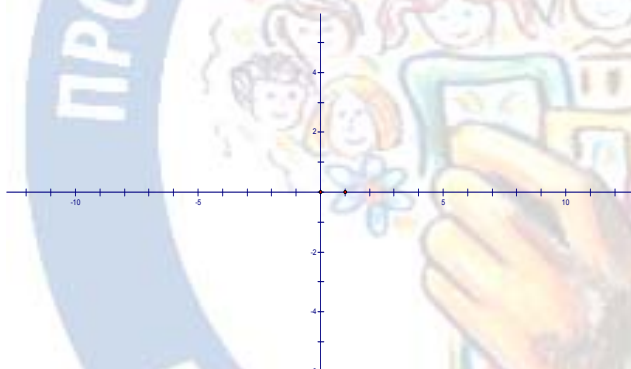




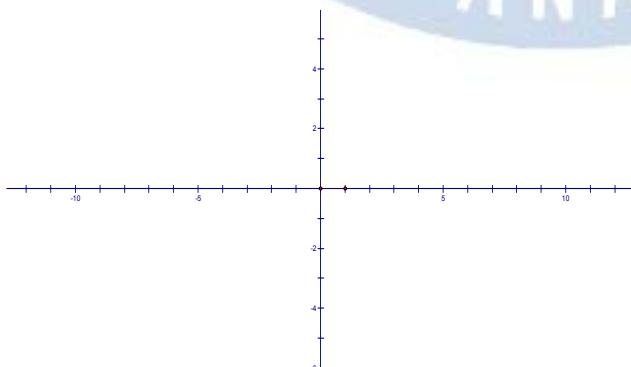
3. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = 2$
 $y = g(x) = -3$, και τις ευθείες $x = 4$, $x = -5$. Σχολιάστε τις διαφορές τους.



4. Να σχεδιάσετε ευθεία που να διέρχεται από την αρχή των αξόνων O και έχει κλίση $4/5$.



5. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο $A(-4, 5)$.

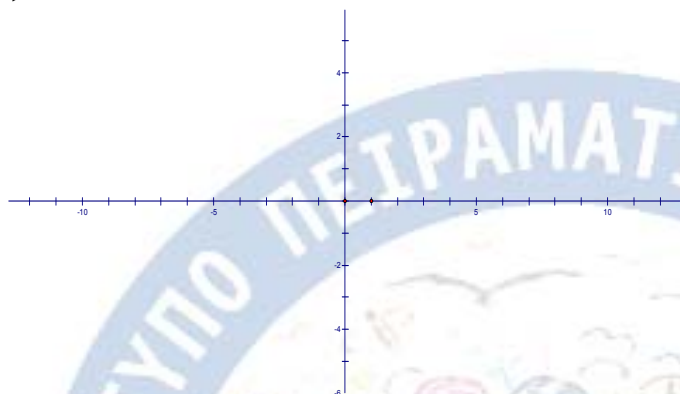


6. Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ , έτσι ώστε :

α) Η ευθεία $y = (\sqrt{3}\lambda - 2)x$ να διέρχεται από το σημείο $A(1,1)$.

β) Η ευθεία $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ να διέρχεται από το σημείο $B=(2, 2\lambda - \sqrt{3})$.

Ποια είναι η γωνία κλίσεως σε κάθε περίπτωση, και να σχεδιάσετε τις ευθείες.



7. Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση 20% σε όλα του τα προϊόντα.

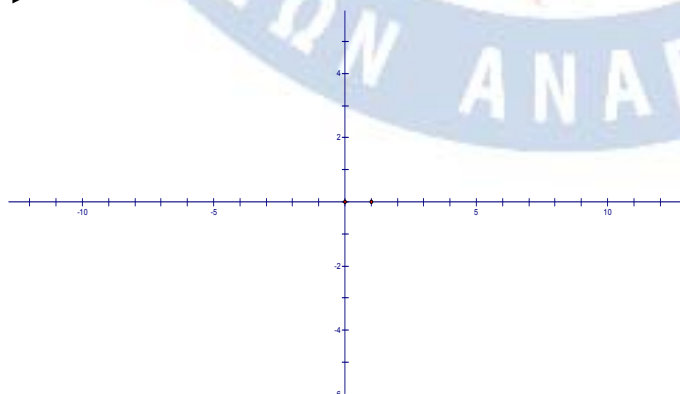
α) Να γράψετε τη συνάρτηση y που δίνει τις τιμές των προϊόντων μετά την έκπτωση, σε σχέση με τις αρχικές τιμές τους x .

β) Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση.

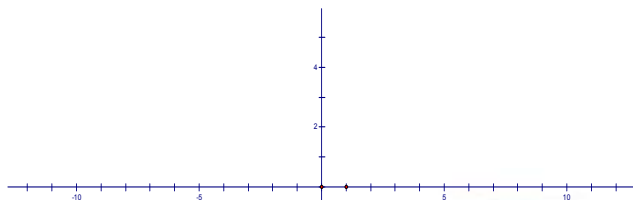
γ) Με τη βοήθεια της συνάρτησης αυτής να υπολογίσετε:

i) Την τιμή φορέματος μετά την έκπτωση, αν η αρχική του τιμή ήταν 80€.

ii) Την αρχική τιμή παντελονιού, αν με την έκπτωση στοιχίζει 50€.



8. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = x$, $y = g(x) = -x$. Βρείτε το συντελεστή διεύθυνσή τους, τη γωνία που σχηματίζουν με τον άξονα $x'x$. Σχολιάστε τις διαφορές τους.



9. Να σχεδιάσετε σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Οχψ τη συνάρτηση :

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

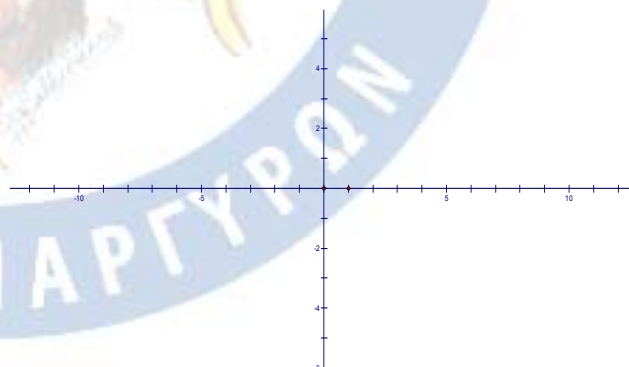


$y=x$

x	y

$y=-x$

x	y



Συγκρίνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y=x$ και $y=|x|$, και γράψτε τις παρατηρήσεις σας :

.....



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.4
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η συνάρτηση $y = ax + b$



Τάξη : Β Γυμνασίου.

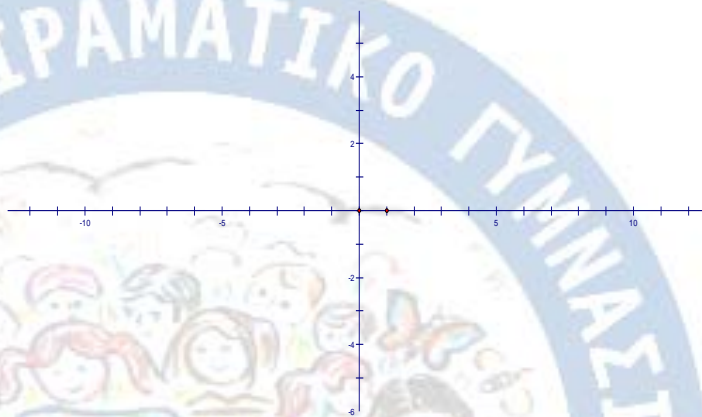
Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

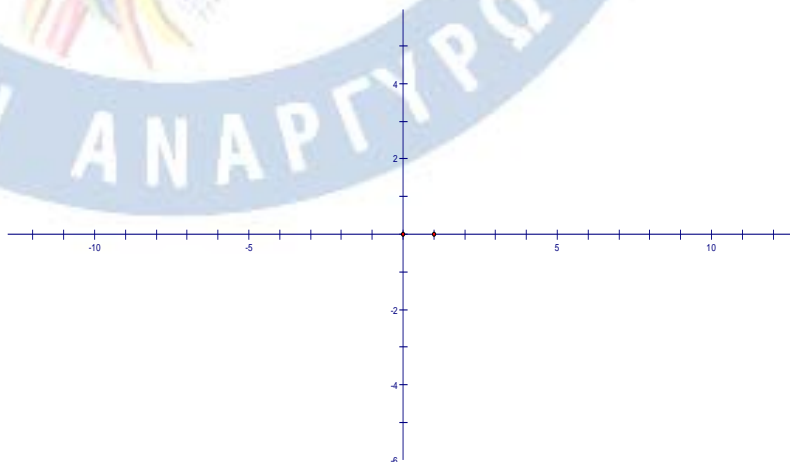
1. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = x$, $y = g(x) = x+2$, και $y = h(x) = x-2$. Βρείτε τα σημεία τομής τους με τους άξονες και την κλίση κάθε μιας.





2. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = -2x$, $y = g(x) = -2x+3$, και $y = h(x) = -2x-3$. Βρείτε τα σημεία τομής τους με τους άξονες και την κλίση κάθε μιας.

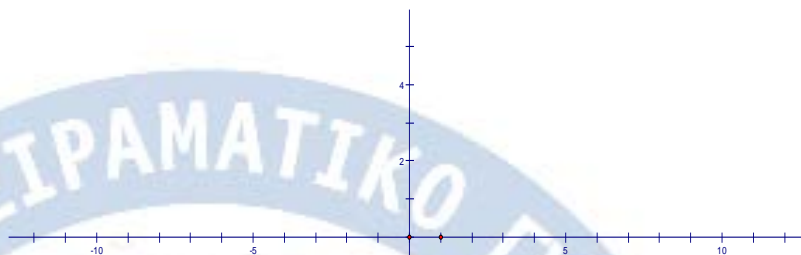




3. Δίνεται η ευθεία $\epsilon: 4x - 5y = 20$.

- α) Να βρείτε τα σημεία Α και Β, στα οποία η ϵ τέμνει τους άξονες.
- β) Να σχεδιάσετε την ευθεία ϵ .
- γ) Να εκφράσετε το y ως συνάρτηση του x και να βρείτε την κλίση της.
- δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου OAB καθώς και τις γωνίες του.

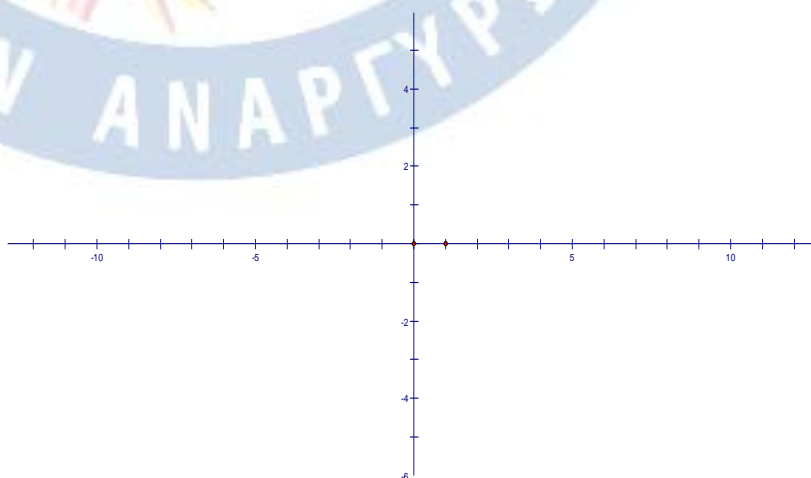




4. Να σχεδιάσετε ευθεία $y = 2x + 1$ όταν $-1 \leq x < 2$.
 Να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες.



x	y



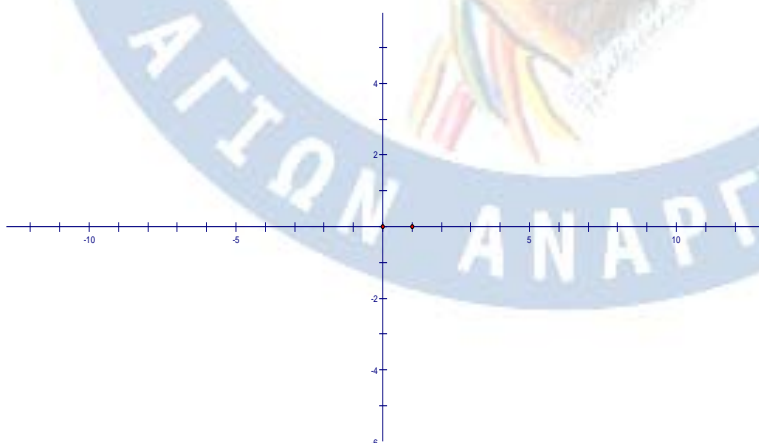
5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 3 και τέμνει τον άξονα x στο σημείο $A(2/3, 0)$. Σε ποιο σημείο τέμνει τον y ; Να σχεδιάσετε την ευθεία.



x	y



6. Να βρείτε τις τιμές των κ και λ ώστε η ευθεία $\epsilon: y = (\kappa^2 + 2\lambda)x - \kappa + 3$, να έχει κλίση 4 και να διέρχεται από το σημείο $A(0, 6)$. Για τις τιμές των κ και λ που θα βρείτε, να σχεδιάσετε την ευθεία, και να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες.

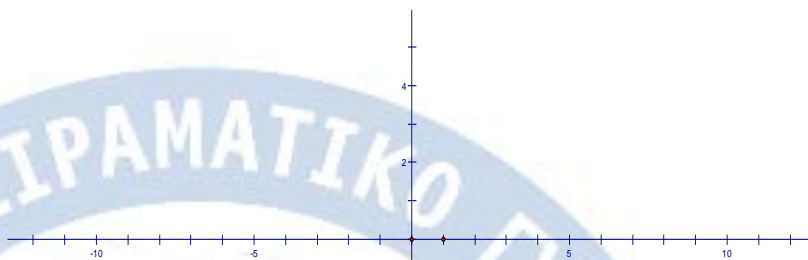


7. Δίνονται οι συναρτήσεις : $y = \left(\frac{\lambda+1}{2}\right)x+6$ και $y = (\lambda-8)x+3$.

Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε οι συναρτήσεις αυτές να παριστάνουν παράλληλες ευθείες. Για την τιμή του λ που θα βρείτε, να σχεδιάσετε τις ευθείες στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων, να βρείτε τα σημεία που τέμνουν τους άξονες και να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου που σχηματίζεται μεταξύ των δύο ευθειών και των αξόνων.



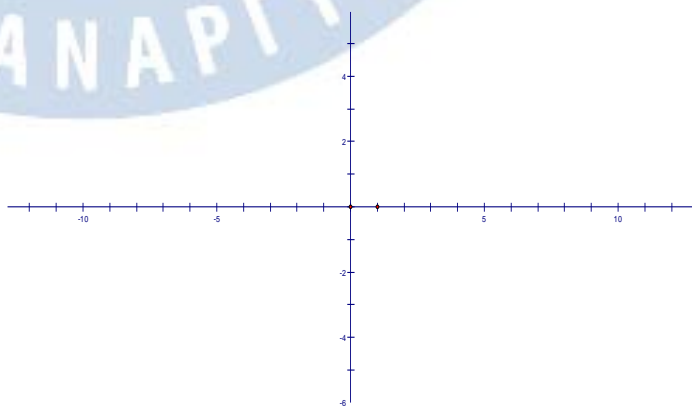
x	y



8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ), που διέρχεται από τα σημεία $A(0, 4)$ και $B(1, 2)$. Στη συνέχεια να βρείτε την κλίση της, και τα σημεία που αυτή τέμνει τους άξονες.



x	y





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Κ 3.5
ΕΝΟΤΗΤΑ : Η υπερβολή $y = a/x$



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

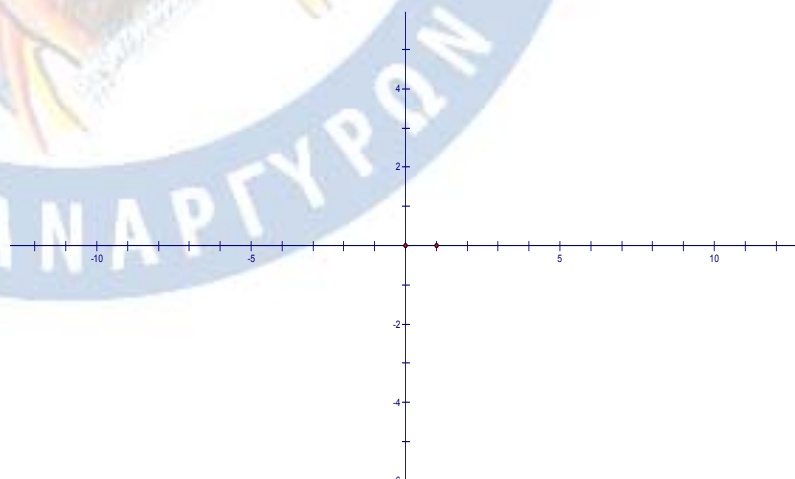
1. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = 1/x$, $y = g(x) = 2/x$, και $y = h(x) = 3/x$. Τι παρατηρείτε;





