

Κεφάλαιο 1: Γραμμικά συστήματα

[31570] Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: 2x + y = 6$ και $\varepsilon_2: x - 2y = -2$.

α) Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο M.

β) Να δείξετε ότι η ευθεία $\varepsilon_3: 3x + y = 8$ διέρχεται από το M.

[21227] α) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 5x - y = 5 \\ -5x + y = 2 \end{cases}$ β) Να σχεδιάσετε τις ευθείες (ε_1):

$5x - y = 5$ και (ε_2): $-5x + y = 2$ και να ερμηνεύσετε γραφικά το αποτέλεσμα του α) ερωτήματος.

[15016] Δίνεται το γραμμικό σύστημα $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί το ζεύγος $(0,4)$ δεν αποτελεί λύση του παραπάνω συστήματος.

β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών (ε_1): $3x + 2y = 8$ και (ε_2): $2x - y = 3$.

Κεφάλαιο 2: Ιδιότητες συναρτήσεων

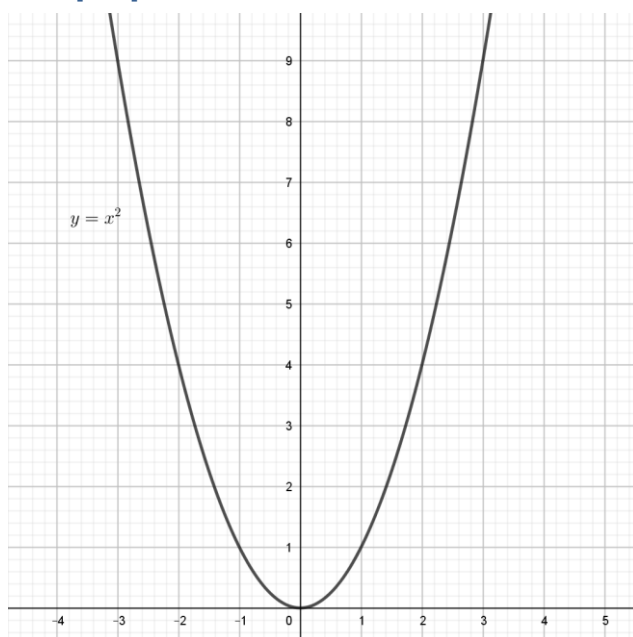
[32674] Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 - 4x + 5, x \in \mathbb{R}.$$

α) Να δείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή

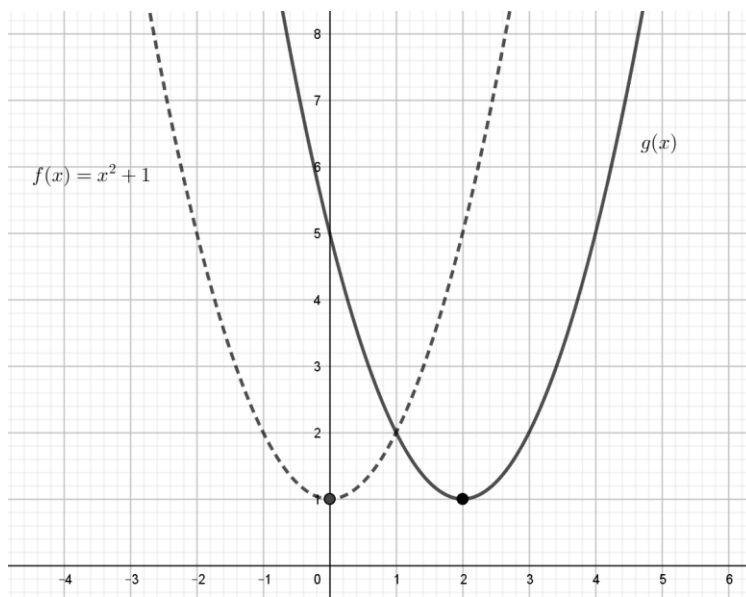
$$f(x) = (x-2)^2 + 1.$$

β) Να αναφέρετε με ποιες μετατοπίσεις της $y(x) = x^2$ προκύπτει η γραφική παράσταση της συνάρτησης f , την οποία και να χαράξετε στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί.



[20671] Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 1$ και η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $g(x)$

με x πραγματικό.



α)

i. Είναι η f άρτια ή περιττή

συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

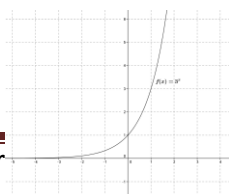
ii. Έχει η f μέγιστη τιμή ή ελάχιστη; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β)

i. Με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f προέκυψε η γραφική παράσταση της g ;

ii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g .

