

Γεωμετρία Β' Λυκείου

Όνομα :

Ιανουάριος 2004-2009

Θέμα 1°

A. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ θεωρούμε το ύψος ΑΔ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα. Να αποδείξετε ότι:

$$1) AB^2 = BD \cdot BG \qquad 2) \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AG^2} = \frac{1}{AD^2} \qquad (10M)$$

B. Σε αμβλυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με γωνία Β=150° και ΑΔ το ύψος του γράφουμε κύκλο C διαμέτρου ΑΓ, κέντρου Κ.

1. Ψευδής είναι :

$$A: \Delta^B_C < 0 \quad B: \Delta^A_C = 0 \quad \Gamma: \Delta^{\Delta}_C > 0 \quad \Delta: \Delta^K_C < 0 \qquad (3M)$$

2. Η γωνία ΒΑΔ ισούται με : A: 20° B: 30° Γ: 40° Δ: 50° Ε: 60° (3M)

3. Από τις παρακάτω ισότητες σωστή είναι η :

$$A: A\Delta = \Delta B \qquad B: A\Delta = \Delta B / 2 \qquad \Gamma: A\Delta = AB / 2$$

$$\Delta: \Delta B = AB / 2 \qquad E: AB = A\Delta \cdot \Delta B \qquad (3M)$$

4. Να αποδείξετε ότι $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 + \alpha\gamma\sqrt{3}$ (6M)

Θέμα 2°

Γράφουμε κύκλους (Κ, R), (Λ, ρ), εφαπτόμενους εξωτερικά στο Α με R=3ρ.

Αν ΒΓ η κοινή εξωτερική τους εφαπτομένη, τέμνεται από την κοινή τους εσωτερική εφαπτομένη στο Ρ, τότε :

- 1) Υπολογίστε το μήκος της κοινής εξωτερικής εφαπτομένης ΒΓ. (6M)
- 2) Δείξτε ότι το Ρ είναι μέσο του ΒΓ. (4M)
- 3) Υπολογίστε το μήκος ΚΡ και τη $\Delta^P_{(Κ, R)}$. (4M)
- 4) Δείξτε ότι η γωνία ΚΡΛ = 90°. (3M)
- 5) Διαπιστώστε ότι $PA^2 = KA \cdot AL$ και $KP^2 = KA \cdot KL$ και δικαιολογήστε την απάντησή σας. (4M)
- 6) Δείξτε ότι το τετράπλευρο ΡΑΛΓ είναι εγγράψιμο και ότι η ΚΡ είναι εφαπτόμενη του κύκλου που διέρχεται από τις κορυφές του. (4M)