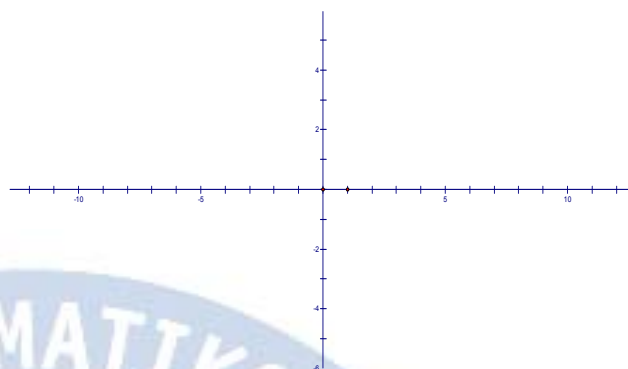
2. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = -1/x$, $y = g(x) = -2/x$, και $y = h(x) = -3/x$. Τι παρατηρείτε;





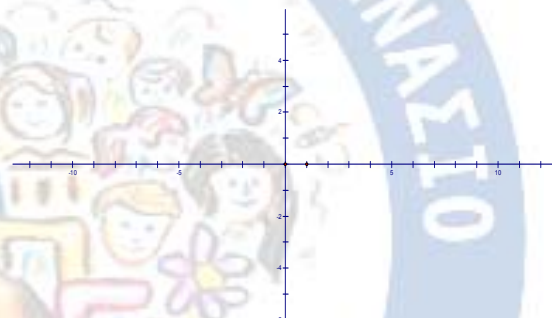
3. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = 1/x$,
 $y = g(x) = -1/x$. Τι παρατηρείτε;





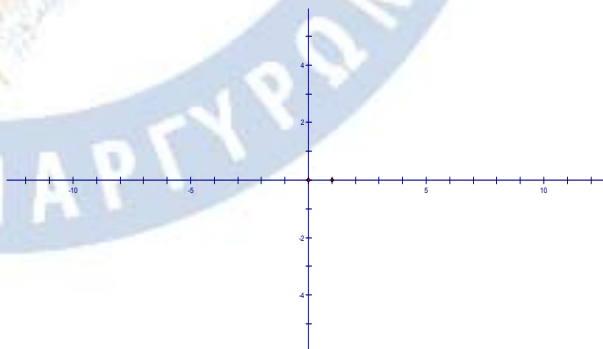
4. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = x$,
 $y = g(x) = 1/x$. Τι παρατηρείτε;





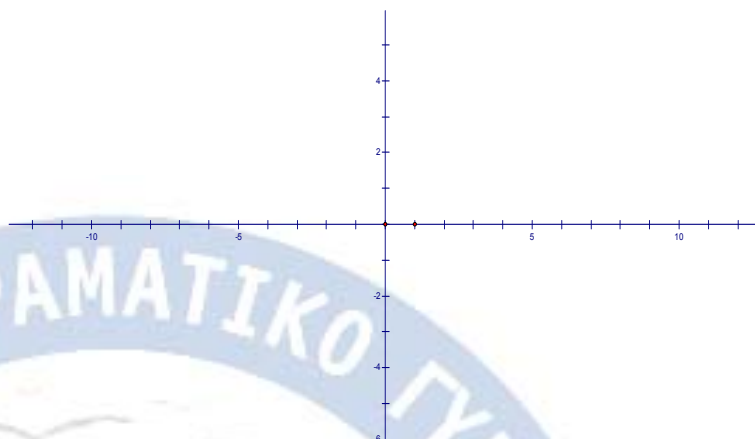
5. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις συναρτήσεις : $y = f(x) = -x$,
 $y = g(x) = -1/x$. Τι παρατηρείτε;





6. Δίνεται η συνάρτηση $y = 1/2x$. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών και να εξετάσετε τα ποσά x και y τι είναι μεταξύ τους. Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση.

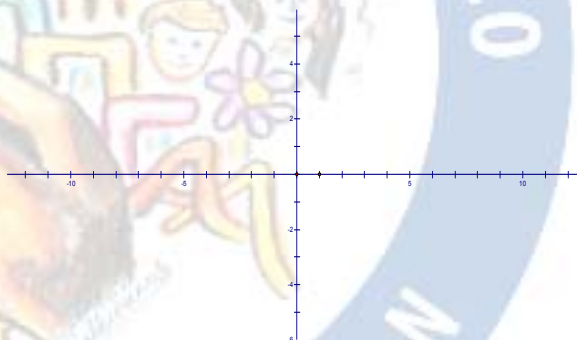




7. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{3\lambda - 2}{x}$ διέρχεται από το σημείο $A(-2, 1)$, να βρείτε την τιμή του λ και να την σχεδιάσετε.



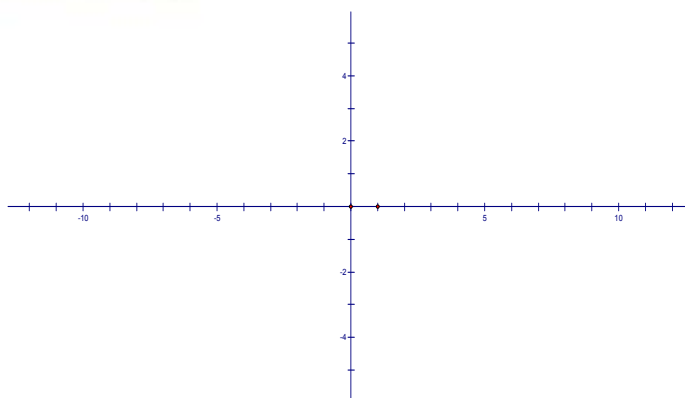
x	y



8. Τα ποσά του παρακάτω πίνακα είναι αντιστρόφως ανάλογα. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, να γράψετε το y ως συνάρτηση του x και να σχεδιάσετε τη συνάρτηση y .

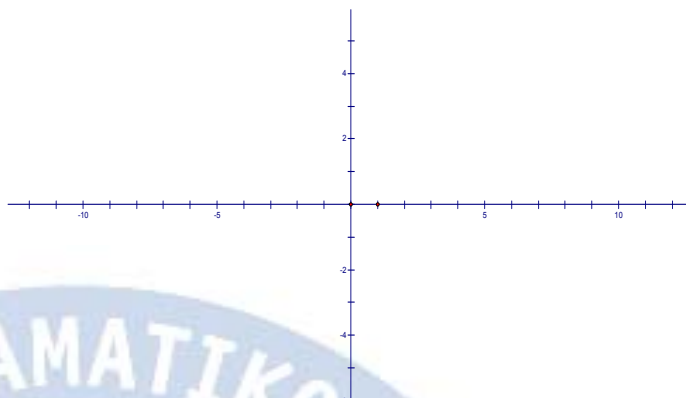


x	3	2	-4		1,5	
y	4			-12		-8

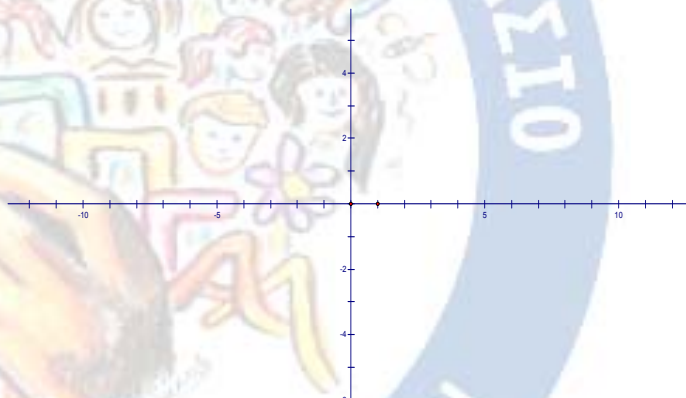
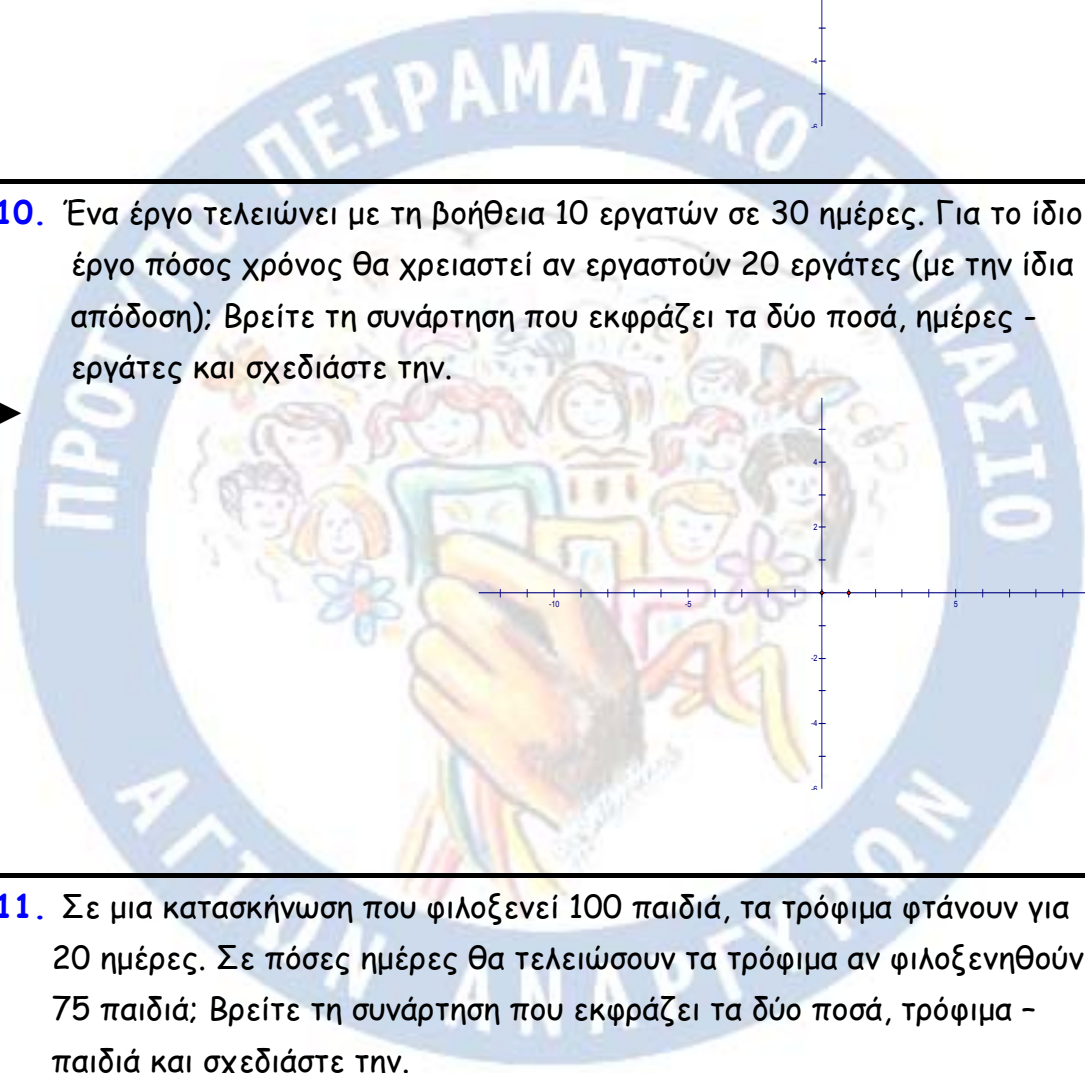


9. Να σχεδιάσετε τη συνάρτηση : $y = f(x) = \left| \frac{1}{x} \right| = \frac{1}{|x|}$. Τι παρατηρείτε;

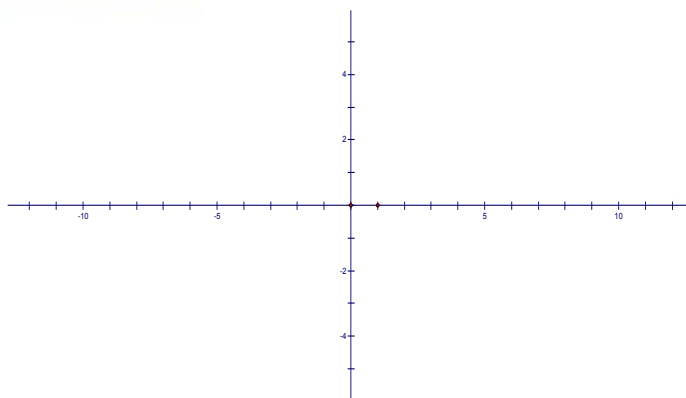




10. Ένα έργο τελειώνει με τη βοήθεια 10 εργατών σε 30 ημέρες. Για το ίδιο έργο πόσος χρόνος θα χρειαστεί αν εργαστούν 20 εργάτες (με την ίδια απόδοση); Βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει τα δύο ποσά, ημέρες - εργάτες και σχεδιάστε την.



11. Σε μια κατασκήνωση που φιλοξενεί 100 παιδιά, τα τρόφιμα φτάνουν για 20 ημέρες. Σε πόσες ημέρες θα τελειώσουν τα τρόφιμα αν φιλοξενηθούν 75 παιδιά; Βρείτε τη συνάρτηση που εκφράζει τα δύο ποσά, τρόφιμα - παιδιά και σχεδιάστε την.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 1
ΕΝΟΤΗΤΑ : Στοιχεία Περιγραφικής Στατιστικής.....



Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

Λέξεις Κλειδιά :

- Πληθυσμός
- Μεταβλητή
- Δείγμα
- Απογραφή - Δειγματοληψία
- Παρατηρηθείσα τιμή
- Ποιοτικές και Ποσοτικές μεταβλητές
- Διακριτές και Συνεχείς
- * Διαλογή
- * Συχνότητα
- * Σχετική Συχνότητα
- * Πίνακας κατανομής Συχνοτ.
- * Αθροιστική Συχνότητα
- * Σχετική Αθροιστική Συχν
- * Γραφικές παραστάσεις

ΑΣΚΗΣΗ

Σε μια πόλη μετρήσαμε τη μεγαλύτερη ημερήσια θερμοκρασία επί 30 συνεχείς ημέρες και βρήκαμε (σε βαθμούς Κελσίου) :

25 26 26 26 24 21 21 22 24 26
 25 27 22 22 24 23 23 26 25 26
 22 23 27 24 23 21 21 23 23 22

1) Να συμπληρωθεί **ο πίνακας διαλογής**

2) Να συμπληρωθεί **ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων**



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 2

Εφαρμογή στη Συμπλήρωση Πίνακα Κατανομής Συχνοτήτων

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, που αναφέρεται στις τιμές μιας μεταβλητής X , γράφοντας τους απαραίτητους υπολογισμούς.

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$
x_1						
x_2	100			150		
x_3						67,5
x_4		0,1				
x_5				400		
Σύνολο						





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 3
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ποιοτική Μεταβλητή



Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

Λέξεις Κλειδιά :

- Ραβδόγραμμα Συχνοτήτων
- * Κυκλικό διάγραμμα Σχετ. Συχνοτητ.

ΑΣΚΗΣΗ

1. Ελέγχονται 35 αυτοκίνητα ως προς το χρώμα τους και μας παραδίδεται ο παρακάτω πίνακας :

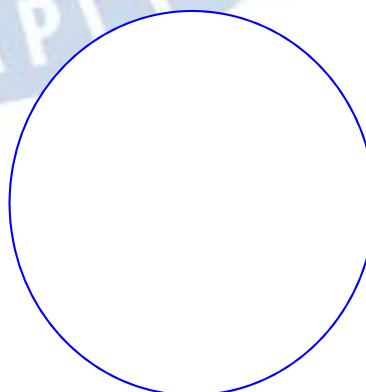
Χρώμα	n_i	$f_i\%$	$\hat{\omega}_i$
Κόκκινο	8		
Κίτρινο	10		
Γκρι	15		
Μπλε		20	
Μαύρο			
Σύνολα	50		

Να υπολογιστούν όλες οι συχνότητες και οι σχετικές συχνότητες και να γίνει το **Ραβδόγραμμα συχνοτήτων**.

Να γίνει **κυκλικό διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων**.

Ραβδόγραμμα Συχνοτήτων

Κυκλικό Διάγραμμα Σχετ. Συχνοτήτων





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 4
Εφαρμογή Κυκλικού Διαγράμματος

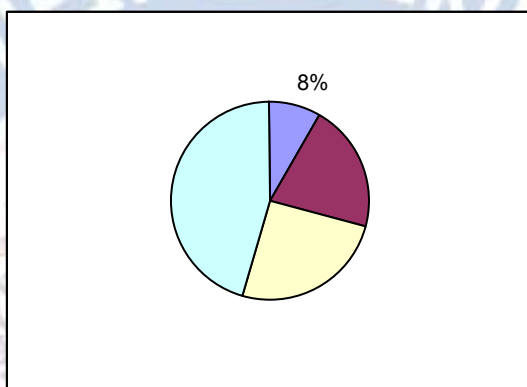


Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Ονομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

ΑΣΚΗΣΗ

Δόθηκε το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα, με τα εξής στοιχεία : $f_1\%=8\%$, $f_2=0.21$, $\hat{\omega}_3 = 90^\circ$, $v_4=v_2+v_3$. Αν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι $n=24$, να συμπληρώσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων, και να κατασκευάσετε Ραβδόγραμμα Συχνοτήτων.



x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	$\hat{\omega}_i$
x_1				
x_2				
x_3				
x_4				
Σύνολο				





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 5

ΕΝΟΤΗΤΑ : Διαγράμματα Διακριτής Ποσοτικής Μεταβλητής.

