ΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Α.1.2

1. Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των φυσικών αριθμών είναι οι εξής :
   Αντιμεταθετική ιδιότητα π.χ. α+β=β+α
   Προσετεριστική ιδιότητα π.χ. α+β+γ=(α+β)+γ=α+(β+γ)

2.Η πραξη της αφαίρεσης είναι η αντίθετη της πρόσθεσης. Όταν απο τον Μειωτέο αφαιρέσουμε τον Αφαιρεταίο προκύπτει η Διαφορά. Η αφαίρεση μπορει να εκτελεστεί μονο αν ο Μειωτέος είναι μεγαλύτερος του Αφαιρεταίου.

3.Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των φυσικών είναι οι εξής:
Αντιμεταθετική ιδιότητα π.χ α*β=β*α
Προσετεριτική ιδιότητα π.χ α*β*γ=(α*β)*γ=α*(β*γ)
Επιμεριστική ιδιότητα π.χ α*(β+γ)=α*β+α*γ
Διπλή Επιμεριστική π.χ (α+β)*(γ+δ)=α*γ+α*δ+β*γ+β*δ

4.α*(β+γ)=α*β+α*γ α*(β-γ)=α*β-α*γ

Α.1.3

5. Ονομάζουμε νιοστή δύναμη του α (ή νιοστή δύναμη με βάση το α), ένα γινόμενο από ν παράγοντες ίσους με τον α. Δηλαδή: α.α.α...α.α.α (ν φορές). Ο φυσικός αριθμός α ονομάζεται βάση της δύναμης και ο ν εκθέτης ,
ενώ η δύναμη αν λέγεται ¨άλφα στη νιοστή¨.

6.Η δεύτερη και η τρίτη δύναμη ενός φυσικού αριθμού α διαβάζονται αλλιώς και α εις το τετράγωνο και α εις τον κύβο αντίστοιχα. Η δύναμη α^1 ισούται με 0 ενώ η δύναμη 1^ν ισούται με 1 διότι 1*1*1*1*1*1*....................*1+*1*1=1

7.Αριθμητική παράσταση καλείται σειρά αριθμών που συνδέονται με πράξεις μεταξύ τους. Το αποτέλεσμα της αριθμητικής παράστασης ονομάζεται τιμή της.

Α.1.4

8. Ευκλειδια διαιρεση ονομάζεται η πράξη κατά την οποία ένας αριθμός Δ διαιρείται με τον δ δίνοντας ως αποτέλεσμα το αθροισμα αριθμών Δ : δ= π+υ , υ<π

9.Η Ευκλείδια διαίρεση λέγεται τέλεια όταν το πηλίκο ισούται με 0.
- Εάν Δ=δ τότε π=1 και υ=0
- Εάν δ=1 τότε π=Δ
- Εάν Δ=0 τότε π = 0

Α.1.5

10.Πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού λέγονται οι αριθμοί που προκείπτουν απο τον πολλαπλασιασμό του με άλλους φυσικούς αριθμούς.

11.Οι ιδιότητες που ισχύουν για τα πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού είναι οι εξής
- Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσιά του.
  π.χ το 4 διαιρεί το 8 επειδή 8=2*4

- Κάθε αριθμός που διαιρείται απο έναν άλλο, είναι πολλαπλάσιο.

π.χ το 8 είναι πολλαπλάσιο του 4 , άρα διαιρείται με το 4.

- Άν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο, τότε διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.

π.χ ο αριθμός 4 διαιρεί το 12 άρα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του όπως 2*12=2

12. Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο(Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών διαφορετικών του μηδενός ονομάζεται το μικρότερο από τα κοινά τους πολλαπλάσια.

π.χ πολλαπλάσια του 4:4,8,12,16,20,24,28,32,36,40…….

πολλαπλάσια του 5: 5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,.........

