

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΕΚΘΕΤΙΚΗ & ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων :
 - α) $f(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x + 9)$
 - β) $g(x) = \sqrt{\ln(\ln(x^2 - (2+e)x + 3e))}$.
2. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = 6 \cdot 9^{\frac{1}{x}} - 13 \cdot 6^{\frac{1}{x}} + 6 \cdot 4^{\frac{1}{x}}$. Να δείξετε ότι :
 - α) Η γραφική παράσταση της f δεν τέμνει τον άξονα $y'y$.
 - β) Η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $x'x$ σε δύο σημεία.
3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log|\log(x-3)|$. Να βρείτε :
 - α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η συνάρτηση f .
 - β) Για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $x'x$.
 - γ) Τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες $f(x) > 0$.
4. Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 3^{1-2x} - 2x$. Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μία ακριβώς ρίζα και να την υπολογίσετε.
5. Δίνεται αριθμητική πρόοδος με πρώτο όρο τον $\log a$ και δεύτερο τον $\log b$ με $a, b > 0$, να δείξετε ότι το άθροισμα των n πρώτων όρων της, δίνεται από τη σχέση :
$$\sum_{v=1}^n \log \sqrt{\frac{\beta^{v(v-1)}}{\alpha^{v(v-3)}}}$$
.
6. Να υπολογίσετε το άθροισμα : $\Sigma = \log 3 + 2\log 3 + 3\log 3 + \dots + 20\log 3$.
7. Να λύσετε την εξίσωση : $e \cdot x^{\ln x} - x^3 \cdot \sqrt[3]{x} = 0$.
8. Να λύσετε την ανίσωση : $\ln^2 x - \ln \frac{1}{x} - 2 > 0$.
9. Να λύσετε την ανίσωση : $\log(x^2 - 4) > \log 3|x|$.
10. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{x^2 + |2x-1| + 2}{\log(2x-1) - 1} < 0$.