



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ
Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ
ΕΚΠ/ΣΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Γ' ΑΘΗΝΑΣ



ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ
ΑΓΙΩΝ ΑΝΑΡΓΥΡΩΝ

Άγιοι Ανάργυροι, 28 Μαΐου 2013

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Β

ΘΕΩΡΙΑ 1

α) Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a και πως συμβολίζεται αυτή;

β) Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις :

i) αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$ ii) $\sqrt{(-3)^2} = \dots\dots\dots$

iii) αν $a < 0$ τότε $\sqrt{a^2} = \dots\dots\dots$

γ) Ποιες είναι οι λύσεις των παρακάτω εξισώσεων:

i) $\sqrt{x^2} = 5$ ii) $\sqrt{x} = 7$

δ) Να κατασκευάσετε γεωμετρικά τον άρρητο αριθμό $\sqrt{5}$.

ΘΕΩΡΙΑ 2

α) Τι ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται;

β) Με τι ισούται το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου και τραπέζιου; Σε κάθε περίπτωση σχεδιάστε το αντίστοιχο σχήμα.

γ) Αποδείξτε τον τύπο του εμβαδού του τραπέζιου.

ΑΣΚΗΣΗ 1

A) Να λύσετε την εξίσωση : $5 - \frac{x-1}{2} = \frac{4-2x}{4} + \frac{9}{2}$

B) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων :

i) $15x - 3(x-2) < 7x + 21$ και

ii) $\frac{x}{2} - \frac{2(x+3)}{3} \leq 2x + \frac{7}{3}$

Γ) Να βρείτε τις ακέραιες κοινές λύσεις της παραπάνω εξίσωσης και των δύο ανισώσεων.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται η ευθεία $(\epsilon_1) : y = x + 4$. Να βρεθούν :

α) Η ευθεία (ϵ_2) η οποία είναι παράλληλη στην (ϵ_1) και διέρχεται από την αρχή των αξόνων.

β) Το σημείο τομής A της ευθείας (ϵ_1) με τον άξονα $y'y$.

γ) Η ευθεία (ϵ_3) η οποία είναι παράλληλη στον $x'x$ και διέρχεται από το σημείο A.

δ) Το σημείο τομής B των ευθειών (ϵ_2) και (ϵ_3) .

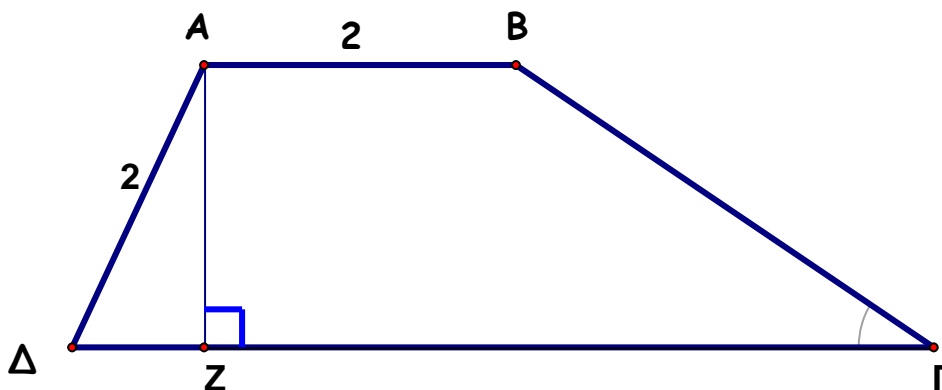
ε) Να σχεδιάσετε κύκλο με κέντρο B και ακτίνα BA.

στ) Αν Γ είναι το σημείο που ο κύκλος τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα OB, να υπολογίσετε το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου OAG.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται τραπέζιο ABΓΔ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $AB = AD = 2$ cm. Αν οι γωνίες Δ και Γ είναι αντίστοιχα 60° και 30° αντίστοιχα, να υπολογίσετε :

α) το ύψος AZ, β) την πλευρά ΓΔ, γ) το τμήμα BZ, δ) το εμβαδόν του τραapeζίου και ε) την περίμετρό του.