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :



Λέξεις Κλειδιά :

- Διάγραμμα Συχνοτήτων
- Διάγραμμα Αθροιστικών Συχνοτήτων & Αθροιστικών Σχετικών Συχνοτ.

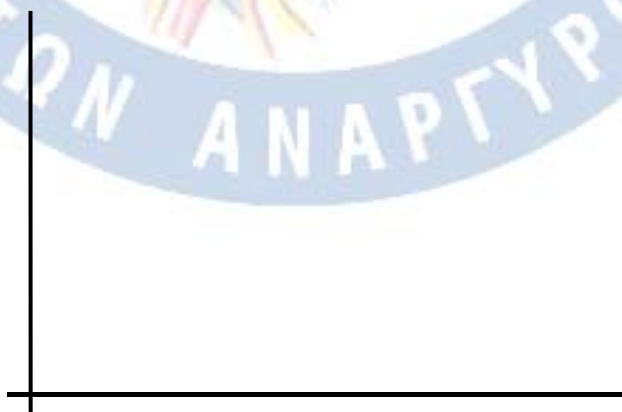
* Πολύγωνο Συχνοτήτων

Εφαρμογή στο Φύλλο Εργασίας 1

Διάγραμμα & Πολύγωνο Συχνοτήτων



Διάγραμμα & Πολύγωνο Αθροιστικών Συχνοτήτων





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 6

ΕΝΟΤΗΤΑ : Συνεχής Ποσοτική Μεταβλητή Ομαδοποιημένες Παρατηρήσεις

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :



Λέξεις Κλειδιά :

- Ομαδοποίηση Παρατηρήσεων, Εύρος & Κεντρική τιμή
- Ιστόγραμμα Συχνοτήτων και Σχετικών Συχνοτήτων
- Ιστόγραμμα Αθροιστικών Συχνοτήτων & Αθροιστ. Σχετ. Συχνοτήτων
- Πολύγωνο Κατανομής Συχνοτήτων

ΑΣΚΗΣΗ

Τα παρακάτω δεδομένα αντιπροσωπεύουν τις καθυστερήσεις σε λεπτά 30 δρομολογίων ενός τρένου.

14	18	1	24	6	14	4	0	12	5
2	19	11	12	9	2	17	21	13	5
8	15	2	12	10	17	1	16	14	13

- α) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε έξι κλάσεις ίσου πλάτους και να κατασκευάσετε πίνακα με τις συχνότητες και αθροιστικές σχετικές συχνότητες των κλάσεων αυτών.
- β) Να κατασκευάσετε τα πολύγωνα συχνοτήτων και αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.

Κλάσεις [-)	Διαλογή	n_i	f_i	F_i	$F_i\%$
Σύνολο					

Ιστόγραμμα & Πολύγωνο Συχνοτήτων





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 7

ΕΝΟΤΗΤΑ : Συνεχής Ποσοτική Μεταβλητή Ομαδοποιημένες Παρατηρήσεις

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :



ΑΣΚΗΣΗ

Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει την ηλικία 50 εργαζομένων ενός εργοστασίου.

[18,23)	[23,28)	[28,33)	[33,38)	[38,43)	[43,48)	[48,53)	[53,58)
2	5	6	11	9	7	6	4

1) Να συμπληρωθεί ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων

- 2) Να γίνει **ιστόγραμμα συχνοτήτων**
- 3) Να γίνει **πολύγωνο συχνοτήτων**
- 4) Να γίνει **ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων**
- 5) Να γίνει **πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων**
- 6) Να κατασκευάσετε **κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων** για τέσσερις (4) **ισομήκεις κλάσεις**.

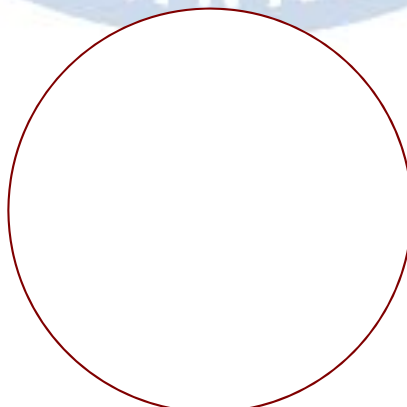
Ιστόγραμμα & Πολύγωνο Συχνοτήτων



Ιστόγραμμα & Πολύγωνο Αθροιστικών Συχνοτήτων



Κυκλικό Διάγραμμα Σχετικών Συχνοτήτων





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 8

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρα θέσης.



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Ημ/νία :

Λέξεις Κλειδιά :

- Μέτρα Θέσης σε απλά και ομαδοποιημένα δεδομένα
- Αριθμητικός Μέσος
- Διάμεσος
- (Επικρατούσα Τιμή (Κορυφή))

Διακριτή Μεταβλητή

1. Εξετάζοντας ένα δείγμα 50 ανθρώπων με μεταβλητή «πόσες πιστωτικές κάρτες έχουν», πήραμε τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων :

α/α	x_i	v_i	N_i	$x_i v_i$
1	0	8		
2	1	19		
3	2	14		
4	3	7		
5	4	2		
Αθρ		50		

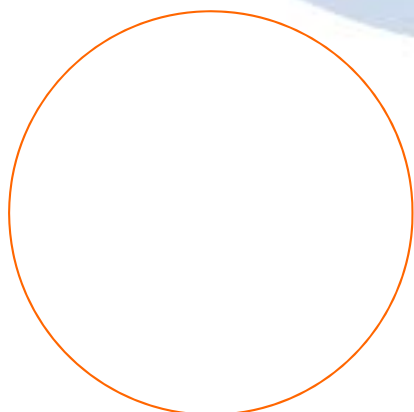
Υπολογίστε τον **αριθμητικό μέσο**, και τη **διάμεσο**.

Συνεχής Μεταβλητή

2. Μετρήσαμε το βάρος 50 αρνιών, και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας Συχνοτήτων.

Κλάσεις [,)	Συχν. v_i	Κέντρο x_i	$v_i x_i$	N_i	$f_i \%$	$F_i \%$
7 – 7,5	2					
7,5 – 8	4					
8 – 8,5	6					
8,5 – 9	5					
9 – 9,5	8					
9,5 – 10	7					
10–10,5	10					
10,5-11	8					
Άθροισμα						

Να υπολογίσετε τον **Αριθμητικό Μέσο**, και τη **διάμεσο**.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 9

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρα θέσης διακριτής μεταβλητής.

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

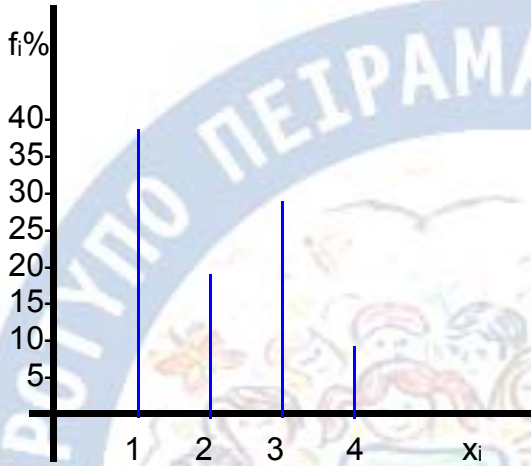
Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :



ΑΣΚΗΣΗ

Από το παρακάτω διάγραμμα, να κατασκευάσετε πλήρη **πίνακα κατανομών**.
 Να υπολογίσετε τη **μέση τιμή**, και τη **διάμεσο**, αν γνωρίζετε ότι **$n=200$** .





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Στ. 10

ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρα θέσης συνεχούς μεταβλητής.

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

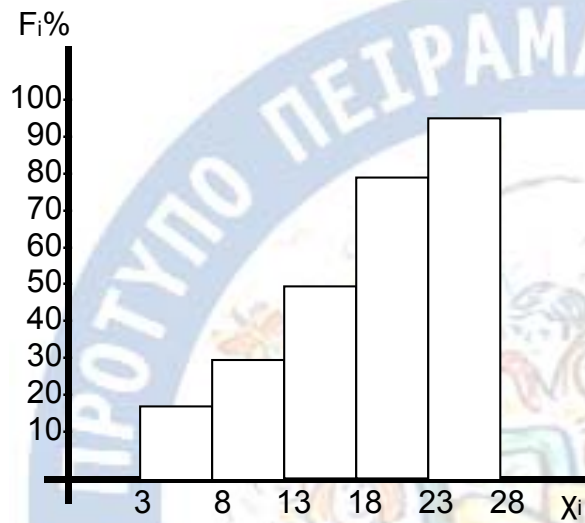
Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :



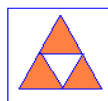
ΑΣΚΗΣΗ

Από το παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων % να κατασκευάσετε πλήρη πίνακα κατανομών και να υπολογίσετε τη **μέση τιμή**, και τη **διάμεσο**, αν είναι γνωστό το πλήθος **v=200**.



ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



Χρήστος Π. Μουρατίδης
2014 – 2015



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 1.1
ΕΝΟΤΗΤΑ : Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας



Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

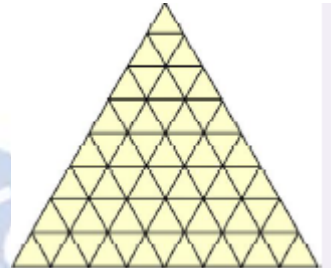
Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

1. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου με μονάδα μέτρησης :

α) :

β) :

γ) :



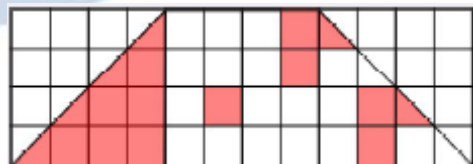
2. Αποδείξτε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι τετραπλάσιο από το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ, με μονάδα μέτρησης το :




3. Στο χρωματιστό πλακόστρωτο εμβαδού 32 λείπουν μερικά πλακάκια. Ποιο είναι το εμβαδόν που πρέπει να επισκευαστεί με μονάδα μέτρησης

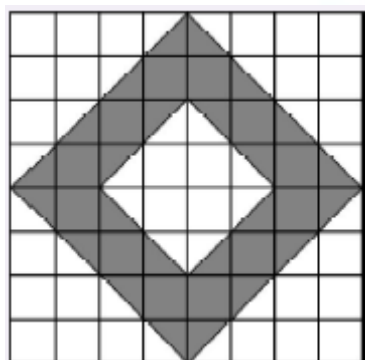
α)

β)



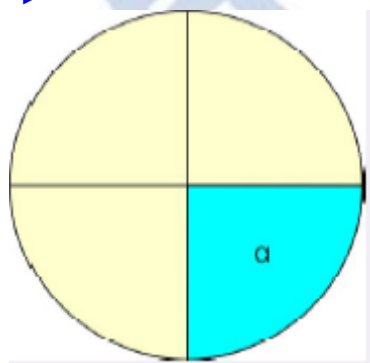
4. Θέλουμε να κατασκευάσουμε το παρακάτω σχήμα με τετράγωνα πλακάκια, άσπρα και μαύρα. Να βρείτε :

- α) το εμβαδόν του τετραγώνου με μονάδα το 
β) το εμβαδόν που καλύπτουν τα μαύρα πλακάκια και
γ) πόσο θα πληρώσουμε για την αγορά των πλακιδίων, αν το λευκό κοστίζει 5€ και το μαύρο 8€.



5. Ένας κύκλος χωρίζεται όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε το εμβαδόν του με μονάδα μέτρησης το :

- α) το a β) το $2a$ και γ) το $\frac{1}{2}a$





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ.1.2
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μονάδες μέτρησης επιφανειών



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
4,2			
	3250		
		720000	
			5600000

2. Ένα οικόπεδο 1,2 στρεμμάτων πουλήθηκε 520€ το m^2 . Ποια ήταν η συνολική του αξία;

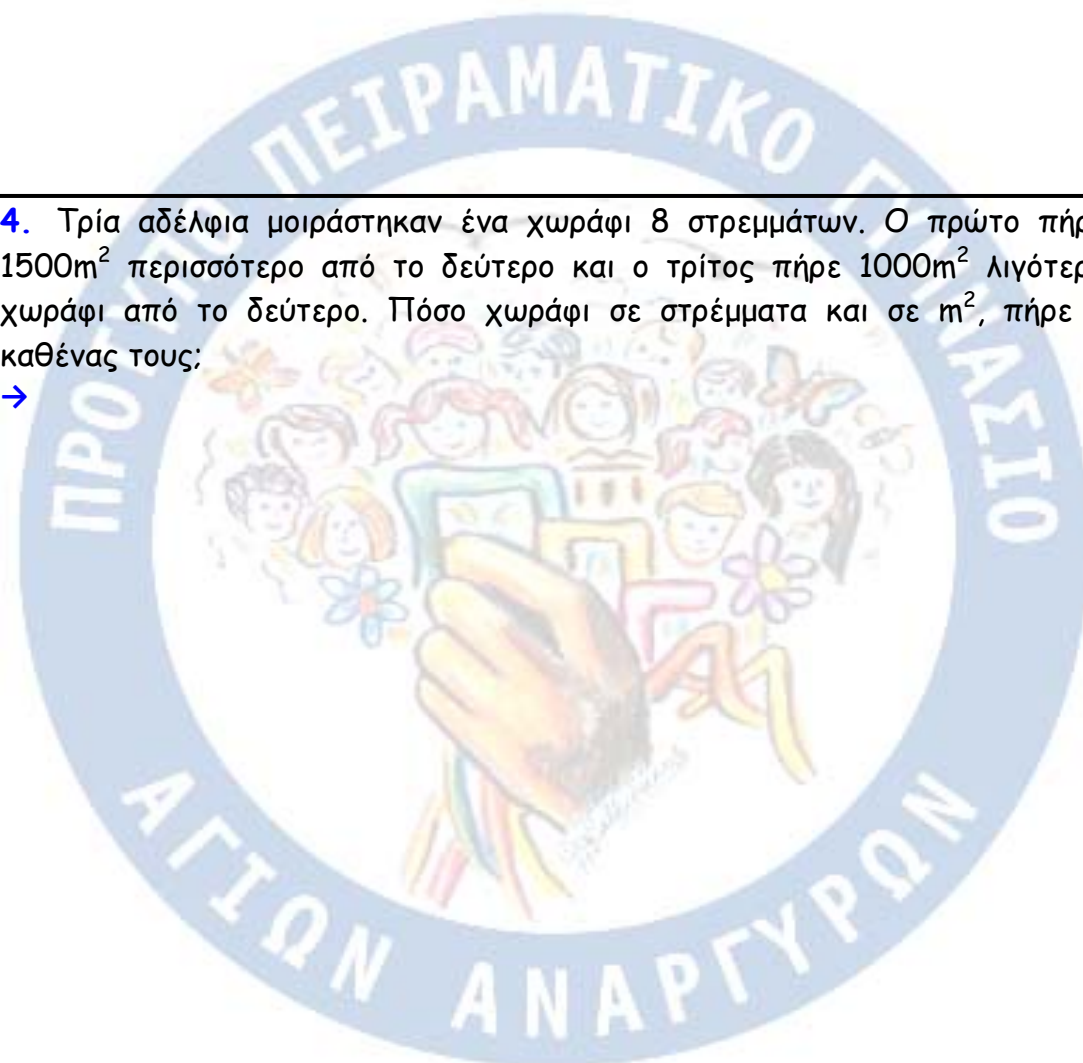
→

3. Μια βεράντα 30m^2 στρώθηκε με πλακάκια 2500cm^2 . Να υπολογίσετε πόσα πλακάκια τοποθετήθηκαν.

