

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΝΟΤΗΤΑ : ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ - ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Καθηγητής : Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή/τριας :

Θέμα 1^ο

A.1. Δίνονται δύο ίσοι πραγματικοί αριθμοί α, β που δεν είναι μηδέν. Να βρείτε το λάθος στον παρακάτω συλλογισμό.

$$\begin{array}{ll} \alpha = \beta & \text{(υπόθεση)} \\ \alpha^2 = \alpha \cdot \beta & \text{(πολλαπλασιάζουμε και στα δύο μέλη το } \alpha) \\ \alpha^2 - \beta^2 = \alpha \cdot \beta - \beta^2 & \text{(προσθέτουμε και στα δύο μέλη το } -\beta^2) \\ (\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \beta \cdot (\alpha - \beta) & \text{(διαφορά τετραγώνων - κοινός παράγοντας)} \\ \alpha + \beta = \beta & \text{(διαγραφή του κοινού παράγοντα } \alpha - \beta) \\ \alpha = 0 ! & \text{(διαγραφή του κοινού προσθετέου } \beta) \end{array}$$

A.2. Να αποδείξετε ότι η διαφορά των κύβων δύο διαδοχικών περιττών είναι άρτιος, αλλά όχι πολλαπλάσιο του 4.

B.1. Για ποιές τιμές του x ορίζονται οι παραστάσεις :

$$K = \frac{x-3}{x^2+x} - \frac{5x}{(x-2)(3x+1)}, \quad \Lambda = \frac{3-\frac{2}{x}}{1+\frac{4}{x-1}}$$

B.2. Αν $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, να δείξετε ότι $\frac{a}{b} = \frac{2a-5c}{2b-5d}$.

ΘΕΜΑ 2^ο

A.1. Αν $a - \frac{1}{a} = 5$, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

$$\text{i) } a^2 + \frac{1}{a^2}, \quad \text{ii) } a^3 - \frac{1}{a^3}, \quad \text{iii) } a^4 + \frac{1}{a^4}$$

A.2. Αν $\alpha + \beta = 1$ τότε δείξτε ότι : $\alpha^3 + \beta^3 - \alpha\beta = (\alpha - \beta)^2$

B.1. Να παραγοντοποιηθεί το πολυώνυμο :

$$(2x-3)(x+1) + (3-2x)(2x+8) + 4x^2-9$$

B.2. Αν $\alpha\chi^2 + \alpha\chi + \alpha = \beta\chi^2 + \beta\chi + \beta$, να δειχτεί ότι $\alpha = \beta$.

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Το 25% των μαθητών μιας τάξης παραπέμφθηκαν σε επαναληπτική εξέταση στα Μαθηματικά, το 30% στα Ελληνικά, κανείς δεν παραπέμφθηκε σε άλλο μάθημα, ενώ συνολικά παραπέμφθηκε το 40% των μαθητών. Αν επιλέξουμε ένα μαθητή στην τύχη, ποια είναι η πιθανότητα να μην έχει παραπεμφθεί και στα δύο μαθήματα;

B. Από ένα κουτί που περιέχει τρεις καλές και τρεις ελαττωματικές λάμπες βγάζουμε μία λάμπα, την ελέγχουμε και αν είναι καλή σταματάμε, αλλιώς παίρνουμε και δεύτερη λάμπα. Ποια είναι η πιθανότητα να πάρουμε έτσι δύο ελαττωματικές λάμπες;

ΘΕΜΑ 4^ο

A1. Αν $P(A) = \alpha < P(B) = \beta$, να αποδείξετε ότι :

$$\text{i) } \beta \leq P(A \cup B) \leq \alpha + \beta$$

$$\text{ii) } \alpha + \beta - 1 \leq P(A \cap B) \leq \alpha$$

A2. Αν $P(A) \leq 0,3$ και $P(B) \leq 0,5$, να αποδείξετε ότι $P(A' \cap B') \geq 0,2$.

B. Έστω ότι έχουμε ένα κουτί με δύο αριθμημένες λευκές και τρεις κόκκινες σφαίρες. Εξάγουμε δύο σφαίρες χωρίς επανατοποθέτηση και χωρίς να μας ενδιαφέρουν οι αριθμοί, εξετάζουμε μόνο τα χρώματα.

1. Να καταρτίσετε κατάλληλο δειγματικό χώρο.
2. Να βρείτε την πιθανότητα εξαγωγής δύο κόκκινων σφαιρών.

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΕΝΟΤΗΤΑ : ΓΩΝΙΕΣ

Καθηγητής : Χρήστος Μουρατίδης

Όνομα Μαθητή/τριας :

ΘΕΜΑ 1^ο

A.1 Πότε μια γωνία λέγεται ορθή ;

Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής και τι είναι διαδοχικές γωνίες;

A.2 Να αποδείξετε ότι οι κατά κορυφή γωνίες είναι ίσες.

B.1. Να αποδείξετε ότι οι διχοτόμοι δύο εφεξής παραπληρωματικών γωνιών τέμνονται κάθετα.

B.2. Τρεις γωνίες έχουν άθροισμα μια ευθεία γωνία. Είναι παραπληρωματικές αυτές οι γωνίες;

Ομοίως τρεις γωνίες έχουν άθροισμα μια ορθή γωνία. Είναι συμπληρωματικές αυτές οι γωνίες;

ΘΕΜΑ 2^ο

Από ένα σημείο Ο παίρνουμε διαδοχικά τις ημιευθείες ΟΑ, ΟΒ, ΟΓ, ΟΔ.
Αν είναι $\text{ΑΟΓ}=\text{ΒΟΔ}$ (γωνίες), να αποδείξετε ότι :

α) $\text{ΑΟΒ}=\text{ΓΟΔ}$ (γωνίες)

β) οι γωνίες ΑΟΔ, ΒΟΓ έχουν κοινή διχοτόμο.

