

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Καθηγητής : Χρήστος Μουρατίδης

Μάρτιος 2015

Όνομα Μαθητή/τριας : .....

---

### Θέμα 1<sup>ο</sup>

Δίνεται τετράγωνο  $ΑΒΓΔ$  εγγεγραμμένο σε κύκλο  $(Ο, R)$  και έστω  $P$  το μέσο της  $ΒΓ$ . Αν η  $ΑΡ$  τέμνει τον κύκλο στο  $Θ$  τότε :

Α. Υπολογίστε το τμήμα  $ΑΡ$  (8M)

Β. Δείξτε ότι  $ΡΘ = \frac{R\sqrt{10}}{10}$ . (10M)

Γ. Βρείτε το λόγο των εμβαδών των σχημάτων  $ΑΒΡ$  και  $ΑΔΡ$ . (7M)

### Θέμα 2<sup>ο</sup>

Δίνεται παραλληλόγραμμο  $ΑΒΓΔ$  με  $ΑΒ=α$ ,  $ΒΓ=β$  και  $ΑΓ=γ$ , όπου  $ΑΓ>ΒΔ$ .

Α. Δείξτε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των πλευρών του ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των διαγωνίων του. (10M)

Β. Δείξτε ότι  $ΒΔ^2=2(α^2+β^2)-γ^2$  (5M)

Γ. Με διαμέτρους τις διαγώνιες  $ΑΓ$  και  $ΒΔ$  γράφουμε κύκλους.  
Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού δακτυλίου που σχηματίζεται, συναρτήσει των  $α, β, γ$ . (10M)

### Θέμα 3<sup>ο</sup>

Δίνεται τρίγωνο  $ΑΒΓ$  με πλευρές  $α=7$ ,  $β=8$  και  $γ=5$ .

1. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι οξυγώνιο.
2. Να υπολογίσετε την προβολή της πλευράς  $γ$  πάνω στη  $β$ .
3. Να δείξετε ότι η γωνία  $Α=60^\circ$ .
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του  $ΑΒΓ$ .
5. Αν  $E_1, E_2$  τα εμβαδά του περιγεγραμμένου και του εγγεγραμμένου

κύκλου του  $ΑΒΓ$  αντίστοιχα, να δείξετε ότι  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{49}{9}$ . (5X5 M)