→

-
4. Τρία αδέρφια μοιράστηκαν ένα χωράφι 8 στρεμμάτων. Ο πρώτος πήρε 1500m^2 περισσότερο από το δεύτερο και ο τρίτος πήρε 1000m^2 λιγότερο χωράφι από το δεύτερο. Πόσο χωράφι σε στρέμματα και σε m^2 , πήρε ο καθένας τους;

→





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ.1.3
ΕΝΟΤΗΤΑ : Εμβαδά επίπεδων σχημάτων



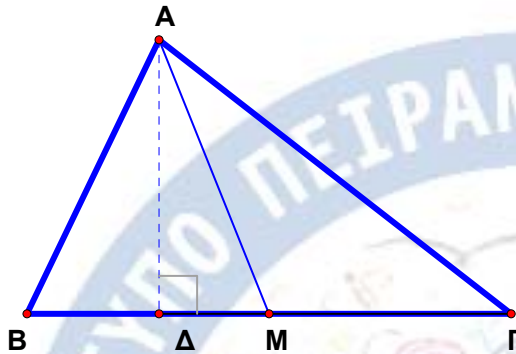
Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

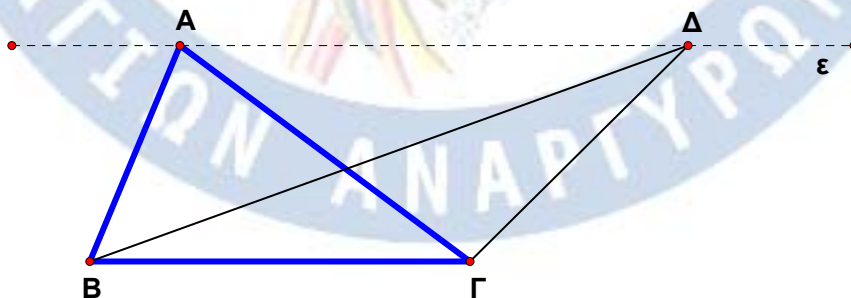
Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

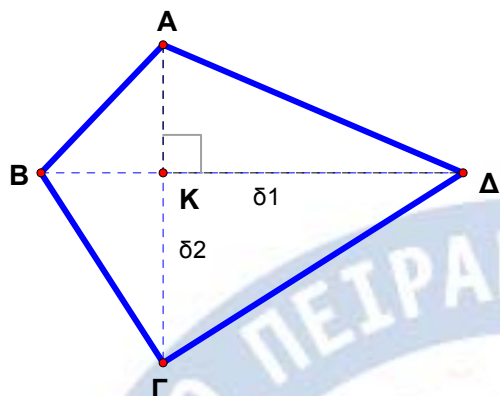
1. Δείξτε ότι σε κάθε τρίγωνο, η διάμεσος χωρίζει το τρίγωνο σε δύο τρίγωνα με ίσα εμβαδά (ισεμβαδικά).



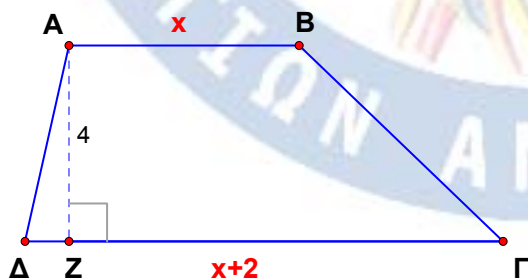
2. Δύο τρίγωνα έχουν κοινή βάση ΒΓ και οι κορυφές τους Α και Δ βρίσκονται σε ευθεία ε παράλληλη προς τη βάση ΒΓ. Δείξτε ότι τα τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά.



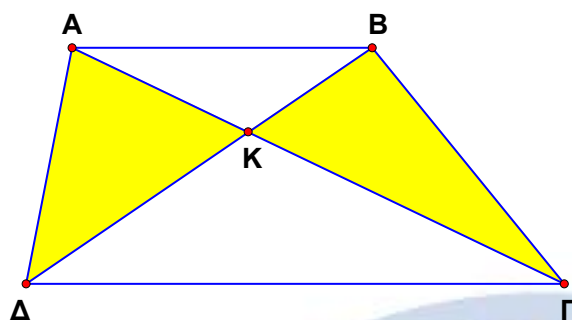
3. Αν δ_1 και δ_2 είναι οι διαγώνιες ενός τετραπλεύρου, που τέμνονται κάθετα, να δείξετε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου είναι : $E = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2}$



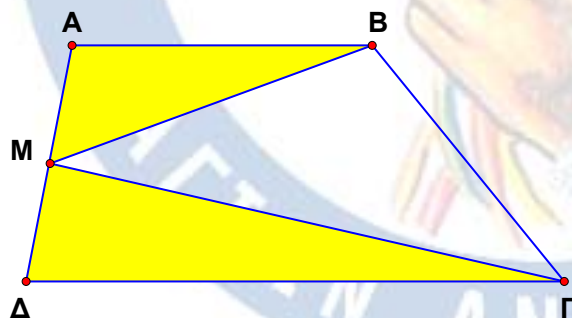
4. Τραπεζίο ΑΒΓΔ έχει εμβαδόν 84cm^2 . Αν η μικρή βάση του είναι $x\text{ cm}$ και η μεγάλη $(x+2)\text{cm}$, ενώ το ύψος του 4cm , να υπολογίσετε το μήκος x και τις βάσεις του.



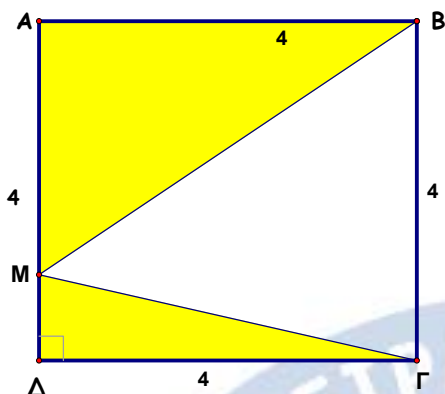
5. Τραπεζίου ΑΒΓΔ οι διαγώνιες τέμνονται στο Κ. Δείξτε ότι $(ΑΚΔ) = (ΒΚΓ)$.



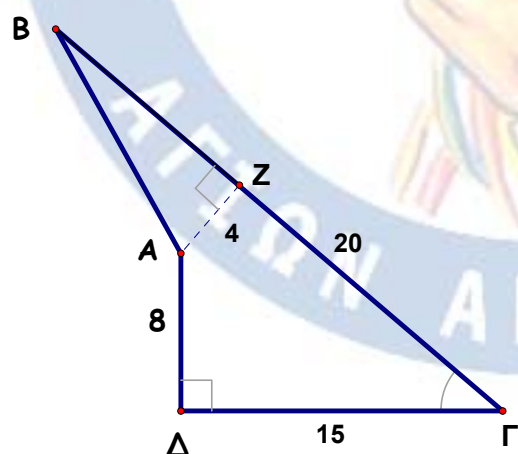
6. Τραπεζίου ΑΒΓΔ ($ΑΒ // ΓΔ$), είναι Μ το μέσο της ΑΔ. Δείξτε ότι :
 $(ΑΒΜ) + (ΓΜΔ) = (ΒΜΓ) = \frac{1}{2} (ΑΒΓΔ)$



7. Στο τετράγωνο $ΑΒΓΔ$, δείξτε ότι : $(ΑΒΜ) + (ΓΜΔ) = (ΒΜΓ) = \frac{1}{2} (ΑΒΓΔ)$.



8. Υπολογίστε το εμβαδόν του παρακάτω σχήματος.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 1.4
ΕΝΟΤΗΤΑ : ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

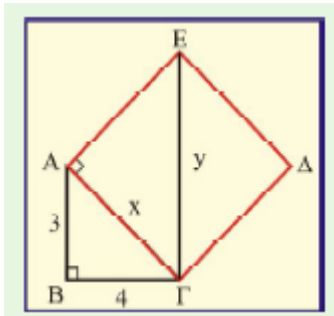
Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και το τετράπλευρο ΑΓΔΕ τετράγωνο.

Να υπολογίσετε :

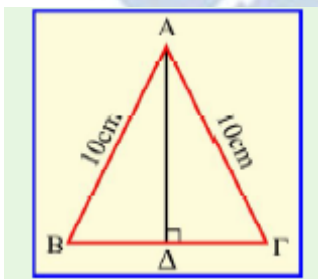
- α) Την υποτείνουσα του τριγώνου x .
- β) Τη διαγώνιο y του τετραγώνου και
- γ) το εμβαδόν του τετραγώνου.



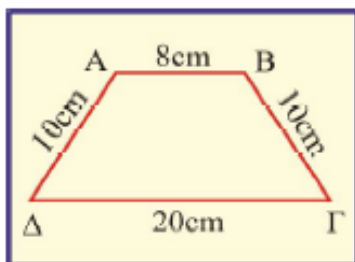
2. Το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ έχει περίμετρο 36cm και $AB=AG=10cm$.

Να υπολογίσετε :

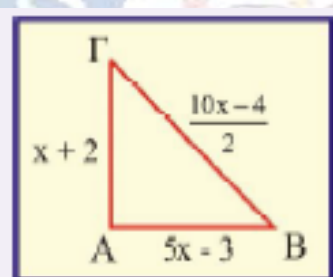
- α) το ύψος ΑΔ του τριγώνου
- β) το εμβαδόν του τριγώνου και
- γ) το ύψος ΒΕ του τριγώνου.



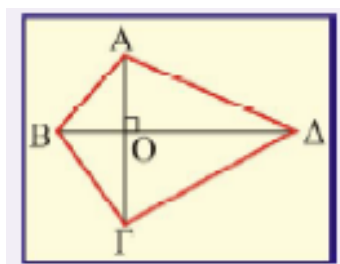
3. Στο ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$, είναι $AB=8\text{cm}$, $A\Delta=B\Gamma=10\text{cm}$ και $\Gamma\Delta=20\text{cm}$. Να υπολογίσετε :
 α) το ύψος AE του τραpezίου
 β) το εμβαδόν του τραpezίου.



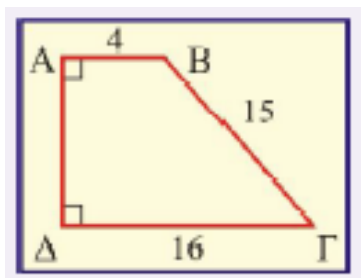
4. Εξετάστε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.



5. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ οι διαγώνιες του τέμνονται κάθετα. Δείξτε ότι ισχύει η σχέση : $AB^2 + \Gamma\Delta^2 = A\Delta^2 + B\Gamma^2$.



6. Στο δισορθογώνιο τραπέζιο $ΑΒΓΔ$, με $ΑΒ=4\text{cm}$, $ΒΓ=15\text{cm}$ και $ΓΔ=16\text{cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του.



7. Κατασκευάστε ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς $a = 3\text{cm}$. Να υπολογίσετε το ύψος του $ΑΔ$ και το εμβαδόν του, σε συνάρτηση με την πλευρά του a . Στη συνέχεια να αντικαταστήσετε το a με την τιμή του $a = 3\text{cm}$.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.1
ΕΝΟΤΗΤΑ : Εφαπτομένη οξείας γωνίας



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

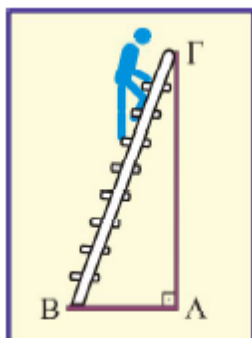
1. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με γωνία $A=90^\circ$, γωνία $B=60^\circ$ και πλευρά $\beta=4\text{cm}$. Υπολογίστε τα υπόλοιπα πρωτεύοντα στοιχεία του τριγώνου.



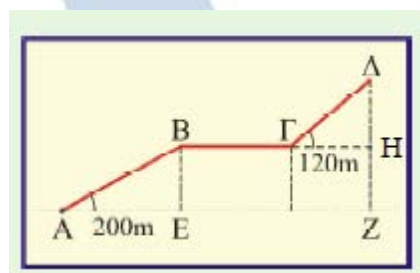
2. Δείξτε ότι οι εφαπτόμενες των οξείων γωνιών Β και Γ ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, είναι αντίστροφοι αριθμοί.



3. Η σκάλα του σχήματος είναι τοποθετημένη 1,5m σε απόσταση από τον κάθετο τοίχο ΑΓ. Ο τεχνίτης ανέβηκε σε ύψος 6m. Υπολογίστε την κλίση της σκάλας.



4. Η κλίση του δρόμου ΑΒ είναι 10%. Να υπολογίσετε την κλίση του τμήματος ΓΔ, αν είναι γνωστό ότι το σημείο Δ βρίσκεται 44m ψηλότερα από το Α.





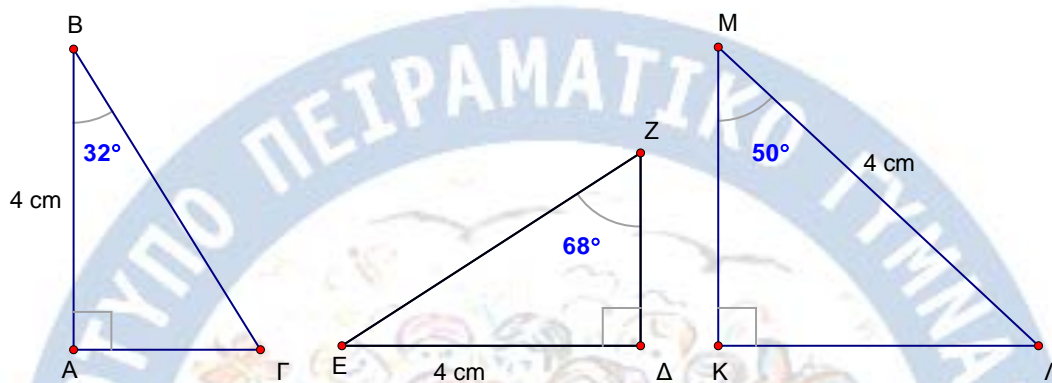
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.2
ΕΝΟΤΗΤΑ : Ημίτονο & Συνημίτονο οξείας γωνίας



Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

1. Στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα να υπολογίσετε τα πρωτεύοντα στοιχεία τους :



2. Αν ω και φ είναι οξείες γωνίες ορθογώνιων τριγώνων, να βρείτε ποιες τιμές μπορούν να πάρουν οι παραστάσεις :

$$A = 3 - \eta\mu\varphi,$$

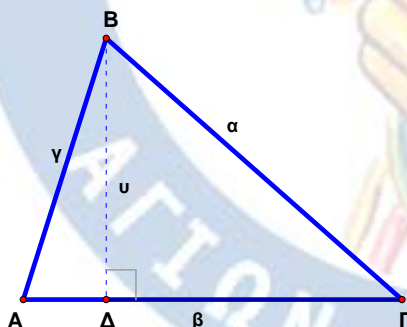
$$B = 2 + 4\eta\mu\omega,$$

$$\Gamma = \eta\mu\varphi - 2\sigma\upsilon\omega + 1$$

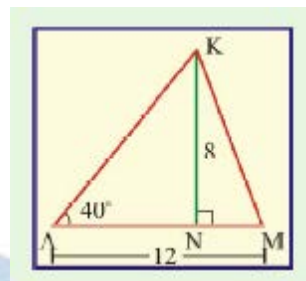
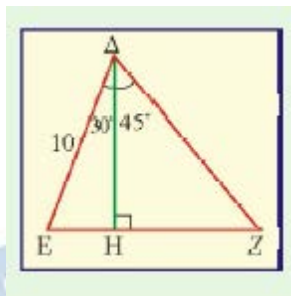
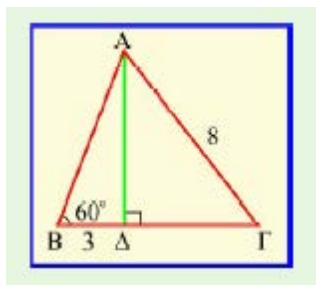


3. Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι οξυγώνιο, δείξτε ότι το εμβαδόν του δίνεται και

από τη σχέση : $E = \frac{1}{2} \beta \cdot \gamma \cdot \eta\mu A$



4. Να υπολογίσετε τις πλευρές και τα εμβαδά των παρακάτω οξυγώνιων τριγώνων :

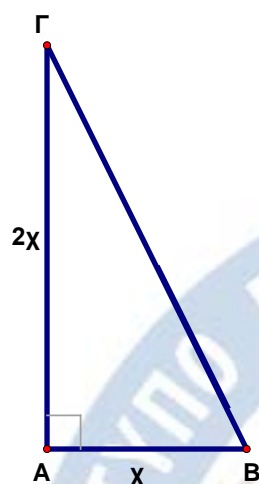


5. Να υπολογίσετε την οξεία γωνία ω ενός οξυγώνιου τριγώνου αν ισχύει :

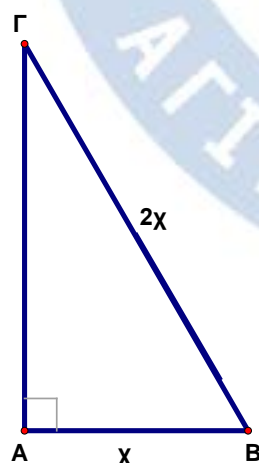
α) $2\eta\mu\omega - 1 = 0$, β) $2\sigma\upsilon\nu^2\omega - \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\omega = 0$



6. Να υπολογίσετε το ημίτονο και το συνημίτονο των οξείων γωνιών ορθογωνίου τριγώνου, στο οποίο η μία κάθετη πλευρά είναι διπλάσια της άλλης.



