Άσκηση 14 (Φυλλάδιο 6η)

Να βρείτε όλους τους δυαδικούς κυκλικούς κώδικες μήκους 5 και 7 και να γράψετε τον γεννήτορα πίνακα του καθενός.

▶

α) Έχουμε $x^5 - 1 = (x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1) = (x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$

όπου τα $x - 1$, $x^4+x^3+x^2+x+1$ είναι ανάγωγα στο GF(2).

Επομένως θα έχουμε:

Πολυώνυμο γεννήτορας	Γεννήτορας πίνακας
1	$[I_5]$
x + 1	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
$x^4+x^3+x^2+x+1$	[1 1 1 1 1]
$(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)=0$	[0 0 0 0 0]

β) Η παραγοντοποίηση του x^7 - 1 σε ανάγωγα πολυώνυμα πάνω στο GF(2) είναι η εξής: $x^7 - 1 = (x+1)(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)$ συνεπώς:

Πολυώνυμο γεννήτορας	Γεννήτορας πίνακας
1	$[I_7]$
x + 1	$\begin{bmatrix} 1&1&0&0&0&0&0\\ 0&1&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&1&0\\ 0&0&0&0&0&1&1 \end{bmatrix}$
x^3+x+1	$\begin{bmatrix} 1&1&0&1&0&0&0\\ 0&1&1&0&1&0&0\\ 0&0&1&1&0&1&0\\ 0&0&0&1&1&0&1 \end{bmatrix}$
x^3+x^2+1	$\begin{bmatrix} 1&0&1&1&0&0&0\\ 0&1&0&1&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0\\ 0&0&0&1&0&1&1 \end{bmatrix}$
$(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)$ $= x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$	[1 1 1 1 1 1 1]
$(x+1)(x^3+x+1)=x^4+x^3+x^2+1$	$\begin{bmatrix} 1&0&1&1&1&0&0\\ 0&1&0&1&1&1&0\\ 0&0&1&0&1&1&1 \end{bmatrix}$
$(x^3+x^2+1)(x+1)=x^4+x^2+x+1$	$\begin{bmatrix} 1&1&1&0&1&0&0\\ 0&1&1&1&0&1&0\\ 0&0&1&1&1&0&1 \end{bmatrix}$
$(x+1)(x^3+x+1)(x^3+x^2+1)=x^7-1$ =0	[0 0 0 0 0 0 0]

Οι αντίστοιχοι δυαδικοί κυκλικοί κώδικες προκύπτουν εύκολα από τους αντίστοιχους γεννήτορες πίνακες ■