Απαντήστε μόνο σε μία Θεωρία και δύο Ασκήσεις

Η Δ/ντρια

Οι διδάσκοντες

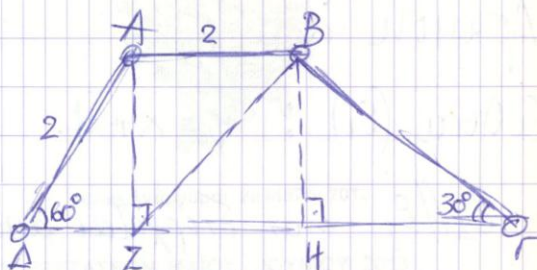
Β. Μπιτσιτέ

Β. Κωστόπουλος

Χ. Μουρατίδης

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Λογισμ. 3.



α) Στο $\triangle AZ\Delta$, $\hat{Z}=90^\circ$

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{AZ}{A\Delta} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AZ}{2} \Leftrightarrow \boxed{AZ = \sqrt{3}}$$

β) $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{\Delta Z}{A\Delta} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\Delta Z}{2} \Leftrightarrow \boxed{\Delta Z = 1}$

BH κάθετη προς τη ΔΓ άρα AZ//BH και AB//ZH
 τότε το ABHZ παραλλο και τάλιστα εφεδρώνιο,
 άρα $\boxed{ZH = AB = 2}$ και $\boxed{BH = AZ = \sqrt{3}}$

Στο $\triangle BH\Gamma$, $\hat{H}=90^\circ$ άρα $\epsilon\phi 30^\circ = \frac{BH}{H\Gamma} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{H\Gamma} \Leftrightarrow$

$\boxed{H\Gamma = 3}$. Άρα $\Delta\Gamma = \Delta Z + ZH + H\Gamma = 1 + 2 + 3 = 6$
 άρα $\boxed{\Delta\Gamma = 6}$

γ) Στο $\triangle ABZ$, $\hat{A}=90^\circ$ Π.Θ. $BZ^2 = AB^2 + AZ^2 = 2^2 + \sqrt{3}^2$
 $= 4 + 3 = 7$ άρα $\boxed{BZ = \sqrt{7}}$

δ) $E_{AB\Gamma\Delta} = \frac{(AB + \Delta\Gamma) \cdot AZ}{2} = \frac{(2 + 6) \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

ε) $\Pi_{AB\Gamma\Delta} = AB + B\Gamma + \Gamma\Delta + \Delta A = 2 + B\Gamma + 6 + 2 = 10 + B\Gamma$

$\eta\mu 30^\circ = \frac{BH}{B\Gamma} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{B\Gamma} \Leftrightarrow B\Gamma = 2\sqrt{3} \text{ cm}$. Τότε $\Pi = 10 + 2\sqrt{3} \text{ cm}$.

Άσκηση 2,

Ευθεία (E_1) : $y = x + 4$.

α) $E_2 \parallel E_1$ και διέρχεται από την αρχή των αξόνων

άρα E_2 : $y = ax$ με $a=1$ οπότε $y = x$: (E_2)

