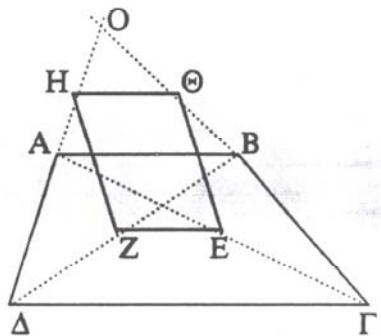


Γεωμετρία Α' Λυκείου ασκήσεις στα παραλληλόγραμμα - τραπέζια

ΑΣΚΗΣΗ 1

Σε τραπέζιο $ABΓΔ$ ($AB // ΓΔ$) με $ΓΔ = 2AB$ οι $ΑΔ, BΓ$ τέμνονται στο O . Αν $E, Z, H, Θ$ μέσα των $ΑΓ, BΔ, OA, OB$ αντίστοιχα, να δειχθεί ότι το $EZHΘ$ είναι παραλληλόγραμμο.

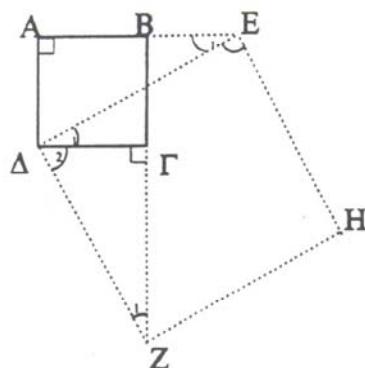
ΛΥΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνεται τετράγωνο $ABΓΔ$. Στην προέκταση της AB προς το B παίρνουμε σημείο E και στην προέκταση της $BΓ$ προς το $Γ$ παίρνουμε σημείο Z ώστε: $ΓZ = AE$. Αν με πλευρές τις $ΔE, ΔZ$ κατασκευάσουμε το παραλληλόγραμμο $ΔEHZ$ να δειχθεί ότι αυτό είναι τετράγωνο.

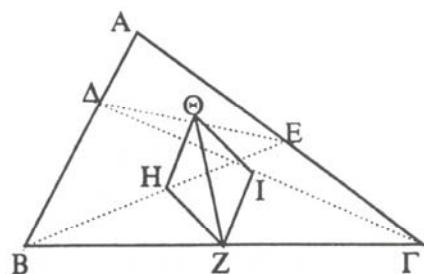
ΛΥΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται τρίγωνο ABG και Δ , Ε σημεία των πλευρών AB , AG ώστε : $B\Delta = \Gamma E$. Αν Z, H, Θ, I μέσα των $BG, BE, \Delta E, \Delta G$ αντίστοιχα, να δειχθεί ότι το $ZH\Theta I$ είναι ρόμβος και η ΘZ είναι παράλληλη στη διχοτόμο της γωνίας A .

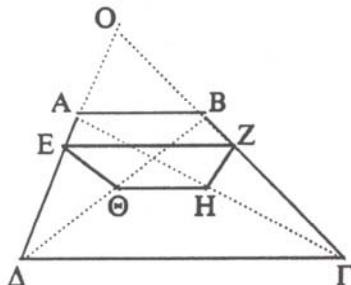
ΑΥΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ 4

Οι μη παράλληλες πλευρές AD, BG τραπεζίου $ABGD$ τέμνονται στο O . Αν E, Z, H, Θ μέσα των OD, OG, AG, BD αντίστοιχα, να δειχθεί ότι το $EZH\Theta$ είναι τραπέζιο.

ΑΥΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ 5

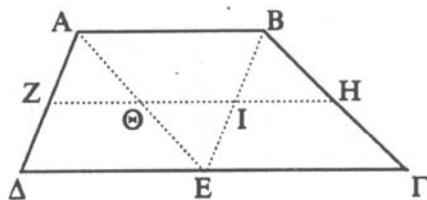
Σε τραπέζιο $ABGE$ ($AB // GE$) είναι: $GD = 2AB$.

α) Αν Z, H μέσα των AD, BG να δειχθεί ότι: $ZH = \frac{3AB}{2}$.

β) Αν E μέσο της GD να δειχθεί ότι το $ABGE$ είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Αν η ZH τέμνει τις AE, BE στα Θ, I αντίστοιχα να δειχθεί ότι: $\Theta I = \frac{AB}{2}$.

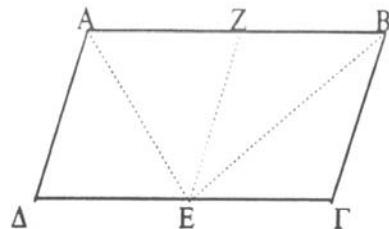
ΑΥΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ 6

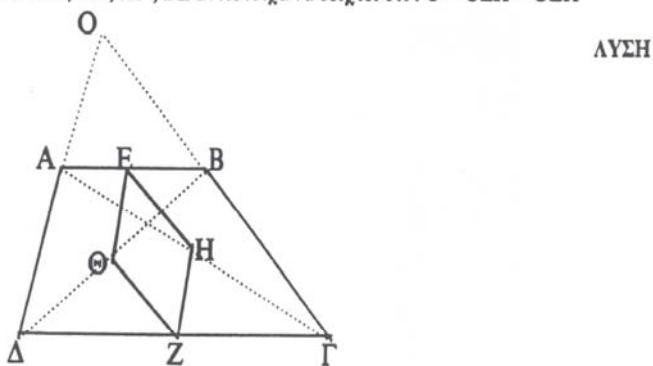
Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 2B\Gamma$ και E μέσο της $\Gamma\Delta$. Να δειχθεί ότι: $\widehat{AEB} = 90^\circ$.

ΑΥΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ 7

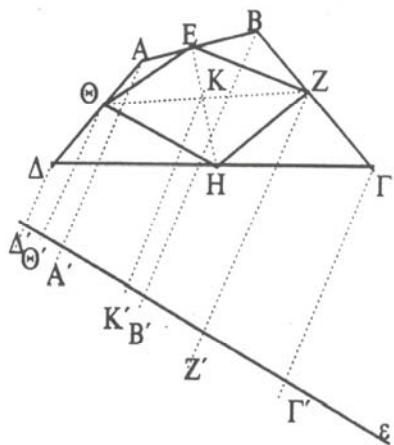
Οι μη παράλληλες πλευρές ΔA , $B\Gamma$ τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$ τέμνονται στο O . Αν E , Z , H , Θ μέσα των AB , $\Gamma\Delta$, $A\Gamma$, $B\Delta$ αντίστοιχα να δειχτεί ότι: $\widehat{\Theta} = \widehat{\Theta EH} = \widehat{\Theta ZH}$



ΑΣΚΗΣΗ 8

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και E , Z , H , Θ τα μέσα των πλευρών του AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA αντίστοιχα. Έστω K το σημείο τομής των EH και $Z\Theta$. Αν A' , B' , Γ' , Δ' , K' οι προβολές των A , B , Γ , Δ , K αντίστοιχα σε ευθεία ε που αφήνει το τετράπλευρο στο ίδιο ημιεπίπεδο να δειχθεί ότι: $AA' + BB' + \Gamma\Gamma' + \Delta\Delta' = 4KK'$.

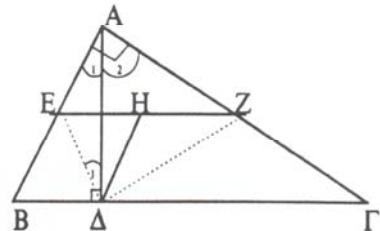
ΑΥΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ 9

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$) και $A\Delta$ ύψος στη $B\Gamma$. Αν E, Z μέσα των $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα και H μέσο της EZ να δειχθεί ότι: $\Delta H = \frac{B\Gamma}{4}$.

ΛΥΣΗ

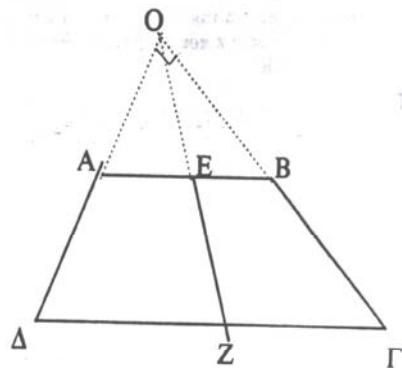


ΑΣΚΗΣΗ 10

Σε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB // \Gamma\Delta$) με $\Gamma\Delta > AB$ οι μη παράλληλες πλευρές $A\Delta, B\Gamma$ τέμνονται στο Ο κάθετα. Αν E, Z μέσα των $AB, \Gamma\Delta$ αντίστοιχα (η EZ διέρχεται από το Ο) να δειχθεί ότι:

$$2EZ = \Gamma\Delta - AB.$$

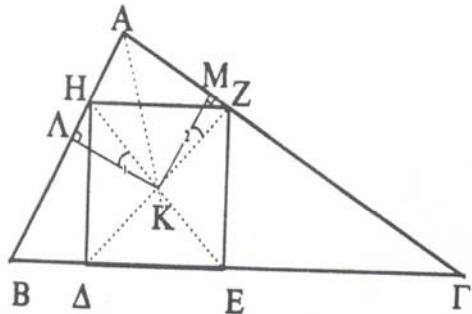
ΛΥΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ 11

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABG ($\widehat{A} = 90^\circ$) και τετράγωνο ΔEZH εγγεγραμμένο στο τρίγωνο (οι κορυφές Δ, E είναι σημεία της BG και οι κορυφές Z, H είναι σημεία των AG, AB αντίστοιχα). Αν K είναι το κέντρο του τετραγώνου, να δειχθεί ότι η AK είναι διχοτόμος της γωνίας A .

ΛΥΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ 12

Σε τετράγωνο $ABGD$ παίρνουμε σημείο E στην πλευρά $\Gamma\Delta$. Αν η διχοτόμος της \widehat{EAB} τέμνει την πλευρά BG στο Z να δειχθεί ότι: $AE = \Delta E + BZ$.

ΛΥΣΗ

