ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η διακριτή πηγή πληροφορίας χωρίς μνήμη

Άσκηση 1 (στην τάξη)

Να εξετάσετε αν υπάρχει και σε θετική περίπτωση να κατασκευάσετε τον κώδικα :

α) r=2 με μήκη κωδικών λέξεων : 2,2,3,3,4,4,5,5, με U={0,1}.

β) r=5 με μήκη κωδικών λέξεων : 1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,4,4,4, με U={0,1,2,3,4}

▶

α) Την ύπαρξη τέτοιου κώδικα την εξασφαλίζει η ανισότητα του Kraft :

$$\sum_{i=1}^{8} r^{-l_i} \leq 1.$$

Εφαρμόζω την παραπάνω ανισότητα και έχω :

$$\sum_{i=1}^{8} 2^{-\ell_i} = 2\cdot\frac{1}{4} + 2\cdot\frac{1}{8} + 2\cdot\frac{1}{16} + 2\cdot\frac{1}{32} = \frac{8+4+2+1}{16} = \frac{15}{16} \leq 1$$

άρα κατασκευάζεται τέτοιος κώδικας.

Για την κατασκευή του ζητάμε δύο κ.λ. μήκους 2, δύο κ.λ. μήκους 3, δύο κ.λ. μήκους 4 και δύο κ.λ. μήκους 5, έτσι ώστε οι νέες κ.λ. που θα κατασκευάζουμε να μην είναι προθέματα άλλων.

Έτσι έχουμε τον παρακάτω κώδικα :

u_1->	00	μήκους 2
u_2->	01	
u_3->	100	μήκους 3
u_4->	101	
u_5->	1100	μήκους 4
u_6->	1111	
u_7->	11100	μήκους 5
u_8->	11101	

β) Ομοίως εργάζομαι και για τη δεύτερη περίπτωση, οπότε έχω :

$$\sum_{i=1}^{14} 5^{-\ell_i} = 4\cdot\frac{1}{5}+4\cdot\frac{1}{25}+3\cdot\frac{1}{125}+3\cdot\frac{1}{625}=\frac{500+100+15+3}{625}=\frac{618}{625}\le 1$$

Άρα ο ζητούμενος κώδικας κατασκευάζεται και είναι ο παρακάτω :

u_1-> 0
u_2-> 1
u_3-> 2 4 κ.λ. μήκους 1
u_4-> 3
u_5-> 40
u_6-> 41
u_7-> 42 4 κ.λ. μήκους 2
u_8-> 43
u_9-> 440
u_{10}-> 441 3 κ.λ. μήκους 3
u_{11}-> 442
u_{12}-> 4430
u_{13}-> 4431 3 κ.λ. μήκους 4
u_{14}-> 4432

■