

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ**ΕΝΟΤΗΤΑ : ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ - ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΔΙΑΤΑΞΗ****Καθηγητής : Χρήστος Μουρατίδης****Όνομα Μαθητή/τριας :**

Θέμα 1^οΑ.1. Να λύσετε και διερευνήσετε την εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ (3M)Α.2. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{a^2x+16}{4} - 2 = \frac{a}{2} + ax$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές του a . (8M)

Β. Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2x - \mu = x + \lambda - 2$. Να βρεθούν οι $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ώστε :

- i. Η εξίσωση να έχει μοναδική λύση.
- ii. Η εξίσωση να είναι αδύνατη.
- iii. Η εξίσωση να αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (9M)

Θέμα 2^οΑ.1. Για θετικούς αριθμούς α, β και n φυσικό $\neq 0$ να δείξετε ότι ισχύει :

i. $\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^n = \beta^n$

ii. $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha^n > \beta^n$. (8M)

Α.2. Αν $\alpha + \beta + \gamma > 0$, να δείξετε ότι: $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 \geq 3\alpha\beta\gamma$. (3M)Β.1. Αν οι αριθμοί α, β είναι ετερόσημοι, να δείξετε ότι

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \leq -2.$$
 (3M)

Β.2. Αν οι αριθμοί α, β είναι ομόσημοι, να δείξετε ότι

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \geq 2.$$
 (3M)

Β.3. Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι ομόσημοι, να δείξετε ότι

$$\frac{\alpha + \beta}{\gamma} + \frac{\beta + \gamma}{\alpha} + \frac{\gamma + \alpha}{\beta} \geq 6.$$
 (3M)