7. Να υπολογίσετε τις οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου, στο οποίο η υποτείνουσα είναι διπλάσια μιας κάθετης πλευράς.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.3
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μεταβολές τριγωνομετρικών αριθμών



Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

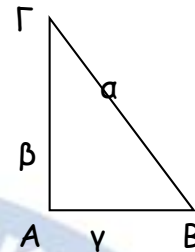
Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

1. Με τη βοήθεια του διπλανού τριγώνου

να αποδείξετε ότι:

α) $\text{συν}^2\beta + \text{συν}^2\gamma = 1$ β) $\text{συν}\beta = \eta\mu\gamma$

γ) $\epsilon\phi\beta = \frac{\eta\mu\beta}{\text{συν}\beta}$



2. Αν φ και ω είναι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου, να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες λάθος. Σε κάθε περίπτωση να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- | | | |
|---|--|--|
| α) $\eta\mu\omega \cdot \text{συν}\phi > 0$ | β) $\eta\mu\phi \cdot \eta\mu\omega < 0$ | γ) $\eta\mu\phi + \text{συν}\omega = 0$ |
| δ) $\eta\mu\phi = \text{συν}\omega$ | ε) $\epsilon\phi\omega \cdot \text{συν}\omega > 1$ | στ) $\eta\mu\omega + \text{συν}\omega < 2$ |



α)

β)

γ)

δ)

ε)

στ)

3. Να διατάξετε σε αύξουσα σειρά τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\eta\mu 45^\circ$, $\eta\mu 18^\circ$, $\eta\mu 73^\circ$, $\eta\mu 24^\circ$.



4. Να διατάξετε σε αύξουσα σειρά τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\sigma\upsilon\nu 13^\circ$, $\sigma\upsilon\nu 36^\circ$, $\sigma\upsilon\nu 85^\circ$, $\sigma\upsilon\nu 53^\circ$.



5. Να διατάξετε σε φθίνουσα σειρά τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\epsilon\phi 5^\circ$, $\epsilon\phi 89^\circ$, $\epsilon\phi 47^\circ$, $\sigma\upsilon\nu 38^\circ$, $\epsilon\phi 62^\circ$.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.4
ΕΝΟΤΗΤΑ : Τριγ/κοί αριθμοί γωνιών: 30°, 45°, 60°



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Αν είναι $\omega = 45^\circ$ και $\varphi = 60^\circ$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις :



$$A = 2\text{συν}\omega.\text{συν}\varphi + \eta\mu^2\omega - 2\eta\mu\omega.\eta\mu\varphi$$

$$B = (\eta\mu\omega - \text{συν}\omega)^2 + (\text{συν}\omega + \eta\mu\omega)^2 - (\text{συν}\varphi - \eta\mu\varphi)$$

2. Υπολογίστε τις παρακάτω ποσότητες:

$$A = \eta\mu 30.\text{συν} 30.\varepsilon\varphi 30$$

$$B = \eta\mu 45.\text{συν} 45.\varepsilon\varphi 45$$

$$\Gamma = \eta\mu 60.\text{συν} 60.\varepsilon\varphi 60$$



3. Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες :



$$Κ = \text{συν}^2 60^\circ + \text{συν}^2 45^\circ + \text{συν}^2 30^\circ = 3/2$$

$$Λ = 2\text{συν}60^\circ + 2\eta\mu 30^\circ - 2\epsilon\phi 45^\circ = 0$$

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ=4cm, και γωνία Α=120°. Να υπολογίσετε: α) το ύψος ΑΔ, β) την περίμετρο του τριγώνου και γ) το εμβαδόν του τριγώνου.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.4.1

Γενικές Ασκήσεις στην Τριγωνομετρία



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) ισχύει:

$$\varepsilon\phi B + \frac{\sigma\upsilon\nu B}{\eta\mu B} = \frac{\alpha^2}{2E}, \text{ όπου } E \text{ είναι το εμβαδόν του τριγώνου } AB\Gamma \text{ και } \alpha \text{ το}$$

μήκος της υποτείνουσας του.

2. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) ισχύει:

$$\alpha) \frac{\sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu\Gamma}{\eta\mu B + \eta\mu\Gamma} = 1 \qquad \beta) \frac{1}{\eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu B \cdot \varepsilon\phi B} = 1 + \varepsilon\phi^2\Gamma$$

3. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) ισχύει:

$$\alpha) \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 B} = 1 + \varepsilon\phi^2 B \qquad \beta) \eta\mu^2 B = \frac{\varepsilon\phi^2 B}{1 + \varepsilon\phi^2 B}$$

4. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) ισχύει:

$$\frac{1}{\eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu B} = \varepsilon\phi B + \frac{1}{\varepsilon\phi B}$$

5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) είναι : $\varepsilon\phi B=9/40$ και $A\Gamma=18$ m.

Να υπολογίσετε: α) την περίμετρο του ΑΒΓ

β) το εμβαδόν του ΑΒΓ.

6. Υπολογίστε τις παρακάτω ποσότητες:

$$A=\eta\mu 30 \cdot \sigma\upsilon\nu 30 \cdot \varepsilon\phi 30 \qquad B=\eta\mu 45 \cdot \sigma\upsilon\nu 45 \cdot \varepsilon\phi 45 \qquad \Gamma=\eta\mu 60 \cdot \sigma\upsilon\nu 60 \cdot \varepsilon\phi 60$$



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.4.2

Ασκήσεις Τριγωνομετρίας με χρήση επιστημονικού υπολογιστή τσέπης

Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Υπολογίστε με τον υπολογιστή τσέπης τα παρακάτω:

$\eta\mu 0^\circ =$

$\eta\mu 90^\circ =$

$\sigma\upsilon\nu 0^\circ =$

$\sigma\upsilon\nu 90^\circ =$

$\epsilon\phi 0^\circ =$

$\epsilon\phi 90^\circ =$

2. Υπολογίστε με τον υπολογιστή τσέπης τα παρακάτω:

$\eta\mu 30^\circ =$

$\eta\mu 45^\circ =$

$\eta\mu 60^\circ =$

$\sigma\upsilon\nu 30^\circ =$

$\sigma\upsilon\nu 45^\circ =$

$\sigma\upsilon\nu 60^\circ =$

$\epsilon\phi 30^\circ =$

$\epsilon\phi 45^\circ =$

$\epsilon\phi 60^\circ =$

3. Υπολογίστε με τον υπολογιστή τσέπης τα παρακάτω:

α) $\eta\mu 28^\circ =$

$\sigma\upsilon\nu 36^\circ =$

$\epsilon\phi 74^\circ =$

β) $K = \eta\mu 28^\circ + \sigma\upsilon\nu 36^\circ + \epsilon\phi 74^\circ$

γ) $\Lambda = \eta\mu 28^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 36^\circ \cdot \epsilon\phi 74^\circ$

4. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) ισχύει:

α) $A = \frac{\sigma\upsilon\nu 32^\circ + \sigma\upsilon\nu 58^\circ}{\eta\mu 32^\circ + \eta\mu 58^\circ} = 1$



β) $B = \frac{1}{\eta\mu 15^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 15^\circ \cdot \epsilon\phi 15^\circ} = 1 + \epsilon\phi^2 75^\circ$



5. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) ισχύει:

$$\alpha) \Gamma = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 63^\circ} = 1 + \epsilon\phi^2 63^\circ$$



$$\beta) \Delta = \eta\mu^2 23^\circ = \frac{\epsilon\phi^2 23^\circ}{1 + \epsilon\phi^2 23^\circ}$$



6. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) ισχύει:

$$E = \frac{1}{\eta\mu 47^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 47^\circ} = \epsilon\phi 47^\circ + \frac{1}{\epsilon\phi 47^\circ}$$



7. Υπολογίστε τις οξείες γωνίες, ορθογωνίου τριγώνου, με κάθετες πλευρές

$$\beta = 2,2 \text{ m και } \gamma = 3,8 \text{ m.}$$





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 2.4.3

Υπολογισμοί υψών και αποστάσεων με Τριγωνομετρία

Τάξη : Β Γυμνασίου.

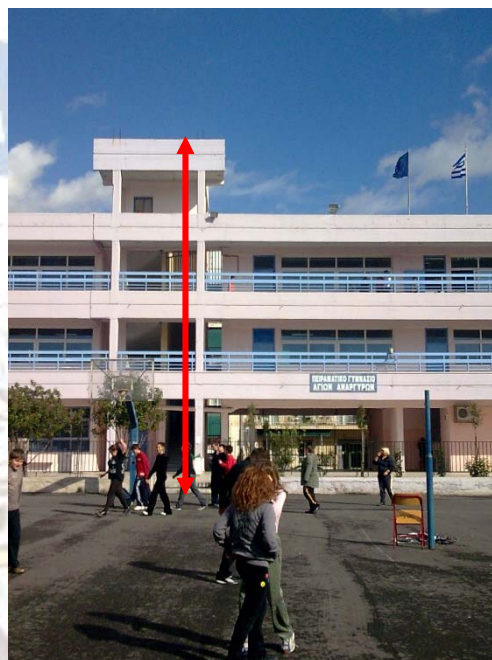
Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :



► Υπολογίστε το ύψος h του σχολείου μας.



► Υπολογίστε την απόσταση x .





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.1
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρηση Κύκλου – Εγγεγραμμένη Γωνία



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

► **1^η Δραστηριότητα :**

1. Σχεδιάστε κύκλο κέντρου O και σημειώστε ένα σημείο K του κύκλου.

2. Σχεδιάστε δύο ημιευθείες $K\chi$ και $K\psi$ που να τέμνουν τον κύκλο στα σημεία A και B .

3. Σχεδιάστε τις ακτίνες OA και OB .

Θυμάμαι ότι : Η γωνία AOB λέγεται : και μετράται σε Είναι ίση με το μέτρο του αντίστοιχου όταν αυτό μετράται σε

Μαθαίνω ότι : Η γωνία AKB , που έχει την κορυφή της στον κύκλο λέγεται : και βαίνει στο τόξο

4. Μετρήστε την γωνία AOB και την AKB . Τι παρατηρείτε;

.....

5. Μετακινήστε την κορυφή K της γωνίας AKB . Τι παρατηρείτε;

.....

6. Μετακινήστε τα σημεία A ή B και παρατηρήστε το μέτρο της γωνίας, οπότε και του αντίστοιχου τόξου. Καταγράψτε τα αποτελέσματα των παρατηρήσεων σας :

.....

► 2^η Δραστηριότητα :

1. Στον ίδιο κύκλο σημειώστε τα σημεία Γ και Δ, εκατέρωθεν του Κ.
2. Σχεδιάστε τις γωνίες ΑΓΒ και ΑΔΒ.
3. Μετρήστε τις γωνίες αυτές, τι παρατηρείτε;

.....

4. Μετακινήστε τα σημεία Γ και Δ, τι παρατηρείτε;

.....

5. Μετακινήστε τα άκρα του τόξου Α και Β, τι παρατηρείτε;

► 3^η Δραστηριότητα :

1. Κατασκευάστε κύκλο κέντρου Ο με διάμετρο ΑΒ.
2. Κατασκευάστε εγγεγραμμένες γωνίες ΑΓΒ και ΑΔΒ εκατέρωθεν της διαμέτρου.
3. Μετρήστε τις γωνίες αυτές, τι παρατηρείτε; Καταγράψτε το συμπέρασμα:

.....

► 4^η Δραστηριότητα :

1. Κατασκευάστε κύκλο (O, ρ) .
 2. Σημειώστε στον κύκλο τα σημεία A, B, Γ, Δ και K ώστε το τόξο AB να είναι ίσο με το τόξο $\Gamma\Delta$.
 3. Σχεδιάστε τις επίκεντρες γωνίες AOB και $\Gamma O\Delta$.
 4. Σχεδιάστε και μετρήστε τις εγγεγραμμένες γωνίες AKB και $\Gamma K\Delta$, τι παρατηρείτε;
-

5^η Δραστηριότητα :

1. Κατασκευάστε κύκλο (O, ρ) .
2. Σημειώστε στον κύκλο τρία σημεία A, B, Γ και ενώστε τα μεταξύ τους ώστε να δημιουργηθεί ένα τρίγωνο $AB\Gamma$, εγγεγραμμένο στον κύκλο.
3. Μετακινήστε κατάλληλα τα σημεία, ώστε το τόξο \widehat{AB} να έχει μέτρο 100° και το τόξο $\widehat{B\Gamma}$ 132° .

4. Υπολογίστε και στη συνέχεια μετρήστε το τόξο ($\widehat{ΑΓ}$) =

και τις γωνίες :

(ΑΟΒ) =

(ΑΟΓ) =

(ΒΑΓ) =

(ΑΓΒ) =

(ΟΒΓ) =

(ΟΑΓ) =

6^η Δραστηριότητα :

Ανοίγουμε το σχολικό βιβλίο στη σελίδα 179, μελετάμε και λύνουμε στο φύλλο εργασίας την άσκηση 7, χρησιμοποιώντας τα συμπεράσματα που βγάλαμε σήμερα, και γνώσεις που έχουμε αποκτήσει παλαιότερα.

► Λύση της άσκησης:

Δεδομένα

Ζητούμενα

Σχήμα

► Εργασία για το σπίτι :

1. Πρέπει να γράψουμε στο τετράδιό μας, τα συμπεράσματα, που σήμερα βγάλαμε.
2. Θα μελετήσουμε τις εφαρμογές 2 και 3 σελ. 177 του σχολικού βιβλίου.
3. Θα απαντήσουμε γραπτά στις ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 5.
4. Θα προσπαθήσουμε να λύσουμε τις ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 6.



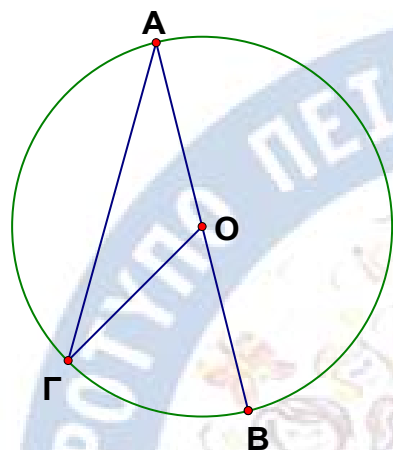
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.1.α
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρηση Κύκλου – Εγγεγραμμένη Γωνία



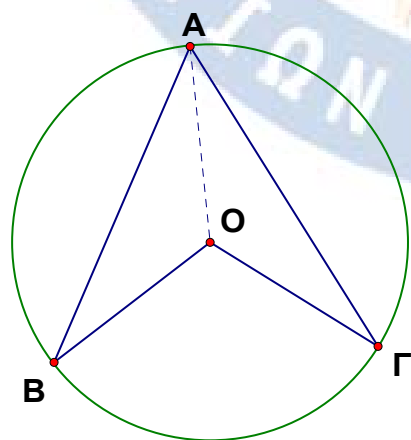
Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

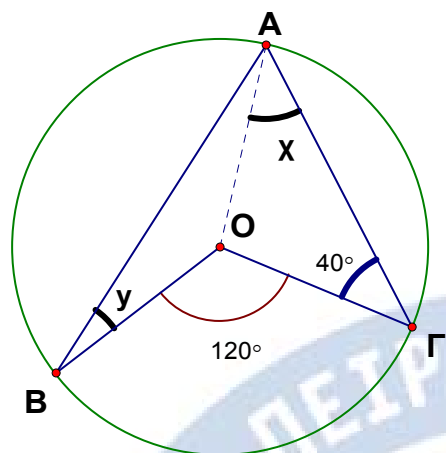
1. Έστω κύκλος (O, ρ) με διάμετρο AB , και χορδή AG . Δείξτε ότι η επίκεντρη γωνία BOG είναι διπλάσια της εγγεγραμμένης BAG .



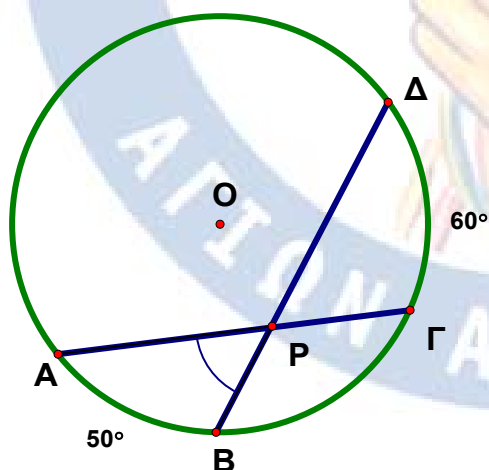
2. Έστω κύκλος (O, ρ) και εγγεγραμμένη γωνία BAG . Δείξτε ότι η επίκεντρη γωνία BOG είναι διπλάσια της αντίστοιχης εγγεγραμμένης BAG .



3. Στο σχήμα που δίνεται, υπολογίστε τις γωνίες x , και y .



4. Έστω κύκλος (O, ρ) και τόξα $(AB) = 50^\circ$ και $(\Gamma\Delta) = 60^\circ$. Αν οι χορδές ΑΓ και ΒΔ τέμνονται στο σημείο Ρ, να υπολογίσετε τη γωνία ΑΡΒ.





