



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΙΓΑΔΙΚΩΝ Ι

1. Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί $z_1 = \frac{3+i}{i} + \frac{2-i}{2+i}$ και $z_2 = (x+yi)i$ με $x, y \in \mathbb{R}$.
- α) Να γραφούν οι z_1 και z_2 στη μορφή $a+bi$.
- β) Να βρεθούν οι x, y όταν $z_1 = \frac{1}{5}z_2$.
- γ) Να βρεθούν οι x, y όταν $5z_1 = \overline{z_2}$.
- δ) Να βρεθούν οι x, y όταν ο μιγαδικός αριθμός $u = 5\overline{z_1} + z_2$ είναι :
- i) πραγματικός αριθμός.
ii) φανταστικός αριθμός.
2. Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός $z = x+yi$ με $x, y \in \mathbb{R}$ και $M(x, y)$ η εικόνα του z .
Επίσης δίνεται ο μιγαδικός $w = \frac{z}{z+4}$ με $z \neq -4$.
- α) Να γραφεί ο w στη μορφή $a+bi$.
- β) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M όταν:
- i) ο w είναι φανταστικός.
ii) ο w είναι πραγματικός.
3. α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{i^{2004} + 2i^6}{i^{v+3}}$ για τις διάφορες τιμές του θετικού ακεραίου v .
- β) Να δείξετε ότι: $B = \frac{i \cdot (i-1)^{2006}}{(i+1)^{2004}} = 2$.
4. Να λυθούν στο σύνολο \mathbb{C} οι εξισώσεις:
- α) $(3+2i) \cdot z - 4i = 4+iz$
β) $z^2 - 2z + 3 = 0$
γ) $2\overline{z} + z = 4 - 3i$
δ) $|z|^2 + z - \overline{z} = 34 + 6i$.
5. α) Δίνεται ο $z = x+yi$ όπου $x = 3+2i$ και $y = 6+9i$. Να βρεθεί το μέτρο του z .
- β) Αν ισχύει: $x + yi = \frac{(3+i\sqrt{5})^5}{(\sqrt{5}+3i)^5} \cdot (\sqrt{7}-i)(1+i\sqrt{7})$ με $x, y \in \mathbb{R}$, να βρεθεί η τιμή της παράστασης $A = \sqrt{x^2 + y^2}$.