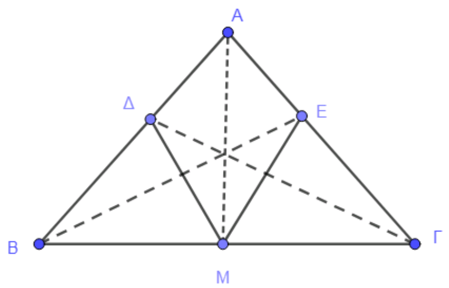


ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ-ΟΡΘΟΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

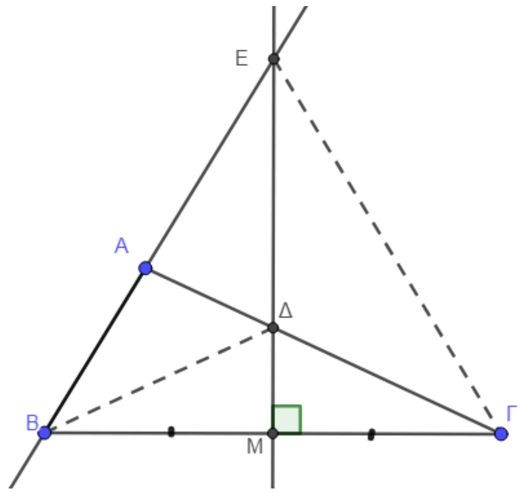
1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ και Μ μέσο της ΒΓ. Στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ θεωρούμε σημεία Δ και Ε ώστε ΑΔ=ΑΕ. Να αποδείξετε ότι
α) η ΑΜ διχοτόμος της γωνίας ΔΜΕ
β) τα τρίγωνα ΒΜΕ και ΓΜΔ είναι ίσα

Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ είναι:

- **ΑΒ=ΑΓ**
- **Β=Γ**
- **ΑΜ διάμεσος του άρα και διχοτόμος της γωνίας Α και ύψος του**

α. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΜΔ και ΑΜΕ: ΑΜ κοινή, ΑΔ=ΑΕ από υπόθεση, ΔΑΜ=ΜΑΕ διότι ΑΜ διχοτόμος της γωνίας Α , οπότε από ΠΓΠ τα τρίγωνα ίσα άρα ΔΜΑ=ΑΜΕ
β. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΒΜΕ και ΓΜΔ: ΒΜ=ΜΓ διότι ΑΜ διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ, ΔΜ=ΜΕ από την προηγούμενη σύγκριση και οι γωνίες ΒΜΕ και ΔΜΓ είναι ίσες ως άθροισμα ίσων γωνιών οπότε από ΠΓΠ ίσα

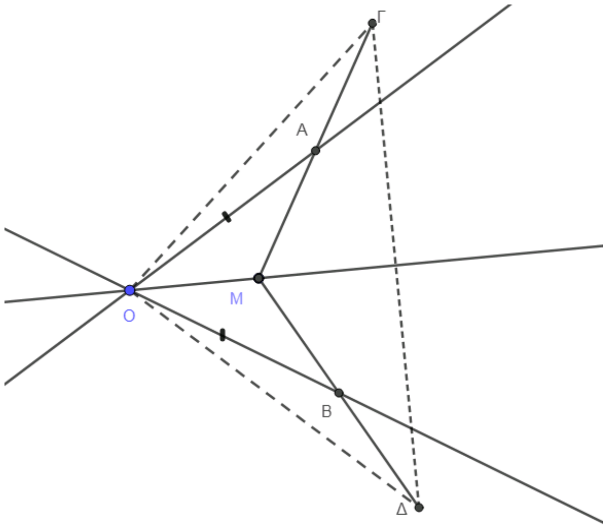
2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ
Η μεσοκάθετη της ΒΓ τέμνει την ΑΓ στο Δ και την προέκταση της ΒΑ στο Ε. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΕΔ και ΓΕΔ είναι ίσα



Είναι Δ σημείο της μεσοκαθέτου του ΒΓ άρα ΔΒ=ΔΓ και Ε σημείο της μεσοκαθέτου του ΒΓ άρα ΕΒ=ΕΓ οπότε με σύγκριση των τριγώνων: ΔΒ=ΔΓ , ΕΒ=ΕΓ και ΕΔ κοινή (ΠΠΠ) τα τρίγωνα είναι ίσα