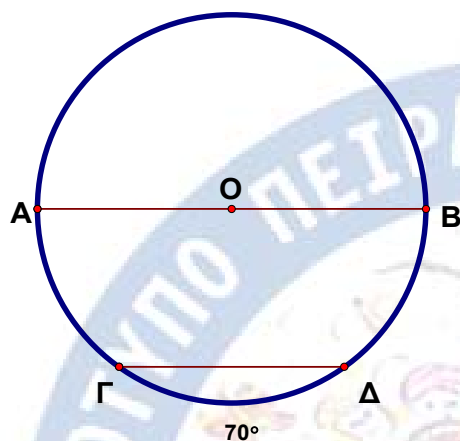
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.1.β
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρηση Κύκλου – Εγγεγραμμένη Γωνία



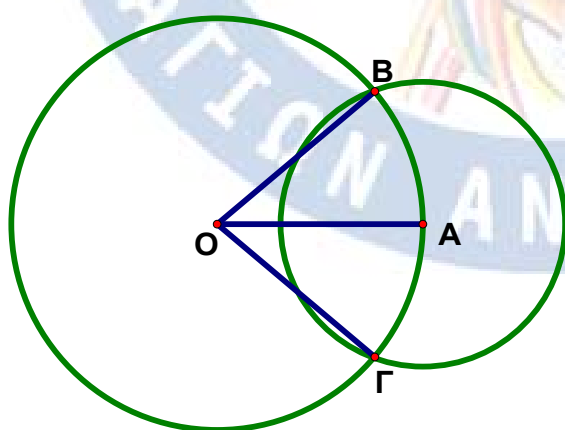
Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

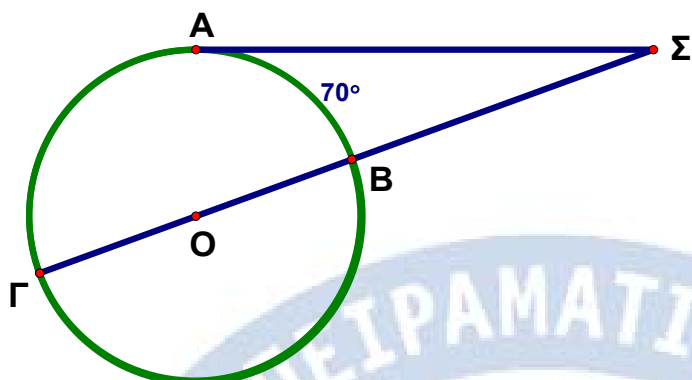
1. Αν $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $(\Gamma\Delta) = 70^\circ$, να δείξετε ότι i) τα τόξα $ΑΓ = ΔΒ$ και
 ii) Υπολογίστε το τόξο $ΑΓ$.



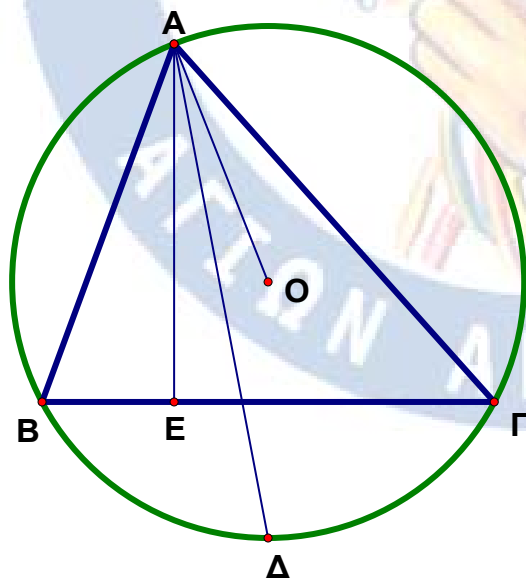
2. Έστω κύκλος (O, R) και κύκλος (A, ρ) . Αν Β και Γ τα σημεία τομής των δύο κύκλων, δείξτε ότι η γωνία $ΒΟΑ$ είναι ίση με την $ΓΟΑ$.



3. Αν ΣA είναι εφαπτόμενη του κύκλου και το τόξο $(AB) = 70^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία $A\Sigma B$.



4. Έστω κύκλος (O, ρ) και το τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σ' αυτόν. Αν $A\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας $BA\Gamma$ και οι γωνίες $O A \Delta = E A \Delta$, δείξτε ότι το τμήμα $A E$ είναι ύψος του τριγώνου.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.2
ΕΝΟΤΗΤΑ : Κανονικά Πολύγωνα



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

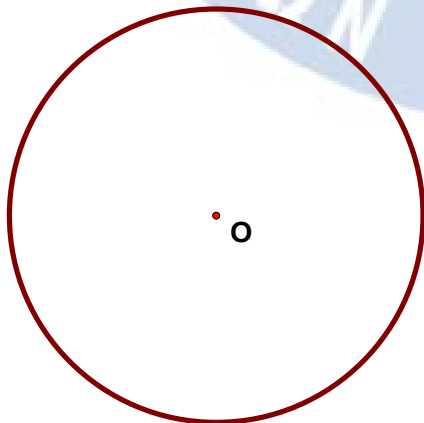
1. Σε κύκλο (O,R) να εγγράψετε τετράγωνο και να υπολογίσετε :

Την κεντρική γωνία του ω_4 , τη γωνία φ_4 , την πλευρά l_4 , το απόστημα a_4 , την περίμετρο P_4 και το εμβαδόν του E_4 σε συνάρτηση με την ακτίνα R του κύκλου.

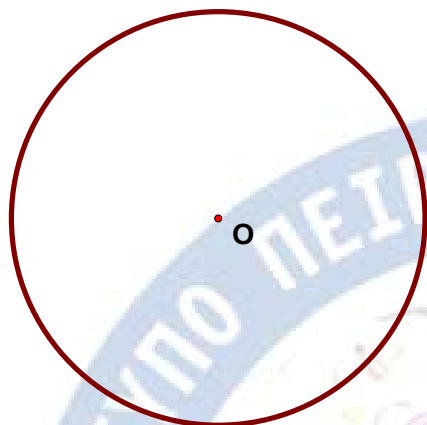


2. Σε κύκλο (O,R) να εγγράψετε κανονικό εξάγωνο και να υπολογίσετε :

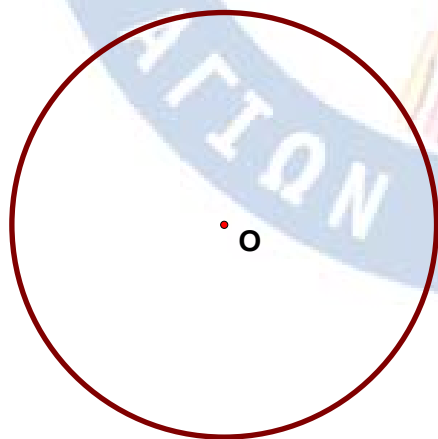
Την κεντρική γωνία του ω_6 , τη γωνία φ_6 , την πλευρά l_6 , το απόστημα a_6 , την περίμετρο P_6 και το εμβαδόν του E_6 σε συνάρτηση με την ακτίνα R του κύκλου.



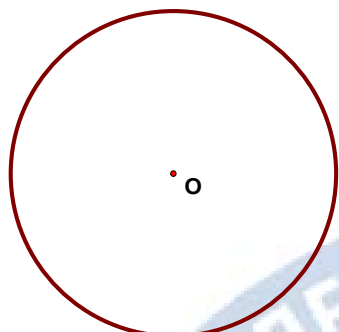
-
3. Σε κύκλο (O,R) να εγγράψετε ισόπλευρο τρίγωνο και να υπολογίσετε :
Την κεντρική γωνία του ω_3 , τη γωνία φ_3 , την πλευρά l_3 , το απόστημα a_3 ,
την περίμετρο P_3 και το εμβαδόν του E_3 , σε συνάρτηση με την ακτίνα R
του κύκλου.



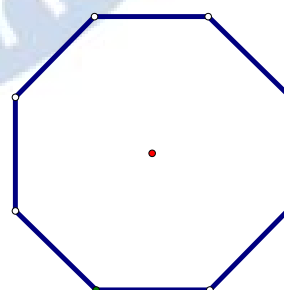
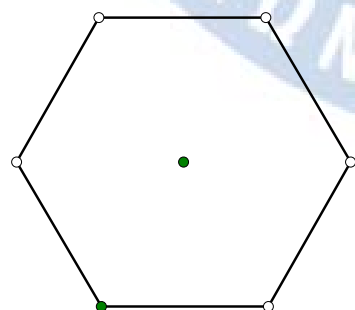
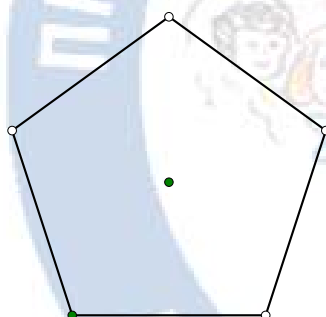
-
4. Σε κύκλο (O,R) να εγγράψετε κανονικό οκτάγωνο και να υπολογίσετε :
Την κεντρική γωνία του ω_8 , τη γωνία φ_8 , την πλευρά l_8 , το απόστημα a_8 ,
την περίμετρο P_8 και το εμβαδόν του E_8 σε συνάρτηση με την ακτίνα R του
κύκλου.



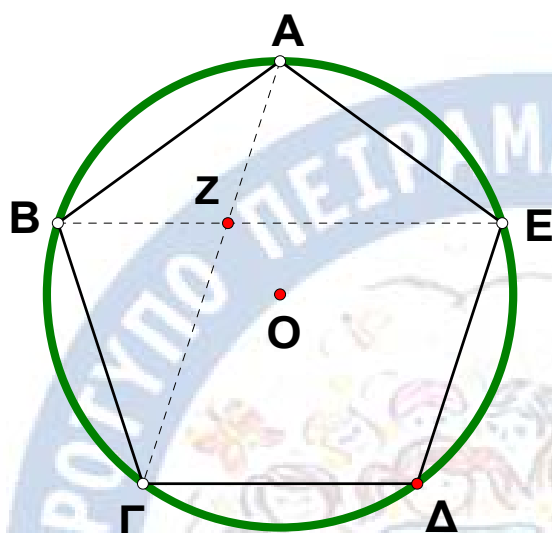
5. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός κανονικού n - γώνου είναι $(2n-4) \cdot 90^\circ$.



6. Να αποδείξετε ότι ο αριθμός των διαγωνίων ενός κανονικού n -γώνου δίνεται από τη σχέση : $\frac{n(n-3)}{2}$. Εφαρμογή για $n=4, n=5, n=6, n=8$



7. Δίνεται κύκλος (O,R) και κανονικό πεντάγωνο $ΑΒΓΔΕ$ εγγεγραμμένο σ' αυτόν. Δείξτε ότι : α) $ΒΕ // ΓΔ$, β) το κ. πεντάγωνο χωρίζεται σε ένα ισοσκελές τρίγωνο και ένα ισοσκελές τραπέζιο, γ) το τρίγωνο $ΑΒΖ$ είναι ισοσκελές, δ) το τετράπλευρο $ΓΔΕΖ$ είναι ρόμβος.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.3-3.6
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μήκος Κύκλου & Τόξου –
Εμβαδόν Κυκλικού δίσκου & Τομέα



Τάξη : Β Γυμνασίου.

Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Ημ/νία :

1. Υπολογίστε το μέτρο τόξου :

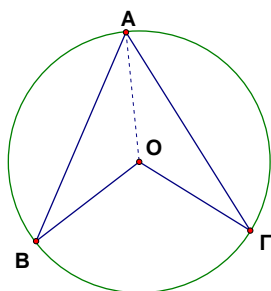
- α) σε ακτίνια, αν το μέτρο του σε μοίρες είναι 120° ,
β) σε μοίρες, αν το μέτρο του σε ακτίνια είναι $3\pi/4$.



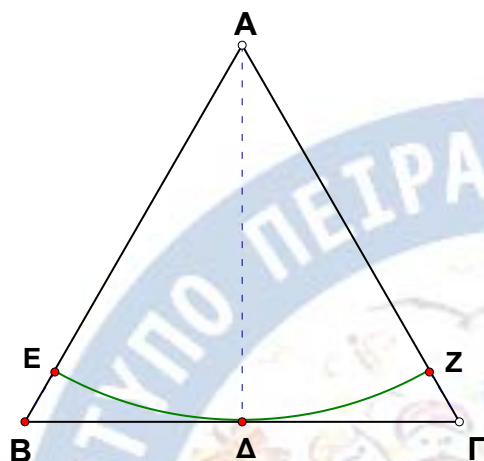
2. Τόξο 45° σε κύκλο (O, ρ) έχει μήκος 3cm. Να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του κύκλου.



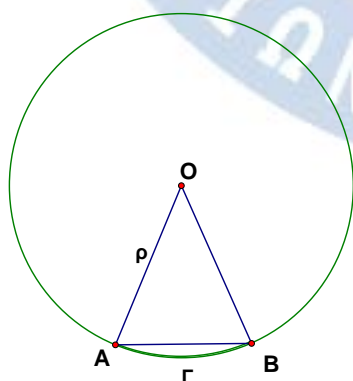
3. Μια εγγεγραμμένη γωνία $\text{ΒΑΓ} = 30^\circ$ βαίνει στο τόξο ΒΓ με μήκος χορδής $\text{ΒΓ} = 4\text{cm}$. Υπολογίστε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου, το εμβαδόν του τριγώνου ΟΒΓ καθώς και του ΑΒΓ .



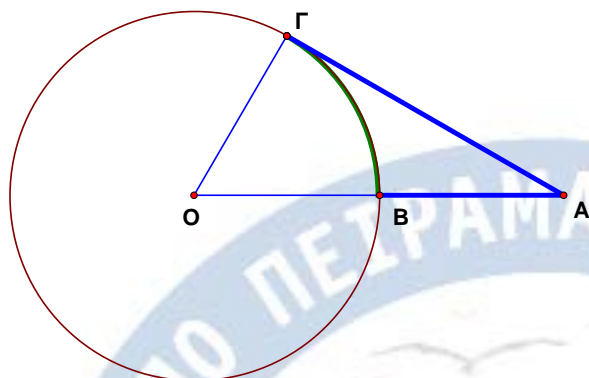
4. Σε ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς $a = 4\text{cm}$ να γράψετε κύκλο ($A, A\Delta=r$) όπου $A\Delta$ το ύψος του. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται μεταξύ του κύκλου και του τριγώνου, καθώς και το μήκος του τόξου που βρίσκεται μέσα στο τρίγωνο.



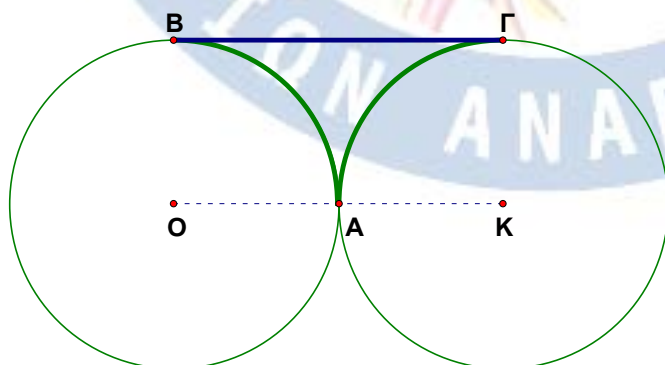
5. Σε κύκλο ($O, \rho=6\text{cm}$), η γωνία $A = 70^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος $A\Gamma B$.



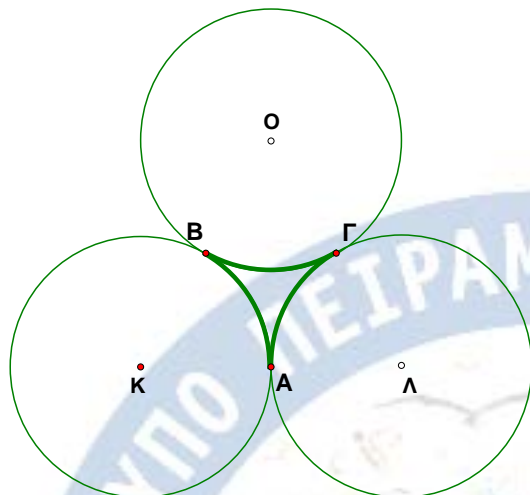
6. Ο κύκλος του σχήματος έχει ακτίνα $\rho=3\text{cm}$, και η απόσταση $OA=6\text{cm}$, ενώ η $A\Gamma$ είναι εφαπτόμενη του κύκλου. Να υπολογίσετε :
- Α. Τη γωνία $BO\Gamma$ Β. Το μήκος της $A\Gamma$ Γ. Το εμβαδόν του τριγώνου $AO\Gamma$ Δ. Το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$.



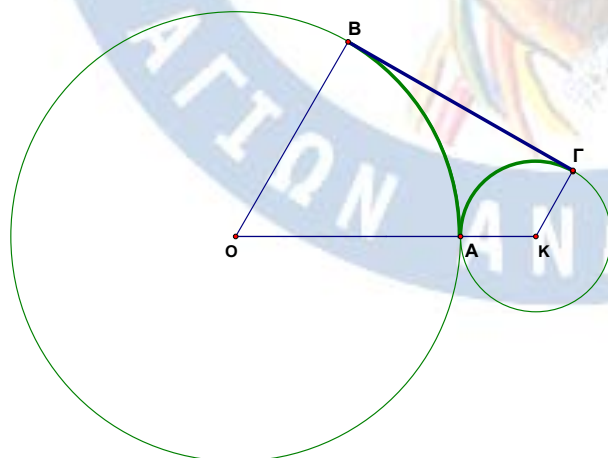
7. Δύο ίσοι κύκλοι εφάπτονται στο σημείο A. Αν BΓ κοινή εξωτερική εφαπτομένη, υπολογίστε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ABΓ.



