ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ - ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ

Όνομα Μαθητή :..... Ημ/νία :.....

Θέμα 1°

Υπολογίστε τις ποσότητες :

▶

$A = a^2 - (a-1)\cdot(a+1) = a^2 - (a^2-1) = a^2 - a^2 + 1 = 1.$ (Μ1)

$B = (\nu+1)^2 - \nu^2 = (\nu+1-\nu)\cdot(\nu+1+\nu) = 2\nu+1.$ (Μ1)

$C = \dfrac{a^3-2a^2+a}{a^2-a} = \dfrac{a(a^2-2a+1)}{a(a-1)} = \dfrac{(a-1)^2}{a-1} = a-1.$ (Μ2)

$D = \dfrac{(a^2-a)+2a-2}{a^2-1} = \dfrac{a(a-1)+2(a-1)}{(a-1)(a+1)} = \dfrac{(a-1)\cdot(a+2)}{(a-1)\cdot(a+1)} =$ (Μ2)

$= \dfrac{a+2}{a+1}.$

$E = \left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2 \cdot \dfrac{a^3+a^2}{(a+1)^3} = \left(\dfrac{a^2-1}{a}\right)^2 \cdot \dfrac{a^2(a+1)}{(a+1)^3} =$ (Μ2)

$= \left[\dfrac{(a-1)(a+1)}{a}\right]^2 \cdot \dfrac{a^2(a+1)}{(a+1)^3} = \dfrac{(a-1)^2(a+1)^2 a^2 (a+1)}{a^2(a+1)^3} = (a-1)^2.$

$F = \dfrac{(a^2+a+1)\cdot(a^2-1)}{(a+1)\cdot(a^3-1)} = \dfrac{(a^2+a+1)\cdot(a-1)\cdot(a+1)}{(a+1)\cdot(a-1)(a^2+a+1)} = 1.$ (Μ2)

$G=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x}\cdot\dfrac{2x+x^2}{x^2+x-2}=\dfrac{(x^2-2x-x+2)\cdot x\cdot(2+x)}{x(x-1)\cdot(x^2+x-1-1)}=$ (M3)

$\dfrac{[x(x-2)-(x-2)]\cdot x\cdot(x+2)}{x\cdot(x-1)[x^2-1+x-1]}=\dfrac{(x-2)(x-1)\cdot x\cdot(x+2)}{x(x-1)[(x-1)(x+1)+x-1]}=\dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+2)}=\dfrac{x-2}{x-1}.$

$H=\dfrac{a^2-2a+1}{a+3}\cdot\dfrac{9+6a+a^2}{(a-1)^2}=\dfrac{(a-1)^2\cdot(3+a)^2}{(a+3)\cdot(a-1)^2}=a+3.$ (M2)

ΘΕΜΑ 2ο

Αν $(a+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2=4$, δείξτε ότι $a\cdot\beta=1$. (M2)

▶

$(a+\beta)^2-(a-\beta)^2=4\Leftrightarrow(a+\beta+a-\beta)\cdot(a+\beta-a+\beta)=4\Leftrightarrow$

$2a\cdot2\beta=4\Leftrightarrow 4a\beta=4\Leftrightarrow a\beta=\dfrac{4}{4}=1.$

ΘΕΜΑ 3ο

1. Αν $(a+\beta)^3=\alpha^3+\beta^3$ τότε δείξτε $\alpha=-\beta$, με $\alpha\neq0,\beta\neq0$.

2. Αν $(a-\beta)^3=\alpha^3-\beta^3$ τότε δείξτε $\alpha=\beta$, με $\alpha\neq0,\beta\neq0$

▶ (M3)

1. $(a+\beta)^3=a^3+\beta^3\Leftrightarrow a^3+3a^2\beta+3a\beta^2+\beta^3=a^3+\beta^3\Leftrightarrow$

$3a\beta(a+\beta)=0\Leftrightarrow a\beta=0$ (άτοπο) ή $a+\beta=0\Leftrightarrow a=-\beta.$

2. $(a-\beta)^3=a^3-\beta^3\Leftrightarrow a^3-3a^2\beta+3a\beta^2-\beta^3=a^3-\beta^3\Leftrightarrow$

$-3a\beta(a-\beta)=0\Leftrightarrow a\beta=0$ (άτοπο) ή $\alpha-\beta=0\Leftrightarrow\alpha=\beta.$