3. Δίνεται οξεία γωνία $x\hat{O}y$,η διχοτόμος της Οδ και τα σημεία Α και Β των Οχ και Οy αντίστοιχα με ΟΑ=ΟΒ. Θεωρούμε επίσης σημείο Μ της Οδ με ΟΜ<ΟΑ. Προεκτείνουμε τις ΜΑ και ΜΒ κατά ίσα τμήματα ΑΓ και ΒΔ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΜΓΔ είναι ισοσκελές β) Το τρίγωνο ΟΓΔ είναι ισοσκελές
γ) Τα τρίγωνα ΟΑΓ και ΟΒΔ είναι ίσα



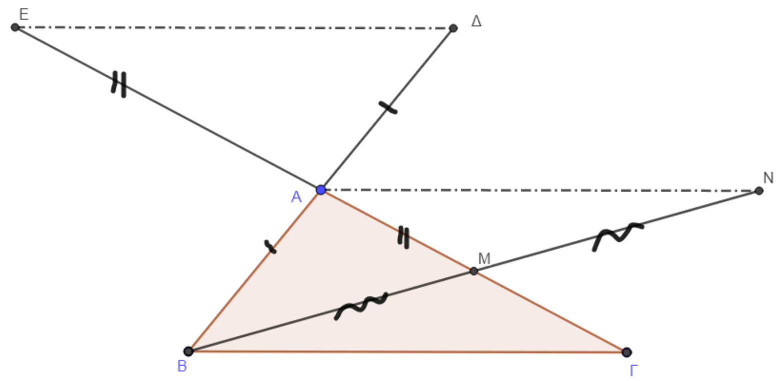
α. Από τη σύγκριση των τριγώνων ΜΑΟ και ΜΟΒ (ΟΑ=ΟΒ, ΟΜ κοινή και οι γωνίες ΜΟΑ και ΜΟΒ ίσες διότι ΟΜ διχοτόμος ,ΠΓΠ) είναι ΜΑ=ΜΒ οπότε ΜΓ=ΜΔ ως άθροισμα ίσων ευθυγράμμων τμημάτων δλδ το τρίγωνο ΜΓΔ ισοσκελές

β. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΜΓΟ και ΜΔΟ : ΜΟ κοινή , οι γωνίες ΟΜΓ και ΟΜΔ ίσες από προηγούμενη σύγκριση και ΜΓ=ΜΔ από προηγουμένη σύγκριση οπότε τα τρίγωνα(ΠΓΠ) ίσα άρα ΟΓ=ΟΔ

γ. Με σύγκριση τα τρίγωνα έχουν τρεις πλευρές μία προς μία ίσες(ΠΠΠ)

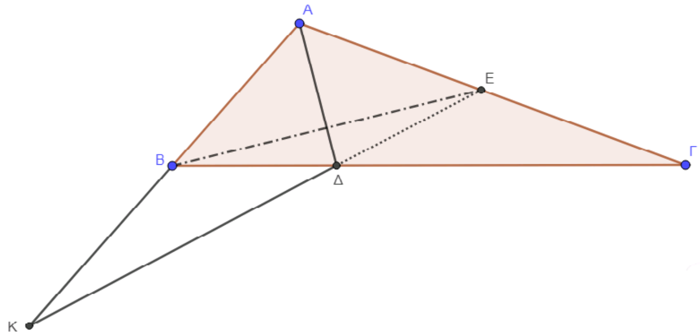
4. Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε την πλευρά ΒΑ κατά τμήμα ΑΔ=ΒΑ και την πλευρά ΓΑ κατά τμήμα ΑΕ=ΓΑ.

