Κεφάλαιο 7.Θεώρημα του Θαλή

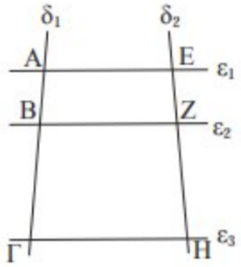
Αν τρεις τουλάχιστον παράλληλες ευθείες τέμνουν δυο άλλες ευθείες, ορίζουν σε αυτές τμήματα ανάλογα

• **Θεώρημα Θαλή**

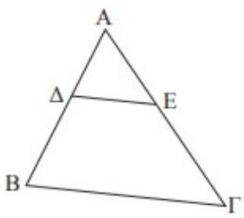
- Τρεις τουλάχιστον παράλληλες ευθείες:

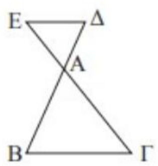
Αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$, τότε $\frac{AB}{EZ} = \frac{B\Gamma}{ZH} = \frac{A\Gamma}{EH}$.

Αντίστροφο: Αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\frac{AB}{B\Gamma} = \frac{EZ}{ZH}$, τότε $\Gamma H // \varepsilon_1 // \varepsilon_2$.



- Στο τρίγωνο





Αν $\Delta E // B\Gamma$, τότε $\frac{A\Delta}{AE} = \frac{\Delta B}{E\Gamma}$ και $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AE}{A\Gamma} = \frac{\Delta E}{B\Gamma}$.

Κεφάλαιο 8. Ομοιότητα

Όμοια ευθύγραμμα σχήματα
- **Ανάλογες πλευρές**
- **Ίσες γωνίες**

• Ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων ευθύγραμμων σχημάτων ισούται με το λόγο ομοιότητάς τους.

Κριτήρια Ομοιότητας τριγώνων
- **Δυο ίσες γωνίες**
- **Δυο πλευρές ανάλογες και τις περιεχόμενες γωνίες ίσες**
- **Τρεις πλευρές ανάλογες**

• Σε δύο όμοια τρίγωνα ο λόγος δύο ομόλογων στοιχείων τους ισούται με το λόγο ομοιότητάς τους.

Κεφάλαιο 9 . Το πυθαγόρειο θεώρημα

ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΟ ΤΡΙΓΩΝΟ

Πυθαγόρειο θεώρημα

$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 \Leftrightarrow \hat{A} = 1\llcorner$

Γενίκευση Πυθαγορείου

$\hat{A} < 1\llcorner : \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta \cdot A\Delta$

$\hat{A} > 1\llcorner : \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta \cdot A\Delta$

Προσδιορισμός του είδους τριγώνου ως προς τις γωνίες

Νόμος συνημιτόνων

$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma \cdot \sigma\upsilon\nu A$

Υπολογισμός των υψών

$\upsilon_\alpha = \frac{2}{\alpha}\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$

ΠΟΡΙΣΜΑ

Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύουν οι ισοδυναμίες:

i) $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνο αν $\hat{A} > 1\llcorner$,

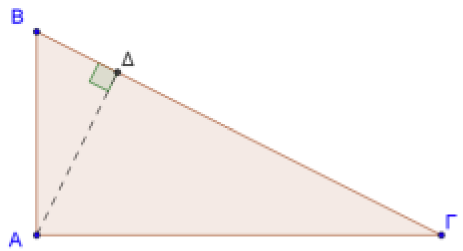
ii) $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνο αν $\hat{A} = 1\llcorner$,

iii) $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνο αν $\hat{A} < 1\llcorner$.

