

## Κατεύθυνση Β' Λυκείου

Όνομα : .....

Οκτώβριος 2012

### ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

A. Αν τα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  είναι μη μηδενικά και μη παράλληλα διανύσματα, να αιτιολογηθεί γιατί από τη σχέση  $x\vec{\alpha} + y\vec{\beta} = \vec{0}$  συνεπάγεται ως συμπέρασμα το  $x = y = 0$ .

B. Αν το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο, να προσδιορισθούν οι πραγματικοί κ, λ ώστε να ισχύει η σχέση  $\overrightarrow{AB} - \kappa\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AA} + \lambda\overrightarrow{BD}$ .

Γ. Οι διανυσματικές ακτίνες των σημείων Α, Β, Γ ως προς κάποιο σημείο αναφοράς Ο είναι ίσες με  $2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ ,  $-\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ ,  $5(\vec{\alpha} + \vec{\beta})$  αντίστοιχα, όπου  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  γνωστά διανύσματα.

α) Να βρείτε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα  $\overrightarrow{AB}$  και  $\overrightarrow{BG}$

β) Τι συμπεραίνεται για τα σημεία Α, Β, Γ;

Δ. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  με  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{6}$ . Αν  $|\vec{\alpha}| = \sqrt{2}$  και  $|\vec{\beta}| = 2\sqrt{2}$

να βρεθούν : i)  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$     ii)  $\vec{\alpha}^2 + \vec{\beta}^2$     iii)  $(\vec{\alpha} + \vec{\beta})^2$     iv)  $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}|$

Ε. Δίνεται ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ κέντρου Ο και ακτίνας ρ. Τυχαίο σημείο Γ του ημικυκλίου και Ε η προβολή του στην ΑΒ. Προεκτείνουμε την ΑΓ μέχρι να τμήσει την εφαπτόμενη του κύκλου Βε στο Δ. Να αποδείξετε ότι :

α)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$

β)  $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{GB} = 0$

γ)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE}$

δ)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}^2 = \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{AD}$

(Μ 10Χ5)