κοινά πολλαπλάσια 3 , 5: 20 , 40

Ε.Κ.Π: 20

13.Διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού λέγονται όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν

π.χ διαιρέτες του αριθμού 15 είναι οι αριθμοί 3,5,15

14.Πρώτοι ονομάζονται οι αριθμοί που διαιρούνται μόνο με τον εαυτό τους και την μονάδα (π.χ 1,2,5,7 κ.α) ενώ σύνθετοι ονομάζονται όλοι οι υπόλοιποι αριθμοί (π.χ 4,8,6,9,12,).

15.Μέγισθος κοινός διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.) δύο αριθμών ονομάζεται ο μεγαλύτερος απο τους κοινούς τους διαιρέτες

π.χ διαιρέτες του 8: 1,2,4,8

διαιρέτες του 12: 1,2,4,6,12

κοινοί διαιρέτες: 1,2,4

Μ.Κ.Δ. : 4

16. Δύο αριθμοί λέγονται πρώτοι μεταξύ τους οταν έχουν Μ.Κ.Δ. τον αριθμό 1.

17. Τα κριτήρια διαιρετότητας είναι :

- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10 , 100 , 1000 κ.α εάν λήγει σε ένα , δύο , τρία μηδενικά αντιστοιχα.
- Ένας αριθμός διαιρείται με το 2, όταν το τελευτάιο ψηφίο είναι 0,2,4,6,8.
- Ένας γυσικός αριθμός διαιρείται με το 5, αν λήγει σε 0 ή 5.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3 ή το 9 αντιστοιχα.
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται συγχρόνως με το 4 ή και το 25, αν τα δύο τελευταία του ψηφία είναι μηδέν .

Α.1.5

18.Κλασματική μονάδα ονομάζεται το κλάσμα το οποίο έχει αριθμητή τον αριθμό 1 και παρονομαστή οποιονδήποτε άλλο αριθμό(≠ 0).

π.χ 1/2 , 1/8 , 1/5

19. Κλάσμα ή κλασματικός αριθμός ονομάζεται κάθε αριθμός κ/ν όπου κ,ν φυσικοί αριθμοί ($\neq 0$).
π.χ 3/8 , 7/12 , 2/4
Σε αυτό διακρίνουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή δηλαδή τους δύο όρους του κλάσματος και την κλασματική γραμμή.

20.Ένα κλάσμα παριστάνει και το πηλίκο της διαίρεσης του αριθμητή διά του παρονομαστή.
π.χ 3/4=3÷

21.Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να γραφτεί και ως κλάσμα με παρονομαστή τον αριθμό 1.
π.χ ο αριθμός 2 μπορεί να γραφτεί και ως 2/1 αφού 2÷1=2

A.2.2

22.Δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα μεγέθους ή ίσων μεγεθών.
π.χ ½ =2/4

23. Οι ιδιότητες των ισοδύναμων κλασμάτων είναι οι εξείς :

- Άν δύο κλάσματα είναι ίσα τότε και τα ‘χιαστί γινόμενά’ τους είναι ίσα και αντιστρόφος.
- Όταν πολλαπλασιαστούν οι όροι ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο.
- Όταν οι όροι ενός κλάσματος διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο.

24.Όταν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν κοινό παρονομαστή λέγονται ομώνυμα ενώ όταν έχουν διαφορετικούς παρονομαστές λέγονται ετερώνυμα .

A.2.3

25.
- Από δύο ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο ειναι αυτό που έχει τον μεγαλύτερο αριθμητή.
- Για να συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και συγκρίνουμε τους αριθμητές τους.
- Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει τον μικρότερο παρονομαστή.

A.2.4

26. Ο συμβολισμός που παριστάνει το άθροισμα ενός ακεραίου με ένα κλάσμα , μικρότερο της μονάδας ονομάζεται μεικτός αριθμός.

A.2.5

27. Τα κλάσματα που έχουν γινόμενο 1 λέγονται αντίστροφα

$\longrightarrow$ α/β*β/α =1 , 2/4*4/2=2*4/4*2=1

A.2.6

28. Ένα κλάσμα του οποίου τουλάχιστον ένας του όρος είναι κλάσμα λέγεται σύνθετο.

