

Άλγεβρα-Γεωμετρία-Κατεύθυνση Β' Λυκείου

Όνομα :

Μάιος 2013

Θέμα 1°

Δίνονται οι συναρτήσεις : $f(x) = \ln^2 x - \ln x^2 + 1$, $x > 0$ και

$$g(x) = -1 + \eta\mu\left(\frac{\pi x}{2e}\right), \quad x \in \mathfrak{R}$$

- A1. Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \geq 1$. M4
- A2. Να βρείτε τις τιμές του x ώστε η γραφική παράσταση της f να βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$. Υπάρχει ελάχιστη τιμή της f ; M4
- B1. Να βρείτε την περίοδο, την ελάχιστη τιμή και την μέγιστη τιμή της g . M6
- B2. Να λύσετε την εξίσωση : $g(x) = 0$ για $x \in [0, 6e]$. M7
- Γ. Υπάρχει λύση της εξίσωσης $f(x) = g(x)$;
Δικαιολογείστε την απάντησή σας. M4

Θέμα 2°

Δίνονται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (1, 2)$ και το σημείο $A(3, 5)$.

- A. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο A και είναι παράλληλη με το διάνυσμα $\vec{\alpha}$. M4
- B. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C που εφάπτεται της ευθείας ε στο A και τέμνει τον άξονα yy' στο σημείο $E(0, 2)$. M8
- Γ. Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης που έχει μία από τις εστίες της το σημείο E και μεγάλο άξονα ίσο με τη μεγαλύτερη πλευρά του ορθογωνίου βάσης της υπερβολής με εξίσωση: $y^2 - 20x^2 = 5$. M6
- Δ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το A και απέχει από το σημείο E απόσταση 3. M7

Θέμα 3°

Θεωρούμε την ευθεία $\epsilon: x + y = 1$ και την παραβολή $C: y^2 = 2x$.

1. Να βρείτε τα κοινά τους σημεία A και B . M5
2. Να προσδιορίσετε το σημείο Γ στο οποίο η ευθεία ϵ τέμνει τη διευθετούσα δ της C . M5
3. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C_1 , ο οποίος έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα ΓE , όπου E η εστία της παραβολής C . M9
4. Να βρείτε την ευθεία που εφάπτεται του προηγούμενου κύκλου C_1 στο σημείο E . M6

Θέμα 4°

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $a=7$, $b=8$ και $\gamma=5$.

1. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι οξυγώνιο.
2. Να υπολογίσετε την προβολή της πλευράς γ πάνω στη β .
3. Να δείξετε ότι η γωνία $A=60^\circ$.
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του $AB\Gamma$.
5. Αν E_1, E_2 τα εμβαδά του περιγεγραμμένου και του εγγεγραμμένου

κύκλου του $AB\Gamma$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $\frac{E_1}{E_2} = \frac{49}{9}$.