α)Να αποδείξετε ότι ΔΕ=ΒΓ
β) Προεκτείνουμε τη διάμεσο ΒΜ του ΑΒΓ κατά τμήμα ΜΝ=ΒΜ. Να αποδείξετε ότι ΑΝ=ΔΕ



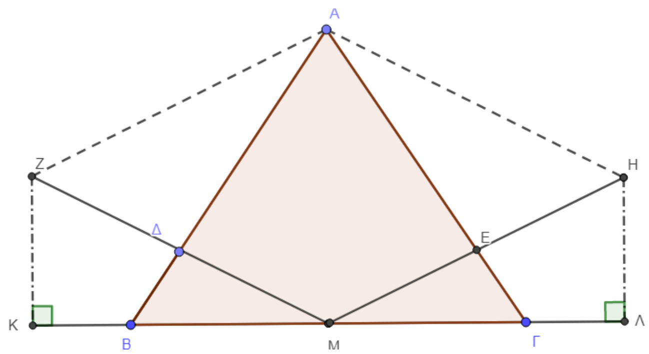
α. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ : ΑΒ=ΑΔ, ΑΓ=ΑΕ και γωνίες κατακορυφήν (ΠΓΠ) άρα τα τρίγωνα ίσα οπότε ΔΕ=ΒΓ
β. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΒΜΓ και ΑΜΝ: (ΠΓΠ) …άρα ΑΝ=ΒΓ όμως ΒΓ=ΔΕ άρα ΑΝ=ΔΕ

5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ και η διχοτόμος ΑΔ. Θεωρούμε σημείο Ε της ΑΓ ώστε ΑΕ=ΑΒ.
α) Να αποδείξετε ότι ΒΔ=ΔΕ
β)Αν η ΔΕ τέμνει την προέκταση της ΑΒ στο Κ να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΚΒΔ και ΔΕΓ είναι ίσα
γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ΑΔ είναι μεσοκάθετη του ΒΕ



α. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΔΕ: ΑΒ=ΑΕ, ΑΔ κοινή και οι γωνίες ΒΑΔ και ΓΑΔ ίσες λόγω του ότι ΑΔ διχοτόμος άρα τα τρίγωνα ίσα (ΠΓΠ) και ΒΔ=ΔΕ
β. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΚΒΔ και ΔΕΓ: ΔΒ=ΔΕ από προηγούμενη σύγκριση, οι γωνίες ΚΒΔ και ΓΕΔ ίσες ως παραπληρωματικές ίσων γωνιών και οι γωνίες ΒΔΚ και ΓΔΕ ίσες ως κατακορυφήν άρα (ΓΠΓ) ίσα
γ. Το τρίγωνο ΑΒΕ ισοσκελές (ΑΒ=ΑΕ) και ΑΔ διχοτόμος του άρα διάμεσος και ύψος οπότε μεσοκάθετος η ΑΔ της ΒΕ

6. Δίνεται ισοσκελές ΑΒΓ με βάση ΒΓ. Έστω Μ μέσο της ΒΓ και σημεία Δ, Ε των ΑΒ και ΑΓ ώστε ΒΔ=ΓΕ. Προεκτείνουμε τη ΜΔ κατά τμήμα ΔΖ=ΜΔ και τη ΜΕ κατά τμήμα ΕΗ=ΜΕ. Να αποδείξετε ότι
α)ΜΔ=ΜΕ β)τα σημεία Ζ και Η ισαπέχουν από την ευθεία ΒΓ
γ)τα τρίγωνα ΑΔΖ και ΑΕΗ είναι ίσα



α. Συγκρίνω τα τρίγωνα ΒΜΔ και ΜΕΓ: ΜΒ=ΜΓ ,οι γωνίες Β και Γ ίσες και ΒΔ=ΓΕ άρα (ΠΓΠ) ίσα τρίγωνα οπότε ΜΔ=ΜΕ
β . Συγκρίνω τα ορθογώνια ΚΖΜ και ΜΛΗ : ΜΖ=ΜΗ ως άθροισμα ίσων ευθυγράμμων τμημάτων και οι γωνίες ΚΜΔ και ΓΜΕ ίσες από προηγούμενη σύγκριση άρα ΖΚ=ΗΛ
γ. ΑΔ=ΑΕ (διαφορά ίσων ευθυγράμμων τμημάτων),ΔΖ=ΕΗ και οι γωνίες ΖΔΑ και ΑΕΗ ίσες ως κατακορυφήν ίσων γωνιών