A.3.1

29 . Δεκαδικό κλάσμα λέγεται ένα κλάσμα που για παρονομαστή του έχει μία δύναμη του δέκα.
π.χ . 3/1000

A.4.1

31. Εξίσωση : Είναι μία ισότητα, που περιέχει αριθμούς και ένα γράμμα (άγνωστο). $\longrightarrow$ 4 +α = 7

Λύση ή ρίζα της εξίσωσης : Είναι ο αριθμός που, όταν αντικαταστήσει τον άγνωστο, επαληθεύει την ισότητα.

4+α = 7

α = 7-4

α = 3

Επίλυση μιας εξίσωσης : Ονομάζεται η διαδικασία , μέσω της οποίας , βρίσκουμε την λύση της εξίσωσης.

32.

Αόριστη ή ταυτότητα: Ονομάζεται μία εξίσωση όταν όλοι οι αριθμοί είναι λύσεις της.

0*χ = 0

Αδύνατη : Λέγεται μία εξίσωση όταν κανένας αριθμός δεν την επαληθεύει.

0* α = 7

A.5.1

33.Ποσοστό επί τοις εκατό ή ποσοστό ονομάζεται το ποσοστό που είναι ίσο με α/100 . Ποσοστό επί τοις χιλίοις ονομάζεται το ποσοστό που είναι ίσο με α/1000.

A.6.1

34. Οθοκανονικό ονομάζεται το σύστημα ημιαξόνων του οποίου οι ημιάξονες τέμνονται κάθετα και πάνω τους έχουμε ορίσει την ίδια μονάδα μέτρησης. Ο ημιάξονας Οχ λέγεται ημιάξονας των τετμημένων ενώ ο Οy, μιάξονας των τεταγμένων. Η τετμημένη και η τεταγμένη ενός σημείου λέγονται και συντεταγμένες του σημείου.

35. Το ζεύγος τετμημένης και τεταγμένης ενός σημείου, πχ Α (3,1) του οποίου ο αριθμός 3 εναι πρώτος είναι η τετμημένη του σημείου Α ενώ ο δεύτερος αριθμός 1 είναι η τεταγμένη του σημείου Α λέγεται διατεταγμένο ζεύγος, γιατί έχει σημασία η διάταξη, δηλαδή η σειρά με την οποία είναι γραμμενοι οι αριθμοί.

A.6.2

36. Λόγος δύο ομοειδών μεγεθών , που εκφράζονται με την ίδια μονάδα μέρησης, είναι το πηλίκο των μέτρων τους .

37. Αναλογία ονομάζεται η ισότητα δύο λόγων. Κάθε σχέση αναλογίας α/β = γ/δ είναι ισοδύναμη με την σχέση α*δ = β*γ

38. Κλίμακα ονομάζεται ο *λόγος της απόστασης* δυο σημείων μιας εικόνας ενός αντικειμένου προς την πραγματική απόσταση των δύο αντίστοιχων σημείων του αντικειμένου.

39. Δύο σχήματα είναι όμοια όταν το ένα αποτελεί *σμίκρυνση* ή *μεγέθυνση* του άλλου.

A.6.3

40. Δύο ποσά λέγονται ανάλογα, εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με κάποιον αριθμό τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο.

41. Δύο ποσά χ και y είναι ανάλογα,όταν οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα ίδιο πηλίκο: y/χ = α. Το α ονομάζεται *συντελεστής αναλογίας*.

42. Τα ανάλογα ποσά χ και y συνδέονται με την σχέση : y = α*χ όπου α συντελεστής αναλογίας. Όταν το ποσό y είναι *ποσοστό* του ποσού χ τότε τα δύο ποσά συνδέονται με την σχέση y = (α/100)*χ και είναι ανάλογα με συντελεστή αναλογίας το α/100 ή α%.

A.6.4

43. Τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών (χ, y) δύο ανάλογων ποσών βρίσκονται πάνω σε μία ημιευθεία με αρχή την αρχή O (o,o) των ημιαξόνων.

