

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2008

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Β

ΘΕΩΡΙΑ 1

α) Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a και πως συμβολίζεται αυτή;

β) Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις :

i) αν $\sqrt{a} = x$ με $a \geq 0$ και $x \geq 0$ τότε

ii) αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$

iii) αν a ρητός τότε $\sqrt{a^2} = \dots\dots\dots$

γ) Πότε ισχύει $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2}$;

ΘΕΩΡΙΑ 2

α) Πως ορίζονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;

(να γίνει σχήμα)

β) Για ποιους από αυτούς και σε ποιο διάστημα περιορίζονται οι τιμές τους;

γ) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά του.

ημ30°		συν45°	
	$\sqrt{3}$		1

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων :

$$2(2 - x) > x - 2 \quad \text{και} \quad \frac{x}{3} - \frac{x-1}{6} \geq 1 - \frac{3(x+5)}{2}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Από την ίδια ποσότητα ηλιελαίου, στάλθηκαν δείγματα για ανίχνευση ορυκτελαίου, σε τρία διαφορετικά εργαστήρια.

Αν x είναι η ποσότητα του δείγματος ηλιελαίου (σε gr) και y η ποσότητα του ορυκτελαίου που ανιχνεύτηκε σ' αυτό (σε gr),

α) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας τον παρακάτω πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά του.

	A Εργαστήριο	B Εργαστήριο	Γ Εργαστήριο
x gr ηλιελαίου	150		250
y gr ορυκτελαίου	15	40	

β) Να εκφράσετε την ποσότητα y του ανιχνευθέντος ορυκτελαίου συναρτήσει της ποσότητας x του δείγματος ηλιελαίου.

γ) Να γίνει η γραφική παράσταση της παραπάνω συνάρτησης σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων.

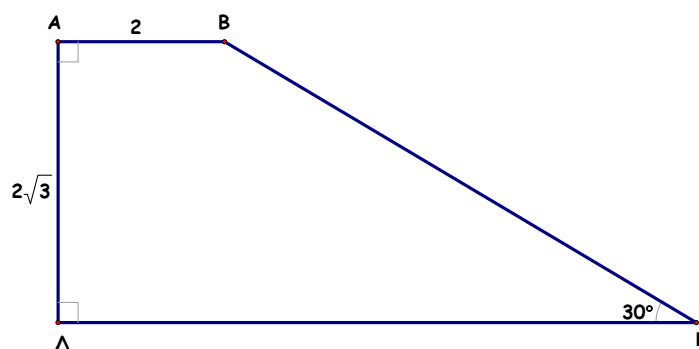
ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ είναι : $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $AB = 2$ cm, $A\Delta = 2\sqrt{3}$ cm και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν BH είναι ύψος του τραpezίου, να υπολογίσετε :

α) Τα μήκη AH και GH

β) Το μήκος $B\Gamma$ και τη γωνία $\widehat{AH\Delta}$

γ) Την περίμετρο και το εμβαδόν του τραpezίου.



Απαντήστε μόνο σε μία Θεωρία και δύο Ασκήσεις

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ 1

α) Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a λέγεται ο θετικός αριθμός x , ο οποίος αν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον a . Συμβολίζεται : \sqrt{a} .

β) i) αν $\sqrt{a} = x$ με $a \geq 0$ και $x \geq 0$ τότε $x^2 = a$

ii) αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = a$

iii) αν a ρητός τότε $\sqrt{a^2} = |a|$

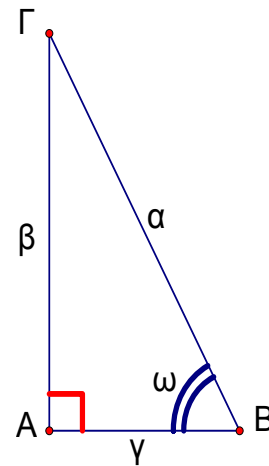
γ) Η σχέση $(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2}$ ισχύει όταν $a \geq 0$.

