

Άσκηση 4 (Φυλλάδιο 3^η)

Έξι σύμβολα μηνύματος (u_1, u_2, \dots, u_6) που εμφανίζονται με πιθανότητες $3/8, 1/6, 1/8, 1/8, 1/8$ και $1/12$ κωδικοποιούνται χρησιμοποιώντας έναν τριαδικό κώδικα.

- (α) Προσδιορίστε τον απαιτούμενο κώδικα εφαρμόζοντας τη μέθοδο του Fano.
(β) Προσδιορίστε την αποδοτικότητα του παραγόμενου κώδικα.



- (α) Σύμφωνα με τη μέθοδο Fano χωρίζουμε το σύνολο των συμβόλων σε $r=3$ υποσύνολα κάθε φορά έτσι ώστε το άθροισμα των πιθανοτήτων σε κάθε σύνολο να είναι το ίδιο ή σχεδόν το ίδιο και έτσι έχουμε:

$\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6\}$

$\{u_1\} \rightarrow 0 \quad \{u_2, u_3\} \rightarrow 1 \quad \{u_4, u_5, u_6\} \rightarrow 2$

$\{u_2, u_5\} \rightarrow 0 \quad \{u_3, u_6\} \rightarrow 1 \quad \{u_4\} \rightarrow 2$

Επομένως, σχηματίζεται ο παρακάτω κώδικας:

$u_1 : 0$

$u_2 : 10$

$u_3 : 11$

$u_4 : 22$

$u_5 : 20$

$u_6 : 21$

β)

Το μέσο μήκος είναι: $L = \sum_{i=1}^6 p_i \ell_i = \frac{3}{8} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2 + \frac{3}{8} \cdot 2 + \frac{1}{12} \cdot 2 = \frac{39}{24} = 1.625$

Η εντροπία είναι:

$H(U) = -\sum_{i=1}^6 p_i \log p_i = -\frac{3}{8} \log \frac{3}{8} - \frac{1}{6} \log \frac{1}{6} - 3 \cdot \frac{1}{8} \log \frac{1}{8} - \frac{1}{12} \log \frac{1}{12} = 2.3852$

Οπότε η αποδοτικότητα αυτού του κώδικα είναι :

$$\eta = \frac{H(U)}{L \log r} = \frac{2.3852}{1.625 \cdot \log 3} = 0.9261 \text{ ή } 92,61\% \blacksquare$$