Μάιος - Ιουνίου 2012

ΠΠΓΑΑ Γ' τάξη

ΑΣΚΗΣΗ 1

1. $y=-x^2+ax+\beta$, $a,\beta\in\mathbb{R}$

$A(0,4)$: $x=0$, $y=4$ τότε :

$4=\beta$

$B(-1,6)$: $x=-1$, $y=6$ τότε

$6=-(-1)^2+a(-1)+4 \Leftrightarrow$

$6-4=-1-a \Leftrightarrow 2+1=-a \Leftrightarrow$

$a=-3$

άρα $(a,\beta)=(-3,4)$ και $y=-x^2-3x+4$.

2. Επειδή ο συντελεστής του x^2 είναι (-1) η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστο στο σημείο Κ με $x_0=-\frac{-3}{-2}=-\frac{3}{2}$ και $y_0=\frac{-\Delta}{4a}=-\frac{9+16}{-4}=$

$=\frac{25}{4}$. $(=6{,}25)$. άρα $K\left(-\frac{3}{2},\frac{25}{4}\right)$.

Άξονας συμμετρίας της είναι η ευθεία $x=x_0=\frac{-b}{2a}=-\frac{3}{2}$.

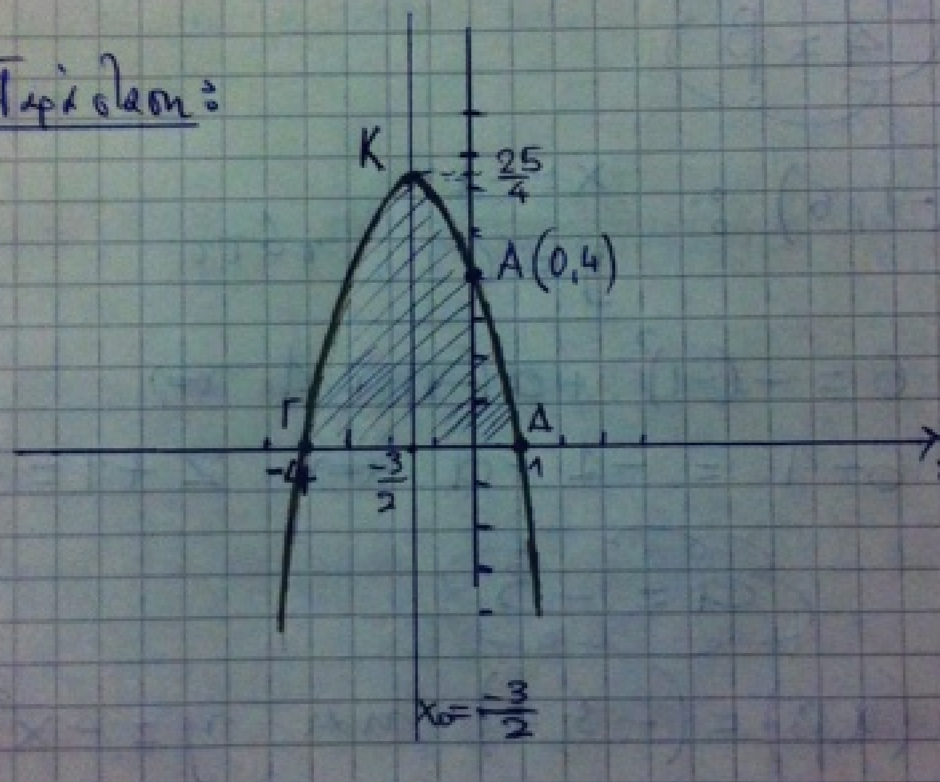
3. Η συνάρτηση τέμνει τον άξονα $y'y$ όταν $x=0$, δηλαδή στο σημείο $A(0,4)$.

Τέμνει τον άξονα $x'x$ όταν $y=0$, δηλαδή $-x^2-3x+4=0$

$$\Delta = 25 > 0 \text{ τότε } x_{1,2} = \frac{3 \pm 5}{-2} = \begin{cases} \frac{8}{-2} = -4 \\ \frac{-2}{-2} = 1. \end{cases}$$

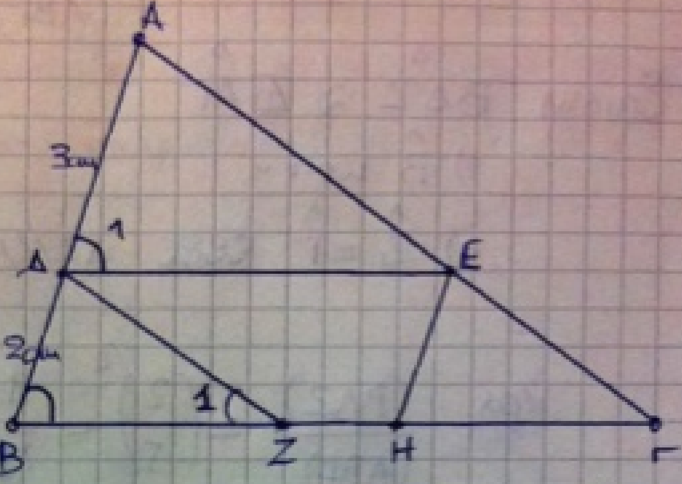
άρα τέμνει τον $x'x$ στα σημεία $\Gamma(-4,0)$ και $\Delta(1,0)$.

Γραφική Παράσταση:



4. Η γραφική παράσταση της $y=-x^2-3x+4$ βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$ όταν $-4<x<1$.

ΑΣΚΗΣΗ 2



1. Επειδή $\Delta E // B\Gamma$ και
$HE // AB$
το τετράπλευρο ΒΔΕΗ
είναι παρ/μο, άρα
$\Delta E = BH$ (1)

Ομοίως $\Delta E // B\Gamma$ και $\Delta Z // A\Gamma$ οπότε το ΔΕΓΖ παρ/μο άρα
$\Delta E = Z\Gamma$ (2)

Από (1),(2) συνάγεται ότι $\Delta E = BH = Z\Gamma$. (3)

• Αφού $BH = Z\Gamma \iff BZ + \cancel{ZH} = \cancel{ZH} + H\Gamma \iff BZ = H\Gamma$. (4)

2. Συγκρίνω τα τρίγωνα $B\hat{\Delta}Z$, $H\hat{E}\Gamma$, έχουν:

i) $BZ = H\Gamma$ από (4)

ii) $\Delta B = EH$ ως απέναντι πλευρές παρ/μου

iii) $\Delta Z = E\Gamma$ —"— —"—

άρα από το κριτήριο Π-Π-Π τα τρίγωνα είναι ίσα.

3. Συγκρίνω τα τρίγωνα $A\hat{\Delta}E$, $A\hat{B}\Gamma$, έχουν:

i) $\hat{A}$ κοινή

ii) $\hat{\Delta}_1 = \hat{B}$ ως εντός εκτός κ επί τα αυτά
των $\Delta E // B\Gamma$.

άρα τα τρίγωνα είναι όμοια με:

$$\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{A\Gamma} = \frac{\Delta E}{B\Gamma} = \frac{3}{5} = \lambda.$$

4. Αφού $\overset{\triangle}{ΑΔΕ} \approx \overset{\triangle}{ΑΒΓ} \Rightarrow \frac{(ΑΔΕ)}{(ΑΒΓ)} = \lambda^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ (5)

Επίσης $\overset{\triangle}{ΒΔΖ} \approx \overset{\triangle}{ΒΑΓ}$

i) $\hat{Β}$ κοινή

ii) $\hat{Ζ}_1 = \hat{Γ}$ εντός εκτός ΔΖ//ΑΓ

$\Rightarrow \frac{ΒΔ}{ΑΒ} = \frac{ΒΖ}{ΒΓ} = \frac{ΔΖ}{ΑΓ} = \frac{2}{5}$

άρα $\frac{(ΒΔΖ)}{(ΑΒΓ)} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$ (6)

Επειδή $\overset{\triangle}{ΒΔΖ} = \overset{\triangle}{ΗΕΓ}$ από (2 ερώτημα), άρα $(ΒΔΖ) = (ΗΕΓ)$

οπότε $\frac{(ΗΕΓ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{4}{25}$ (7).

Τότε $\frac{(ΔΕΗΖ)}{(ΑΒΓ)} = \frac{(ΑΒΓ) - [(ΑΔΕ) + (ΒΔΖ) + (ΗΕΓ)]}{(ΑΒΓ)} =$

$= \frac{(ΑΒΓ)}{(ΑΒΓ)} - \left[\frac{(ΑΔΕ)}{(ΑΒΓ)} + \frac{(ΒΔΖ)}{(ΑΒΓ)} + \frac{(ΗΕΓ)}{(ΑΒΓ)}\right] =$

$= 1 - \left(\frac{9}{25} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25}\right) = \frac{25}{25} - \frac{17}{25} = \frac{8}{25}$.

άρα $(ΔΕΗΖ) = \frac{8}{25}(ΑΒΓ)$.

ΑΣΚΗΣΗ 5

1. Για το δ.χ. του πειράματος κατασκευάζουμε πίνακα διπλής εισόδου (όχι απαραίτητο).

$\Omega =$

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)

$, \quad N(\Omega) = 24.$

2. $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}, \quad N(A) = 4.$

$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1)\} \quad N(B) = 6.$

3. α) $A \cap B = \{(1,1), (2,2)\}, \quad N(A \cap B) = 2$

$A \cup B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3), (4,4)\}$

$N(A \cup B) = 8$

β) $P(A \cap B) = \dfrac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \dfrac{2}{24} = \dfrac{1}{12}$ αφού τα ζάρια είναι "αμερόληπτα."

$P(A \cup B) = \dfrac{N(A \cup B)}{N(\Omega)} = \dfrac{8}{24} = \dfrac{1}{3}.$

4. $\Gamma = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}, \quad N(\Gamma) = 4$

$P(\Gamma) = \dfrac{4}{24} = \dfrac{1}{6}$

B.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}.$$