ΘΕΩΡΙΑ 2

α) $\eta\mu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\beta}{\alpha}$

$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\gamma}{\alpha}$

$\epsilon\phi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}} = \frac{\beta}{\gamma}$



β) Περιορισμοί : $0 < \eta\mu\omega < 1$ και $0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$

γ)

$\eta\mu 30^\circ$	$\epsilon\phi 60^\circ$	$\sigma\upsilon\nu 45^\circ$	$\epsilon\phi 45^\circ$
$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

ΑΣΚΗΣΗ 1

$$2(2-x) > x-2$$

$$4-2x > x-2$$

$$-2x-x > -2-4$$

$$-3x > -6$$

$$x < \frac{-6}{-3}$$

$$x < 2$$

και

$$\frac{x}{3} - \frac{x-1}{6} \geq 1 - \frac{3(x+5)}{2} \quad \text{Ε.Κ.Π.}(2,3,6)=6$$

$$6 \cdot \frac{x}{3} - 6 \cdot \frac{x-1}{6} \geq 6 \cdot 1 - 6 \cdot \frac{3(x+5)}{2}$$

$$2x - (x-1) \geq 6 - 3 \cdot 3 \cdot (x+5)$$

$$2x - x + 1 \geq 6 - 9x - 45$$

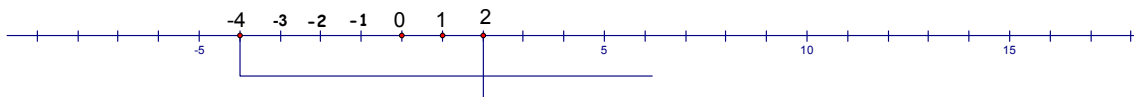
$$2x - x + 9x \geq 6 - 45 - 1$$

$$10x \geq -40$$

$$x \geq \frac{-40}{10}$$

$$x \geq -4$$

Κοινές ακέραιες λύσεις : $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$



ΑΣΚΗΣΗ 2

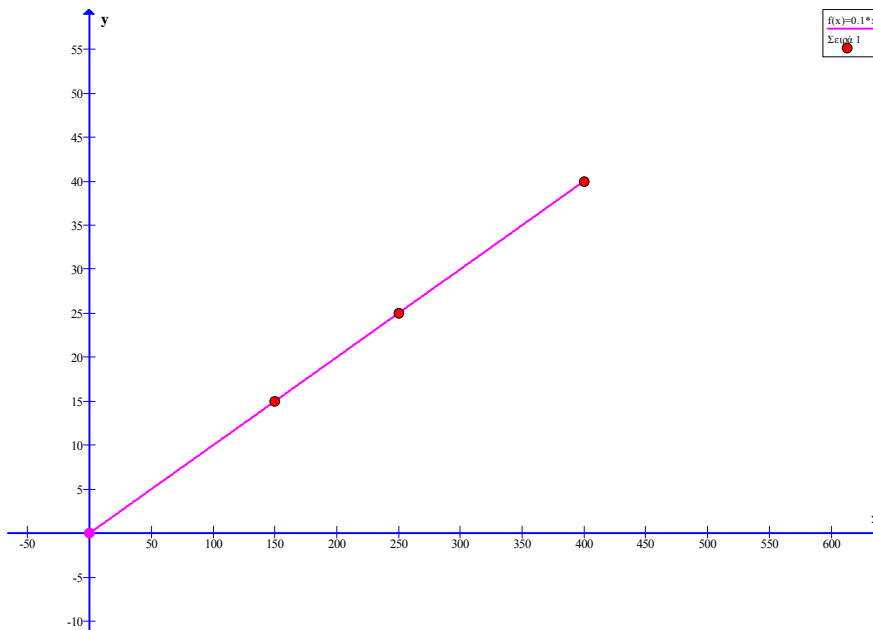
α)

	A Εργαστήριο	B Εργαστήριο	Γ Εργαστήριο
x gr ηλιελαίου	150	400	250
y gr ορυκτελαίου	15	40	25