Παρατήρηση:

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με

Α ορθή και ΑΔ ύψος ισχύουν:



- $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$ (πυθαγόρειο)
- $AB^2 = B\Delta . B\Gamma$
- $A\Gamma^2 = \Gamma\Delta . \Gamma B$
- $A\Delta^2 = \Delta B . \Delta\Gamma$

Κεφάλαιο 10. Εμβαδά

Ε Μ Β Α Δ Ο Ν

Πολυγώνων

Τετραγώνου: $E = \alpha^2$

Ορθογωνίου: $E = \alpha \cdot \beta$

Παραλληλογράμμου: $E = \alpha \cdot \upsilon_\alpha = \beta \cdot \upsilon_\beta$

Τριγώνου: $E = \frac{1}{2}\alpha\upsilon_\alpha = \frac{1}{2}\beta\upsilon_\beta = \frac{1}{2}\gamma\upsilon_\gamma$

- $E = \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$
- $E = \tau\rho$
- $E = \frac{\alpha\beta\gamma}{4R}$
- $E = \frac{1}{2}\beta\gamma\eta\mu A = \frac{1}{2}\gamma\alpha\eta\mu B = \frac{1}{2}\alpha\beta\eta\mu\Gamma$

Πολυγωνικών Επιφανειών

$(\Pi.E.) = (\Pi_1) + (\Pi_2) + \ldots + (\Pi_\nu)$

Τραπεζίου: $E = \frac{1}{2}(B + \beta) \cdot \upsilon$

Ρόμβου (και τετραπλεύρου με κάθετες διαγωνίους): $E = \frac{1}{2}\delta_1 \cdot \delta_2$

Εμβαδόν και ομοιότητα

$$\frac{(AB\Gamma)}{(A'B'\Gamma')} = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{\alpha'}, & \text{αν } \upsilon_\alpha = \upsilon_{\alpha'} \\[2mm] \dfrac{\upsilon_\alpha}{\upsilon_{\alpha'}}, & \text{αν } \alpha = \alpha' \\[2mm] \dfrac{\beta\gamma}{\beta'\gamma'}, & \text{αν } \hat{A} = \hat{A}' \text{ ή } \hat{A} + \hat{A}' = 180^\circ \\[2mm] \lambda^2, & \text{αν } \overset{\triangle}{AB\Gamma} \approx \overset{\triangle}{A'B'\Gamma'} \text{ και } \lambda \text{ ο λόγος ομοιότητας} \end{cases}$$

$$\frac{(AB\Gamma\ldots K)}{(A'B'\Gamma'\ldots K')} = \lambda^2, \text{ αν } AB\Gamma\ldots K \approx A'B'\Gamma'\ldots K' \text{ και } \lambda \text{ ο λόγος ομοιότητας}$$

Παρατηρήσεις

1. Δύο σχήματα που έχουν το ίδιο εμβαδόν λέγονται **ισοδύναμα** ή **ισεμβαδικά**
2. Αν ΑΜ διάμεσος του τριγώνου τότε (ΑΒΜ) = (ΑΜΓ) δηλαδή η διάμεσος ενός τριγώνου χωρίζει το τρίγωνο σε δύο ισεμβαδικά τρίγωνα

Κεφάλαιο 11. Μέτρηση κύκλου

ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

Κανονικά πολύγωνα

- Όλες οι πλευρές και οι γωνίες του ίσες.
- Εγγράψιμο και περιγράψιμο σε κύκλο
- $\alpha_\nu^2 + \frac{\lambda_\nu^2}{4} = R^2$, $E_\nu = \frac{1}{2} P_\nu \alpha_\nu$, $P_\nu = \nu \lambda_\nu$
- $\omega_\nu = \frac{180^\circ}{\nu}$, $\varphi_\nu = 180^\circ - \frac{360^\circ}{\nu}$
- Κανονικά πολύγωνα με το ίδιο πλήθος πλευρών είναι όμοια
- Πίνακας:

ν	3	4	6
λ_ν	$R\sqrt{3}$	$R\sqrt{2}$	R
α_ν	$\frac{R}{2}$	$\frac{R\sqrt{2}}{2}$	$\frac{R\sqrt{3}}{2}$

Κύκλος

- Μήκος κύκλου: $L = 2\pi R$
- Μήκος τόξου: $\ell = \frac{\pi R \mu}{180} = \alpha R$
- Εμβαδόν κυκλικού δίσκου: $E = \pi R^2$
- Εμβαδόν κυκλικού τομέα: $(O\widehat{AB}) = \frac{\pi R^2 \mu}{360} = \frac{1}{2} \alpha R^2$

Παρατήρηση

Ένα πολύγωνο λέγεται **κανονικό**, όταν έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες.