

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ–ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Τάξη: Β

Εξεταζόμενο Μάθημα: Άλγεβρα

Ημερομηνία: 06.06.2012

Όνοματεπώνυμο εξεταζομένου: _____

Θέμα 1

- A.** Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=a^x$, με $a>1$. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:
1. Η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $A=$ _____
 2. Η συνάρτηση f έχει σύνολο τιμών το $f(A)=$ _____
 3. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα yy' στο σημείο _____
 4. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f έχει ασύμπτωτο τον _____
 5. Για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: $x_1 < x_2 \Rightarrow$ _____ που σημαίνει ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως _____ στο A . (Μονάδες 10)
- B.** Να δώσετε τον ορισμό του λογαρίθμου ενός θετικού αριθμού θ ως προς βάση a . (Μονάδες 5)
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο εξέτασης τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα, το οποίο αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.
- α.** Η εξίσωση $2^x=a$ έχει μοναδική λύση για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού a .
 - β.** Η συνάρτηση $f(x)=\eta\mu x$ είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$.
 - γ.** Το άθροισμα δύο πολυωνύμων $P(x)$ και $Q(x)$ δευτέρου βαθμού είναι ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού.
 - δ.** Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=e^x$ και $g(x)=\ln x$ είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα xx' .
 - ε.** Αν το πολυώνυμο $P(x)=\alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0$ έχει ρίζα το ρ , τότε το ρ είναι διαιρέτης του α_0 . (Μονάδες 10)

Θέμα 2

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=x^4-2x^3-7x^2-2x-8$ και $Q(x)=x^{2v-1}-x^v-4x+4$, με $x \in \mathbb{R}$ και $v \in \mathbb{N}^*$.

- A.** Να κάνετε τη διαίρεση του $P(x)$ με το πολυώνυμο x^2+1 . (Μονάδες 5)
- B.** Να δείξετε ότι το $P(x)$ παίρνει τη μορφή $(x^2+1)(x-4)(x+2)$. (Μονάδες 5)
- Γ.** Αν το $Q(x)$ έχει παράγοντα το $x-2$, να δείξετε ότι το $Q(x)$, είναι τρίτου βαθμού. (Μονάδες 7)
- Δ.** Για $v=2$ να αποδείξετε ότι το $Q(x)=(x-1)(x-2)(x+2)$ και να λύσετε την ανίσωση $P(x) \cdot Q(x) \geq 0$. (Μονάδες 8)

Θέμα 3

Δίνεται γεωμετρική πρόοδος $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1}, \alpha_{n+2}, \dots$ και $0 < x < \frac{\pi}{2}$ με

$$\alpha_2 = \frac{243}{2}, \alpha_n = \eta\mu x + 4, \alpha_{n+1} = 3\eta\mu x \text{ και } \alpha_{n+2} = 4 - 7\eta\mu x$$

Να βρεθούν ο αριθμός x , ο λόγος λ και ο δείκτης n του όρου α_n της προόδου.

(Μονάδες 25=15+5+5)

Θέμα 4

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \ln(e^x - 2)$.

A. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . (Μονάδες 3)

B. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα xx' .
(Μονάδες 3)

Γ. Να λύσετε την εξίσωση: $f(2x) = \ln 7 + f(x)$.
(Μονάδες 6)

Δ. Αν $f(\alpha), f(\beta), f(\gamma)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε δείξτε ότι ισχύει:
 $(e^\beta - 2)^2 = (e^\alpha - 2)(e^\gamma - 2)$. (Μονάδες 6)

E. Δείξτε ότι: $e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(100)} = \frac{e^{101} - 201e + 200}{e - 1}$. (Μονάδες 7)

Καλή Επιτυχία

Αγ. Ανάργυροι, 06.06.2012

Ο Διευθυντής

Οι Εισηγητές

Τσακρής Παναγιώτης

1. Μουρατίδης Χρήστος

2. Μπακέττα Βασιλική

3. Μπίρμπας Δημήτριος