8. Τρεις ίσοι κύκλοι εφάπτονται ανά δύο στα σημεία A , B και Γ . Υπολογίστε το εμβαδόν και την περίμετρο του καμπυλόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$.



9. Οι κύκλοι (K, ρ) και $(O, 3\rho)$ εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο A . Αν η $B\Gamma$ είναι κοινή εξωτερική εφαπτομένη των δύο κύκλων, υπολογίστε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$.





ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 3.3-3.6 α
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μήκος Κύκλου & Τόξου –
Εμβαδόν Κυκλικού δίσκου & Τομέα



Τάξη : Β Γυμνασίου.

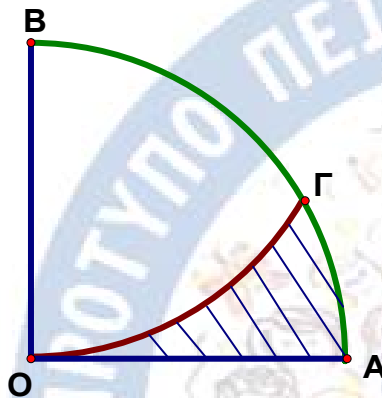
Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/νία :

1. Δίνεται τεταρτοκύκλιο AOB , ακτίνας R και τόξο $B\Gamma$ κύκλου (B, R) .

Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου OAG .

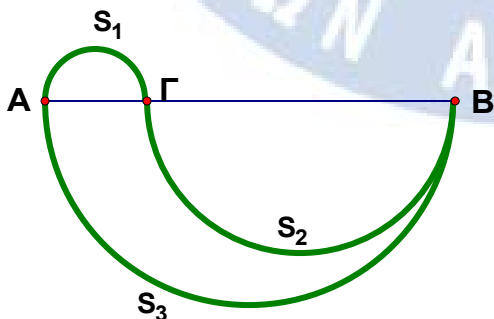


2. Δίνονται τρία ημικύκλια διαμέτρου AG , ΓB και AB , με $AB = 12\text{cm}$.

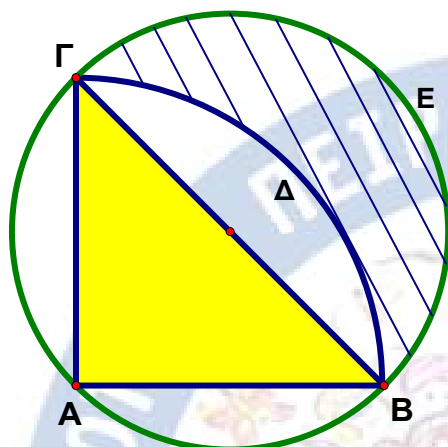
Αν το AG είναι το $1/3$ του ΓB , να υπολογίσετε :

α) Τα μήκη των τόξων $S_1 + S_2 + S_3$.

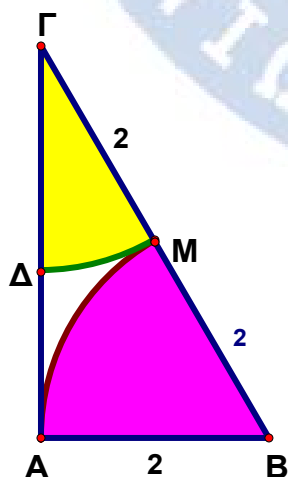
β) Το εμβαδόν του χωρίου που περιέχεται μεταξύ των τόξων αυτών.



3. Ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας $R = 6\text{cm}$. Γράφουμε κύκλο $(A, A\Gamma)$ και κρατάμε το τόξο που βρίσκεται μέσα στον πρώτο κύκλο. Να συγκρίνετε τα εμβαδά : του τριγώνου $AB\Gamma$ και του μηνίσκου (του καμπυλόγραμμου χωρίου που βρίσκεται μεταξύ των δύο κύκλων).



4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 2\text{cm}$ και $B\Gamma = 4\text{cm}$, γράφουμε κύκλο $(B, r=2)$ και $(\Gamma, r=2)$. Κρατάμε τα τόξα που βρίσκονται εσωτερικά του τριγώνου. Υπολογίστε την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου $A\Delta M$.





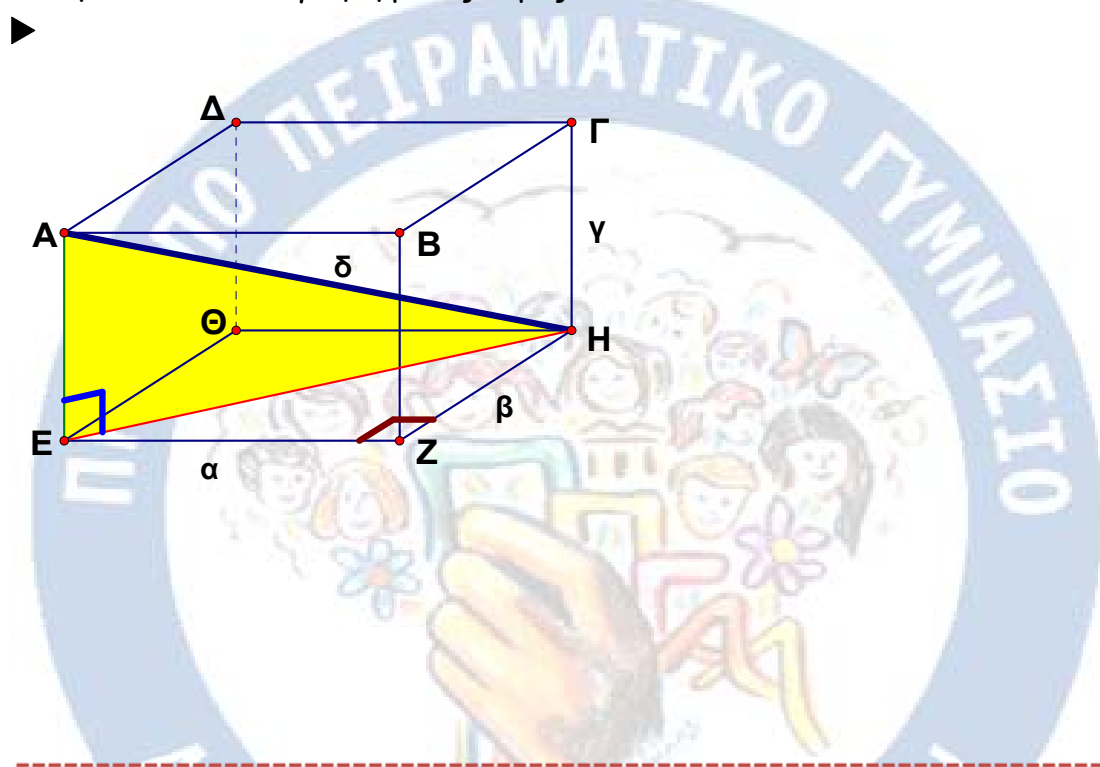
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ Β Κ 4.1-4.7
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρηση στερεών



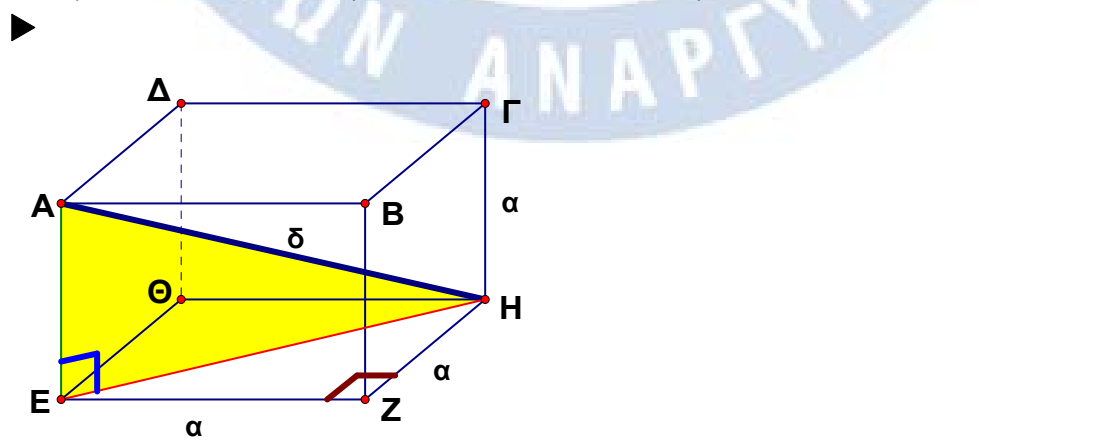
Τάξη : Β Γυμνασίου.
 Όνομα Μαθητή :

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης
 Ημ/νία :

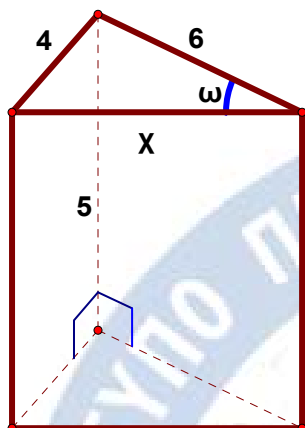
1. Υπολογίστε τη διαγώνιο δ του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με ακμές α , β και γ .
 Στη συνέχεια υπολογίστε το ολικό εμβαδόν της επιφάνειάς του και τον όγκο του σε συνάρτηση με τις ακμές του.



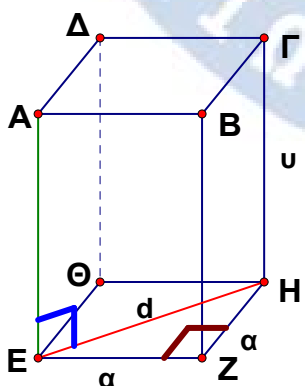
2. Ο κύβος του σχήματος έχει διαγώνιο $\delta = 2\sqrt{3}$. Να υπολογίσετε :
 α) Την ακμή του, β) το εμβαδόν του και γ) τον όγκο του.



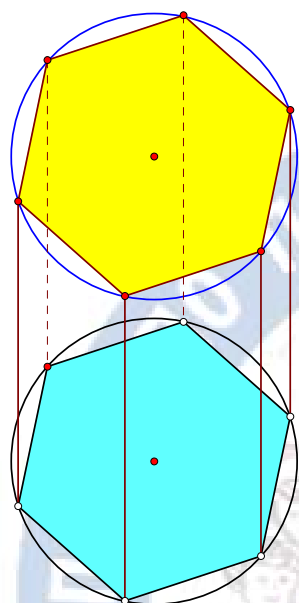
3. Στο ορθό τριγωνικό πρίσμα που δίνεται, να υπολογίσετε την πλευρά x της βάσης, αν γνωρίζετε ότι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του είναι 90cm^2 . Στη συνέχεια και αν γνωρίζετε ότι η γωνία $\omega = 30^\circ$, να υπολογίσετε το ολικό εμβαδόν της επιφάνειας του και τον όγκο του.



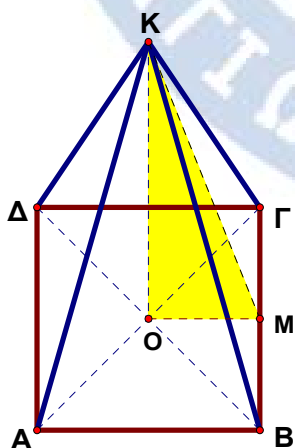
4. Σε ορθό τετραγωνικό πρίσμα η διαγώνιος της βάσης είναι $d = 2\sqrt{2}$ cm. Αν το ύψος του είναι $u = 4\text{cm}$, υπολογίστε το εμβαδόν της επιφάνειας του και τον όγκο του.



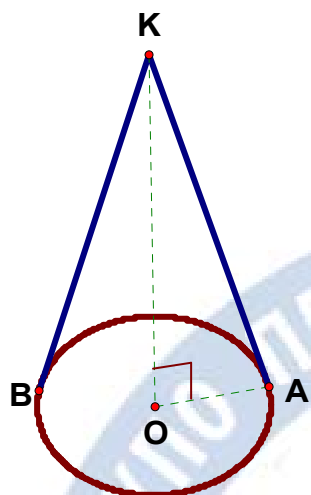
5. Σε ορθό κύλινδρο με ακτίνα βάσης $\rho = 4\text{cm}$ και ύψος $u = 6\text{cm}$, εγγράφεται ορθό κανονικό εξαγωνικό πρίσμα. Υπολογίστε :
- α) Τον όγκο του κυλίνδρου, β) τον όγκο του πρίσματος και γ) τον όγκο του στερεού που βρίσκεται μεταξύ πρίσματος και κυλίνδρου.



6. Ορθή τετραγωνική πυραμίδα έχει διαγώνιο βάσης $d = 2\sqrt{2}\text{cm}$, και ύψος $KO = 6\text{cm}$. Υπολογίστε : α) το εμβαδόν της βάσης του, β) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και γ) τον όγκο της.

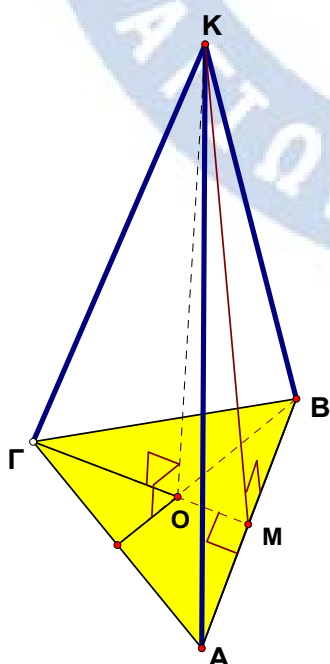


7. Δίνεται ορθός κώνος με ακτίνα βάσης $\rho = 3\text{cm}$ και ύψος $u = 5\text{cm}$. Να υπολογίσετε το ολικό εμβαδόν και τον όγκο του.



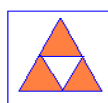
8. Ορθή τριγωνική πυραμίδα έχει βάση ισόπλευρο τρίγωνο ύψους $\Gamma\text{M} = 3\sqrt{3}\text{cm}$ και παράπλευρο ύψος $h = \text{KM} = 6\text{cm}$. Υπολογίστε :

α) Την πλευρά a της βάσης και το εμβαδόν της, β) την παράπλευρη ακμή $\text{KA} = \lambda$ και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας, γ) τον όγκο της πυραμίδας.



Φύλλα Αξιολόγησης

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



Χρήστος Π. Μουρατίδης
2014 – 2015



ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ Α
ΕΝΟΤΗΤΑ : Πράξεις Ρητών αριθμών



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ)

- α) Το άθροισμα δύο ομόσημων αριθμών είναι αριθμός ομόσημος με αυτούς.
- β) Το άθροισμα δύο ετερόσημων αριθμών εξαρτάται από το πρόσημο του αριθμού με τη μικρότερη απόλυτη τιμή.
- γ) Μια δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη περιττό είναι θετικός αριθμός.
- δ) Μια δύναμη με αρνητικό εκθέτη, μπορεί να έχει σαν βάση οποιοδήποτε αριθμό.
- Μ 8**

2. Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις στο χώρο που διατίθεται.

α) Αν το γινόμενο δύο ρητών αριθμών είναι θετικός ρητός, τότε τι συμπεραίνετε για τα πρόσημα των αριθμών αυτών;

.....

β) Αν το γινόμενο δύο ρητών αριθμών είναι ο αριθμός 0, τότε τι συμπεραίνετε για τους ρητούς αυτούς;

.....

γ) Τι πρόσημο έχει το γινόμενο δύο αντίθετων μη μηδενικών ρητών αριθμών και γιατί;

.....

δ) Υπάρχει ρητός αριθμός που δεν έχει αντίστροφο; Αν ναι, τότε είναι ένας; Ποιος ή Ποιοι;

.....

Μ 8

3. Υπολογίστε την παράσταση :

$$K = \frac{\left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3\right] : \left[-(-2)^2 + \frac{1}{2^{-3}}\right]^{-1}}{\frac{2(-3)^2}{5} \cdot \frac{(-1)^7}{2}}$$

Μ4



ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ Β
ΕΝΟΤΗΤΑ : Πράξεις Ρητών αριθμών



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ)

- α) Το άθροισμα δύο ετερόσημων αριθμών εξαρτάται από το πρόσημο του αριθμού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.
- β) Το άθροισμα δύο ομόσημων αριθμών είναι αριθμός ετερόσημος με τους δύο αυτούς αριθμούς.
- γ) Μια δύναμη με αρνητικό εκθέτη, μπορεί να έχει σαν βάση οποιοδήποτε αριθμό.
- δ) Μια δύναμη με βάση αρνητικό αριθμό και εκθέτη άρτιο είναι αρνητικός αριθμός.

Μ 8

2. Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις στο χώρο που διατίθεται.

α) Αν το γινόμενο δύο ρητών αριθμών είναι αρνητικός ρητός, τότε τι συμπεραίνετε για τα πρόσημα των αριθμών αυτών;

.....

β) Υπάρχει ρητός αριθμός που δεν έχει αντίστροφο; Αν ναι, τότε είναι ένας; Ποιος ή Ποιοι;

.....

γ) Τι πρόσημο έχει το γινόμενο δύο αντίθετων μη μηδενικών ρητών αριθμών και γιατί;

.....