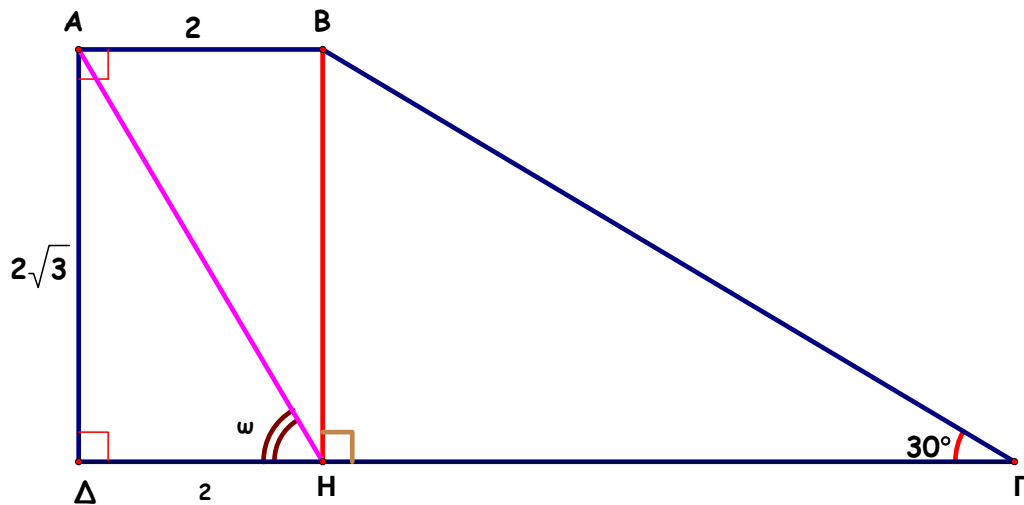
β) Αφού πρόκειται για την ίδια ποσότητα ηλιελαίου, και τα ποσά είναι ανάλογα, η αναλογία διατηρείται και στα υπόλοιπα εργαστήρια.

$$\text{Άρα } \frac{y}{x} = \frac{15}{150} = \frac{1}{10} = 0,1 \quad \text{οπότε } y = \frac{1}{10}x = 0,1x$$

γ)



ΑΣΚΗΣΗ 3



α) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΗΔ, με $\hat{\Delta} = 90^\circ$, και $\Delta\text{H} = 2\text{cm}$ αφού το ΑΒΗΔ είναι ορθογώνιο, το Πυθαγόρειο Θεώρημα δίνει :

$$\begin{aligned} \text{AH}^2 &= \text{A}\Delta^2 + \Delta\text{H}^2 \\ \text{AH}^2 &= (2\sqrt{3})^2 + 2^2 \\ \text{AH} &= \sqrt{4 \cdot 3 + 4} = \sqrt{12 + 4} \\ \text{AH} &= \sqrt{16} = 4\text{cm} \end{aligned}$$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΒΓΗ με $\hat{\text{H}} = 90^\circ$,

$$\begin{aligned} \varepsilon\phi\Gamma &= \frac{\text{BH}}{\Gamma\text{H}} \Leftrightarrow \varepsilon\phi 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{\Gamma\text{H}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{\Gamma\text{H}} \Leftrightarrow \\ \Gamma\text{H}\sqrt{3} &= 3 \cdot 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \Gamma\text{H} = \frac{3 \cdot 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \Gamma\text{H} = 6\text{cm} \end{aligned}$$

β) Στο ίδιο τρίγωνο :

$$\begin{aligned} \eta\mu\Gamma &= \frac{\text{BH}}{\text{B}\Gamma} \Leftrightarrow \eta\mu 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{\text{B}\Gamma} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{\text{B}\Gamma} \Leftrightarrow \\ \text{B}\Gamma &= 4\sqrt{3}\text{cm} \end{aligned}$$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΗ : $\varepsilon\phi\omega = \frac{\text{A}\Delta}{\Delta\text{H}} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ άρα $\hat{\omega} = 60^\circ$.

γ) Η περίμετρος του τραπεζίου είναι :

$$\Pi = AB + B\Gamma + \Gamma\Delta + \Delta A = 2 + 4\sqrt{3} + 8 + 2\sqrt{3} = 10 + 6\sqrt{3}cm .$$

Το εμβαδόν του τραπεζίου είναι :

$$E = \frac{(\beta + B) \cdot \upsilon}{2} = \frac{(2 + 8)2\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}cm^2 .$$



Καλό καλοκαίρι...!