

Επαναληπτικές Ασκήσεις στα Πολυώνυμα (II)

1. Να βρεθούν οι αριθμοί α, β, γ ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^4 + \alpha x^3 + \gamma x + 9$ να είναι τετράγωνο του $x^2 + x + 3$.
2. Αν $2x^2 - 5x + 5 = A(x-2)(x-3) + B(x+1)(x-2) + \Gamma(x+1)(x-3)$ να προσδιοριστούν τα A, B, Γ .
3. Αν το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 - \beta x + 12$ διαιρείται με το $x^2 - x - 6$, να προσδιορίσετε τα α, β .
4. Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ δια $x+2$ είναι 5, ενώ το υπόλοιπο της διαίρεσής του με $x-1$ είναι 2. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x^2+x-2)$.
5. Να βρείτε ένα πολυώνυμο $P(x)$, το οποίο αν διαιρεθεί με το x^2+x+1 αφήνει ηλίκο $2x-1$ και υπόλοιπο $3x+5$.
6. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρείται δια $x-2$. Δείξτε ότι το πολυώνυμο $P(2x-6)$ διαιρείται δια $x-4$.
7. Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \kappa x^2 - \lambda x + 6$ έχει ρίζα το 1 και το υπόλοιπο της διαίρεσής του με $x+1$ είναι 8, να βρείτε τους αριθμούς κ, λ και τις ρίζες του πολυωνύμου.
8. Τα υπόλοιπα της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με τα $x+2$ και $x-1$ είναι 11 και 2 αντίστοιχα.
 - α) Ποιο το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):(x^2+x-2)$.
 - β) Αν $u(x)$ το προηγούμενο υπόλοιπο να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{u(x)+1} = \sqrt{3-x} + 1$.
 - γ) Αν $Q(x) = P(x+2003)$ ποιο το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x)$ με το $(x+2002)$.
 - δ) Να δείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-2004$ είναι ίσο με το άθροισμα των συντελεστών του $Q(x)$.
9. Έστω $P(x) = (\lambda^2-4)x^4 + x^3 - 5x^2 + 6x + 4\lambda + 6$.
 - α) Αν το $P(x)$ έχει ρίζα το 1 να βρεθεί ο βαθμός του.
 - β) Ποιες οι άλλες ρίζες του $P(x)$.
10. Έστω $P(x) = x^2 + \alpha x + \beta$ και $H(x) = [P(x)]^2 + \alpha P(x) + \beta$.
Αν ρ_1, ρ_2 ρίζες του $P(x) - x$ να δείξετε ότι είναι ρίζες και του $H(x) - x$.