δ) Αν το γινόμενο δύο ρητών αριθμών είναι ο αριθμός 1, τότε τι συμπεραίνετε για τους ρητούς αυτούς;

.....

Μ 8

3. Υπολογίστε την παράσταση :

$$K = \frac{\left[-(-3)^2 + \frac{1}{2^{-3}} \right] : \left[1 - \left(-\frac{1}{3} \right)^2 \right]^{-1}}{\left[\frac{3 \cdot (-2)^2}{2^3} \cdot \frac{(-1)^5}{2} \right]^{-1}}$$

Μ4



ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (Α)
ΕΝΟΤΗΤΑ: Εξισώσεις α' βαθμού



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{4}{5} - \frac{2x+2}{10} = \frac{4-3x}{5} + \frac{4x-2}{10}$

M10



3. Να λύσετε την εξίσωση : $x - \frac{1}{3} \left(\frac{3x}{2} - x \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{4x}{3} - 3 \right)$

M10





ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (Β)
ΕΝΟΤΗΤΑ : Εξισώσεις α' βαθμού



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{x-3}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{x}{3}$

Μ10



3. Να λύσετε την εξίσωση : $2x - \frac{1}{2} \left(\frac{4x}{2} - x \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{6x}{3} - 3 \right)$

Μ10





ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (Α)
ΕΝΟΤΗΤΑ : Προβλήματα & Εξισώσεις α' βαθμού



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{4}{5} - \frac{2x+2}{10} = \frac{4-3x}{5} + \frac{4x-2}{10}$

M10



2. Το τριπλάσιο μιας γωνίας ω αυξημένο κατά την παραπληρωματική της, ισούται με το τετραπλάσιο της συμπληρωματικής της. Βρείτε τη γωνία ω , τη συμπληρωματική και την παραπληρωματική της.

M10





ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (Β)
ΕΝΟΤΗΤΑ : Προβλήματα & Εξισώσεις α΄ βαθμού



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{x-3}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{x}{3}$

M10



2. Το τριπλάσιο γωνίας φ ελαττωμένο κατά την συμπληρωματική γωνία της φ , ισούται με το διπλάσιο της παραπληρωματικής της. Βρείτε τη γωνία φ , τη συμπληρωματική και την παραπληρωματική της.

M10





ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ : Εξισώσεις & Ανισώσεις α' βαθμού



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Να συμπληρώσετε τα κενά :

α) Αν $x < 0$, τότε $x - 5$

β) Αν $x \leq -2$, τότε $x + 3$

γ) Αν $x \geq -6$, τότε $\frac{x}{-2}$

δ) Αν $x \geq -\frac{1}{2}$, τότε $-4x$

ε) Αν $x > 5$, τότε $\frac{3x}{-2}$

M5

2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ)



	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
α. Αν $a < b$, τότε $a - 5 < b - 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
β. Αν $a < 0$, τότε $-2a + 3 > 3$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
γ. Αν $a > 0$, τότε $1/a > 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
δ. Η ανίσωση $x + 2014 \leq x + 2013$, αληθεύει για κάθε αριθμό x .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ε. Η ανίσωση $2x - 5 > 4x + 3$, έχει λύσεις τους αριθμούς $x < 4$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
στ. Για την τιμή $\mu=6$ η ανίσωση : $(3\mu-18)x < -5$, είναι αδύνατη.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

M6



3. Α) Να λύσετε την εξίσωση :

$$5 - \frac{x-1}{2} = \frac{4-2x}{4} + \frac{9}{2}$$

Μ3



Β) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

Μ4

i) $15x - 3(x - 2) < 7x + 21$ και ii) $\frac{x}{2} - \frac{2(x+3)}{3} \leq 2x + \frac{7}{3}$

Γ) Να βρείτε τις ακέραιες κοινές λύσεις της παραπάνω εξίσωσης και των δύο ανισώσεων.

Μ2



ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ : Εξισώσεις & Ανισώσεις α' βαθμού



Όνομα Μαθητή : Ημ/μία :

1. Να συμπληρώσετε τα κενά :

α) Αν $x - 2 < 0$, τότε x

β) Αν $x + 3 \geq -2$, τότε x

γ) Αν $x \leq -8$, τότε $\frac{x}{-2}$

δ) Αν $x \geq -\frac{3}{4}$, τότε $-4x$

ε) Αν $x > 7$, τότε $\frac{3x}{-2}$

M5

2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ)



	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
α. Αν $a > b$, τότε $a - 2 < b - 2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
β. Αν $a < 0$, τότε $-2a + 1 > 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
γ. Αν $a < 0$, τότε $1/a > 0$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
δ. Η ανίσωση $x + 2015 \leq x + 2014$, αληθεύει για κάθε αριθμό x .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
ε. Η ανίσωση $-2x + 3 < 3x - 2$, έχει λύσεις τους αριθμούς $x > 1$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
στ. Για την τιμή $\lambda = 5/2$ η ανίσωση : $(2\lambda - 5)x > -5$, είναι ταυτότητα.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

M6



3. Α) Να λύσετε την εξίσωση :
$$-\frac{3x-1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2-4x}{3} - \frac{x}{6}$$

Μ3



Β) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

Μ4

i) $3x - 4(x - 2) < 2x + 7$ και ii) $\frac{3x}{2} - \frac{2(x+1)}{3} \geq x - \frac{5}{3}$

Γ) Να βρείτε τις ακέραιες κοινές λύσεις της παραπάνω εξίσωσης και των δύο ανισώσεων.

Μ2



ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ : Υπερβολή



Όνομα Μαθητή : Ημ/μία :

1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ)

α) Το γινόμενο των τιμών δύο αντιστρόφως ανάλογων ποσών είναι σταθερό

β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -5/x$ περνάει από το σημείο $(1, -5)$

γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 2/x$ βρίσκεται στο 2^ο και στο 4^ο τεταρτημόριο

δ) Η υπερβολή δεν έχει άξονα συμμετρίας

Μ 8

2. Το σημείο $(1, 3)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης :

► Α. $y = -3/x$, Β. $y = -1/x$, Γ. $y = 1/x$, Δ. $y = 3/x$

Μ 2

3. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 1/x$, δεν διέρχεται από το σημείο

► Α $(1, 1)$, Β $(2, \frac{1}{2})$, Γ $(-3, 1/3)$ Δ $(-2, -1/2)$

Μ 2

4. Ποια γραφική παράσταση από τις παρακάτω συναρτήσεις, βρίσκεται στο 2^ο και στο 4^ο τεταρτημόριο;

► Α. $y = 2/x$, Β. $y = 3/x$, Γ. $y = -1/x$, Δ. $y = 1/x$

Μ 2

5. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{3k + 2}{x}$ διέρχεται από το σημείο $A(2, -1/2)$, να βρείτε την τιμή του k . Μ 3



-
6. Σχεδιάστε την υπερβολή $y = 1/x$ και την ευθεία $z = x$, στο ίδιο σύστημα αξόνων. Αν έχουν κοινά σημεία, να τα βρείτε. Μ 3



ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

ΘΕΜΑ 1^ο

Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε περίπτωση.

1. Η ομάδα αίματος ενός ανθρώπου είναι ποιοτική μεταβλητή.
2. Ο αριθμός των τροχαίων ατυχημάτων που συμβαίνουν σε μια διασταύρωση είναι διακριτή ποσοτική μεταβλητή.
3. Το άθροισμα όλων των συχνοτήτων μιας κατανομής είναι ίσο με το πλήθος του δείγματος n , δηλαδή: $v_1 + v_2 + \dots + v_k = n$.
4. Διάμεσος ενός δείγματος n παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως το ημιάθροισμα των δύο μεσαίων παρατηρήσεων, όταν ο n είναι άρτιος.
5. Αν διαιρέσουμε τη συχνότητα v_i μιας μεταβλητής X με το μέγεθος n του δείγματος, προκύπτει η σχετική συχνότητα $f_i\%$ της τιμής x_i .

(Μ5)

ΘΕΜΑ 2^ο

Στον επόμενο πίνακα φαίνεται η κατανομή των τερμάτων (X) που πέτυχε μια ομάδα ποδοσφαίρου στους 20 αγώνες του πρωταθλήματος.

Τέρματα x_i	0	1	2	3	4	5
Αγώνες v_i	3	8	4	2	2	1

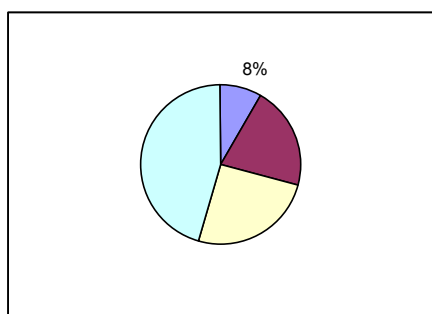
Συμπληρώστε τον πίνακα κατανομής, που ακολουθεί και απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις, επιλέγοντας τη σωστή απάντηση.

- A.** 1. Η μέση τιμή είναι : α. 1,75 β. 3,5 γ. 3,75 δ. 1 ε. 2,5
2. Η διάμεσος είναι : α. 1,75 β. 3,5 γ. 3,75 δ. 1 ε. 2,5
3. Η σχετική συχνότητα της τιμής 3 είναι : α. 0 β. 0,1 γ. 0,2 δ. 0,3 ε. 0,4

(M8)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δόθηκε το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα, με τα εξής στοιχεία : $f_1\%=8\%$, $f_2=0.21$, $\hat{\omega}_3 = 90^\circ$, $v_4=v_2+v_3$. Αν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι $n=24$, να συμπληρώσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων, και να κατασκευάσετε Ραβδόγραμμα Συχνοτήτων. (M7)



x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	ω_i
1			8	
2		0,21		
3				90
4	v_2+v_3			
Σύνολο	24			





ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ : ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ - ΕΜΒΑΔΑ

Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Αν σε ένα τρίγωνο ΚΛΜ ισχύει: $ΚΛ^2 = ΜΚ^2 + ΜΛ^2$

α) τι συμπεραίνετε για το τρίγωνο ΚΛΜ;

β) τι είδους γωνία είναι καθεμία από τις Κ, Λ και Μ;

2. Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου είναι 56dm, 900cm, 10,6m.

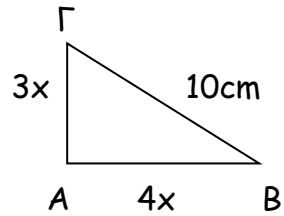
Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι ορθογώνιο.

3. Σ' ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) είναι ΑΒ=53m και ΒΓ=90m.

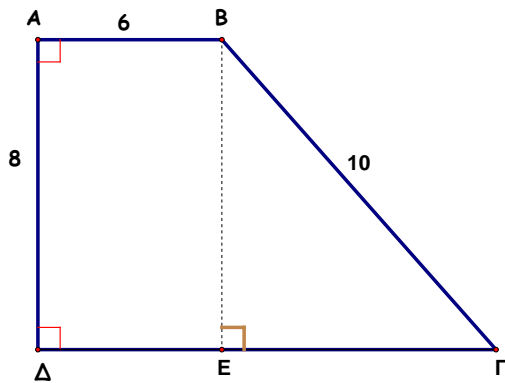
Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.

4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο είναι $AB=4x$, $AG=3x$ και $BΓ=10\text{cm}$.

- Να υπολογίσετε το x .
- Να βρείτε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου.
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου.



5. Να βρείτε το εμβαδόν του τραπεζίου $ABΓΔ$ του παρακάτω σχήματος:





ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ στη ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΕΝΟΤΗΤΑ : Μέτρηση Κύκλου



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα : (Μ6)



Εμβαδόν κυκλ.δίσκου				$81\pi \text{ m}^2$
Μήκος κύκλου		314m		
Διάμετρος			12m	
Ακτίνα	16m			

2. Το μήκος ενός ημικυκλίου ακτίνας ρ είναι : (Μ1)



(κυκλώστε το σωστό)

A. 4ρ

B. 2ρ

Γ. $\rho/2$

Δ. ρ

3. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα : (Μ2)



Μέτρο τόξου σε μοίρες	180°		360°	
Μέτρο τόξου σε ακτίνια		$\pi/2$		$\pi/4$

4. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ). (Μ4)

▶ 1. Αν διπλασιάσουμε την ακτίνα ενός κύκλου, τότε διπλασιάζεται

και το μήκος του κύκλου.

2. Αν τριπλασιάσουμε την ακτίνα ενός κύκλου, τότε τριπλασιάζεται

και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

3. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο ενός τόξου σε κύκλο (O, ρ) , τότε

διπλασιάζεται και το μήκος του στον ίδιο κύκλο.

4. Τα εμβαδά δύο κυκλικών τομέων, που αντιστοιχούν σε ίσες

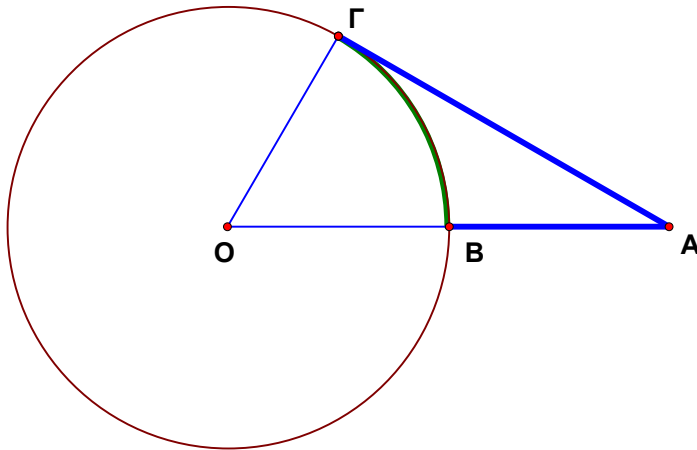
χορδές του ίδιου κύκλου, είναι ίσα.

5. Ο κύκλος του σχήματος έχει ακτίνα $r=3\text{cm}$, και η απόσταση $OA=6\text{cm}$, ενώ η $ΑΓ$ είναι εφαπτόμενη του κύκλου. Να υπολογίσετε :

- Α. Τη γωνία $ΒΟΓ$ Β. Το μήκος της $ΑΓ$ Γ. Το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΟΓ$
 Δ. Το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου $ΑΒΓ$.



(Μ7)





ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ στη ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ
ΕΝΟΤΗΤΑ : Τριγωνομετρία



Όνομα Μαθητή : Ημ/νία :

1. Πως ορίζεται η εφαπτομένη οξείας γωνίας σε ορθογώνιο τρίγωνο;



(Μ2)

2. Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση : $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$, όταν ω είναι μια οξεία γωνία ορθογωνίου τριγώνου.



(Μ4)

3. Αν φ και ω είναι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου, να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

Σε κάθε περίπτωση να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μ6)

α) $\eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi > 0$

β) $\eta\mu\varphi \cdot \eta\mu\omega < 0$

γ) $\eta\mu\varphi + \sigma\upsilon\nu\omega = 0$

δ) $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\omega$

ε) $\epsilon\varphi\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega > 1$

στ) $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega < 2$



α)

β)

γ)

δ)

ε)

στ)

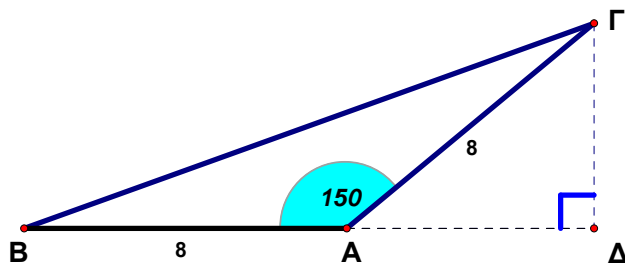
4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ισοσκελές, με $AB = A\Gamma = 8\text{cm}$, και γωνία $A = 150^\circ$.

Να υπολογίσετε : α) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ και

β) την περίμετρο του $AB\Gamma$.

(Μ8)

($\eta\mu 30=0,5$, $\sigma\upsilon\nu 30=0,86$ και $\eta\mu 15=0,26$, $\sigma\upsilon\nu 15=0,965$)





ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΕΡΕΑ



Τάξη : Γ Γυμνασίου.

Καθ. Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή :

Ημ/μία :

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα :

Στερεό	Εμβαδόν Παράπλευρης Επιφάνειας	Εμβαδόν Ολικής Επιφάνειας	Όγκος
Ορθό Πρίσμα			
Πυραμίδα			
Κώνος			
Κύλινδρος			
Σφαίρα			

(Μ5)

2. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις α) δύο επιπέδων, β) δύο ευθειών στο χώρο και γ) μιας ευθείας και ενός επιπέδου. (Μ3)
3. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 10cm και ύψος 8cm. Να βρείτε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας. (Μ4)
4. Η διάμετρος σφαίρας είναι $d = 10\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειάς της και τον όγκο της. (Μ4)
5. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κώνου είναι 60cm^3 και η γενέτειρά του $\lambda = 4\text{cm}$. Να υπολογίσετε : α) την ακτίνα της βάσης του, β) το ύψος του και γ) τον όγκο του. (Μ4)

Τα θέματα να συνοδεύονται από τα αντίστοιχα σχήματα!