A.6.5

44. Εξετάζουμε αν τα ποσά που μεταβάλλονται είναι τέτοια ώστε: όταν οι τιμές του ενός ποσού πολλαπλασιάζονται, με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.
Εξετάζουμε αν τα ποσά συνδέονται με μια σχέση αναλογίας.
Εξετάζουμε αν όλες οι αντίστοιχες τιμές των δύο ποσών έχουν σταθερό λόγο.

A.6.6

45. Δύο ποσά λέγονται αντιστρόφος ανάλογα όταν το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους παραμένει σταθερό : y * χ=α, α ≠0.

46. Δύο μεγέθη είναι αντιστρόφος ανάλογα , στην περίπτωση που η μεταβολή τους είναι τέτοια έτσι ώστε : όταν το ένα μέγεθος πολλαπλασιάζεται επί έναν αριθμό , τότε το άλλο διαιρείται με τον ίδιο αριθμό.

A.7.1

47. Τα σύμβολα «+» και «-» λέγονται πρόσημα , γράφονται πίσω από τους ατιθμούς και τους χαρακτηρίζουν ως θετικούς και αρνητικούς, αντίστοιχα.

48. Ομόσημοι λέγονται οι αριθμοί που έχουν ίδιο πρόσημο (π.χ -3-7) ενώ ετερόσημοι, οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο (π.χ 3, -4).

49. Ακέραιοι είναι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

Ρητοί αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοι μας έως τώρα αριθμοί : φυσικοί, κλάσματα, δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

A.7.2

50. Η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη α από την αρχή Ο του άξονα και συμβολίζεται με |α|.

51. Αντίθετοι ονομάζονται δύο αριθμοί που είναι ετερόσημοι αλλά με την ίδια απόλυτη τιμή. π.χ -3,3.

52. Ο αντίθετος του x είναι ο –x.

53.

- Η απόλυτη τιμή ενός θετικού είναι ο ίδιος ο αριθμός.
- Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού είναι ο αντίθετός του.
- Η απόλυτη τιμή του 0 είναι το 0.

A.7.3

54.

- Για να προσθέσουμε δυο ομόσημους ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα τους βάζουμε το κοινό τους πρόσημο.
- Για να προσθέσουμε δυο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή τη μικρότερη και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή

55. Οι ιδιότητες της πρόσθεσης τν ρητών είναι :

- Αντιμεταθετική ιδιότητα
- Προσεταιριστική ιδιότητα
- Το μηδέν όταν προστεθεί σε ένα ρητό αριθμό δεν τον μεταβάλλει
- Το άθροισμα δυο αντίθετων αριθμών είναι μηδέν

A.7.4

56.

- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της «+» μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το «+» και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.
- Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της «-» μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το «-» και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αντίθετα πρόσημα.

Α.7.5

57.

- Για να πολλαπλασιάσουμε δυο ομόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο τους βάζουμε το πρόσημο«+».   +*+=+   ,   - * - = +
- Για να πολλαπλασιάσουμε δυο ετερόσημουςρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο τους βάζουμε το πρόσημο «-».   +* - = +   ,   - * + = -

58.

- Αντιμεταθετική Ιδιότητα $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$
- Προσεταιριστική Ιδιότητα $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$
- Το +1 ουδέτερο στοιχείο πολλαπλασιασμού $\alpha \cdot (+1) = \alpha$
- Το 0 απορροφητικό στοιχείο $\alpha \cdot 0 = 0$
- Επιμεριστική Ιδιότητα $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$

59. Δυο αριθμοί που το γινόμενο τους είναι +1 λέγονται αντίστροφοι.

60.

- Για να διαιρέσουμε 2 ομόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο ”+” . Δηλαδή + · + = + και − · − = +
- Για να διαιρέσουμε 2 ετερόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο ”-”.   Δηλαδή − · + = − και + · − = −

Η εργασία αυτή έγινε από τη μαθήτρια του Α2 : Φωτεινή Μπαλέζου
Μάιος 2014