β) Η (E_1) τέμνει τον $y'y$ όταν $x=0 \Rightarrow y=4$

Άρα $A(0,4)$

γ) $E_3 \parallel x'x$, διέρχεται

από το σημείο $A(0,4)$,

άρα (E_3) : $y=4$

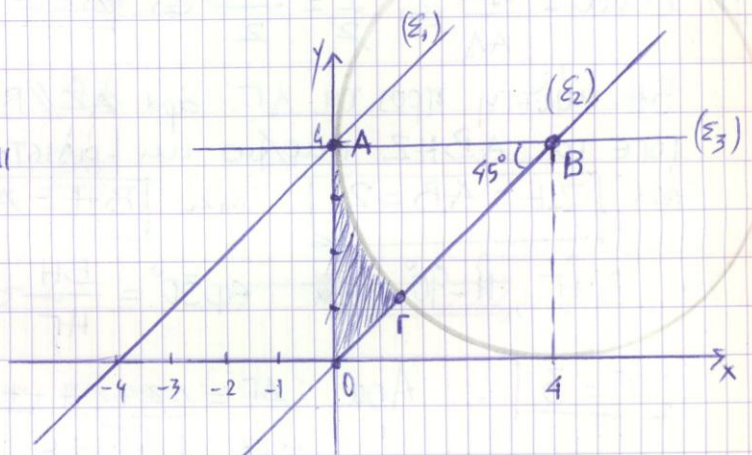
δ) Το σημείο τομής

των (E_2) και (E_3) είναι $\left. \begin{array}{l} y=x \\ y=4 \end{array} \right\} \Rightarrow x=4, y=4$, άρα $B(4,4)$

ε) Ο κύκλος κέντρου B και ακτίνας $BA=4$, τέμνει το OB στο Γ .

στ) Επειδή $AB=OA=4\text{cm}$ και $\hat{A}=90^\circ$, το εμβαδόν του τριγώνου $(OAB) = \frac{4 \cdot 4}{2} = \frac{16}{2} = 8\text{cm}^2$

και $\hat{B}=45^\circ$ άρα το εμβαδόν του κυκλικού τομεία



$$E_{B.A\Gamma} = \frac{\pi \cdot \rho^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 16}{8} = 2\pi \text{ cm}^2$$

Άρα το εμβαδόν του κυκλόγραμμου τριγώνου ΟΑΓ είναι:

$$E_{OAG} = (OAB) - E_{B.A\Gamma} = (8 - 2\pi) \text{ cm}^2$$

Άσκηση 1

$$A) \quad 5 - \frac{x-1}{2} = \frac{4-2x}{4} + \frac{9}{2} \quad \text{ΕΚΠ}(2,4) = 4$$

$$4 \cdot 5 - 2 \cdot \frac{x-1}{2} = 4 \cdot \frac{4-2x}{4} + 2 \cdot \frac{9}{2}$$

$$20 - 2(x-1) = 4 - 2x + 18$$

$$20 - 2x + 2 = 22 - 2x$$

$$2x - 2x = 22 - 22$$

$$0x = 0$$

Εμφάνιση η εξίσωση είναι Αόριστη, έχει άπειρα κλάδε πραγματικό αριθμό.

$$B) \quad i) \quad 15x - 3(x-2) < 7x + 21 \Leftrightarrow 15x - 3x + 6 < 7x + 21$$

$$\Leftrightarrow 15x - 3x - 7x < 21 - 6 \Leftrightarrow 15x - 10x < 15$$

$$\Leftrightarrow 5x < 15 \Leftrightarrow x < \frac{15}{5} \Leftrightarrow x < 3$$



$$\text{ii) } \frac{x}{2} - \frac{2(x+3)}{3} \leq 2x + \frac{7}{3} \quad \text{εκπ}(2,3) = 6$$

$$\cancel{3} \cdot \frac{x}{\cancel{2}} - \cancel{2} \cdot \frac{2(x+3)}{\cancel{3}} \leq 6 \cdot 2x + \cancel{6} \cdot \frac{7}{\cancel{3}}$$

$$3x - 4(x+3) \leq 12x + 14$$

$$\underline{3}x - \underline{4}x - 12 \leq 12\underline{x} + 14$$

$$3x - 4x - 12x \leq 14 + 12$$

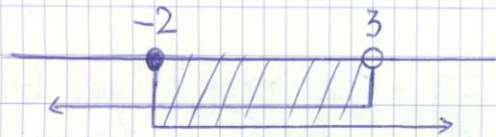
$$-13x \leq 26$$

$$x \geq -\frac{26}{13}$$

$$x \geq -2$$



Κοινές λύσεις των (i) και (ii) :



$$-2 \leq x < 3$$

Γ) Οι ακέραιες κοινές λύσεις της εξίσωσης και των δύο ανισώσεων είναι :

$$L = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$