[21451] Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3^x$ με $x \in \mathfrak{R}$



Άλγεβρα Β Λυκείου

α) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = 3^x + 1$ και $h(x) = 3^x - 1$, μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

β) Ποια είναι η ασύμπτωτη ευθεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g και ποια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης h ;

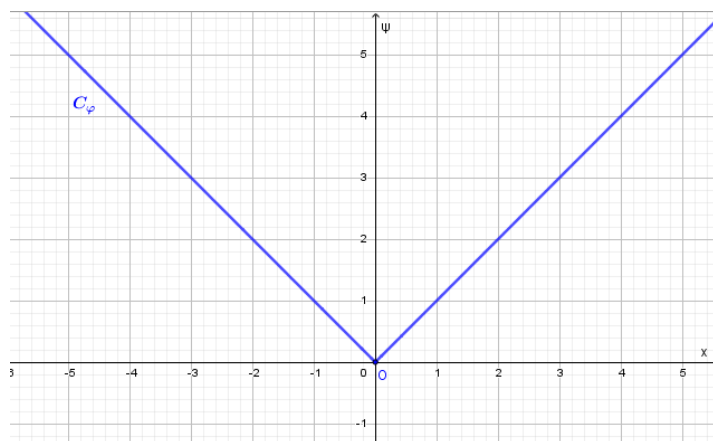
[21449] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x+1)$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

β) Να βρείτε τα σημεία τομής (αν υπάρχουν) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

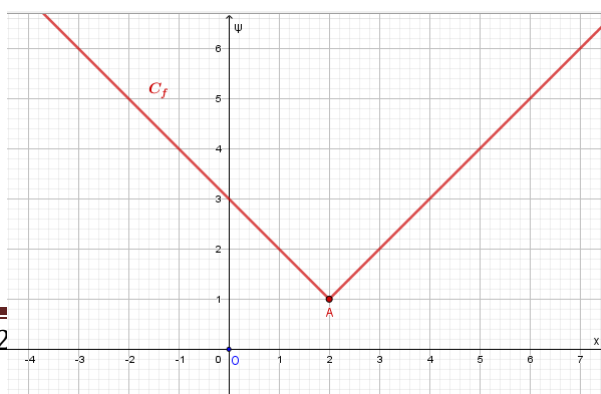
γ) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της $y = \ln x$.

[14972] Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ με γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα. Επιπλέον οι συναρτήσεις $g(x) = |x - 2|$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = |x - 2| + 1$, $x \in \mathbb{R}$.



α) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις συναρτήσεις g , f και να εξηγήσετε πώς προκύπτουν μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της φ .

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f , η οποία δίνεται στο διπλανό σχήμα, να βρείτε:



Άλγεβρα Β Λυκείου

- i. Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια αύξουσα και γνήσια φθίνουσα.
- ii. Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;

[14983] Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{3}x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ η οποία προκύπτει από μία οριζόντια μετατόπιση της $g(x)$ κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και μετά κατά μία μονάδα προς τα πάνω.

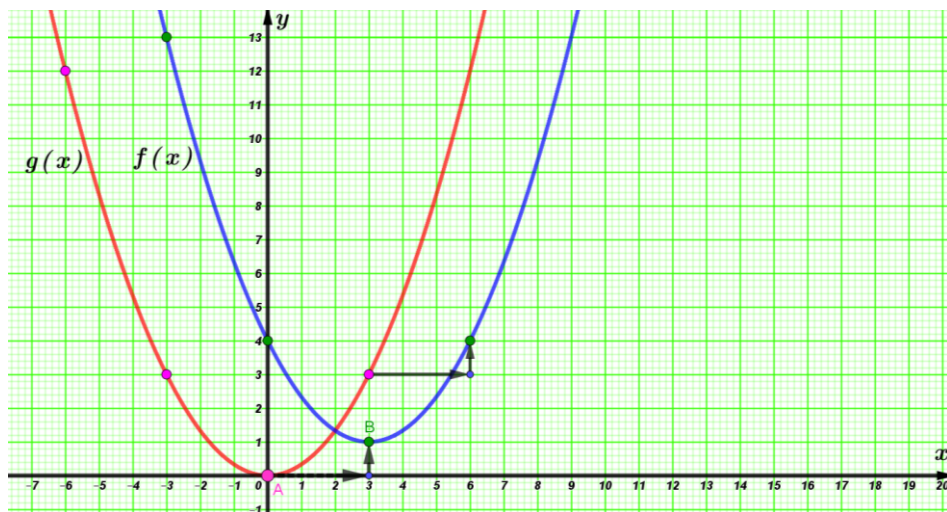
α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση όσον αφορά τον τύπο της $f(x)$.

(I) $f(x) = g(x + 3) + 1$. (II) $f(x) = g(x + 3) - 1$. (III) $f(x) = g(x - 3) + 1$.

(IV) $f(x) = g(x - 3) - 1$.

β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)$ και την θέση ελαχίστου.

γ) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα.



Κεφάλαιο 3: Τριγωνομετρία

[32675] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu x + 1$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f

β) Για ποια τιμή του $x \in [0, 2\pi]$ η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη τιμή;

[21995] Πόσες και ποιες λύσεις έχει η εξίσωση $\eta\mu x = \alpha$ στο διάστημα $[-2\pi, 2\pi]$

όταν: α) $\alpha = 1$

Άλγεβρα Β Λυκείου

β) $\alpha = -2$. Να αιτιολογήσετε γραφικά, ή όπως αλλιώς θέλετε, την απάντησή σας σε κάθε ένα από τα παραπάνω ερωτήματα.

[15036] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\sigma\upsilon\nu 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

α) i. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .

ii. Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -3$ στο \mathbb{R} .

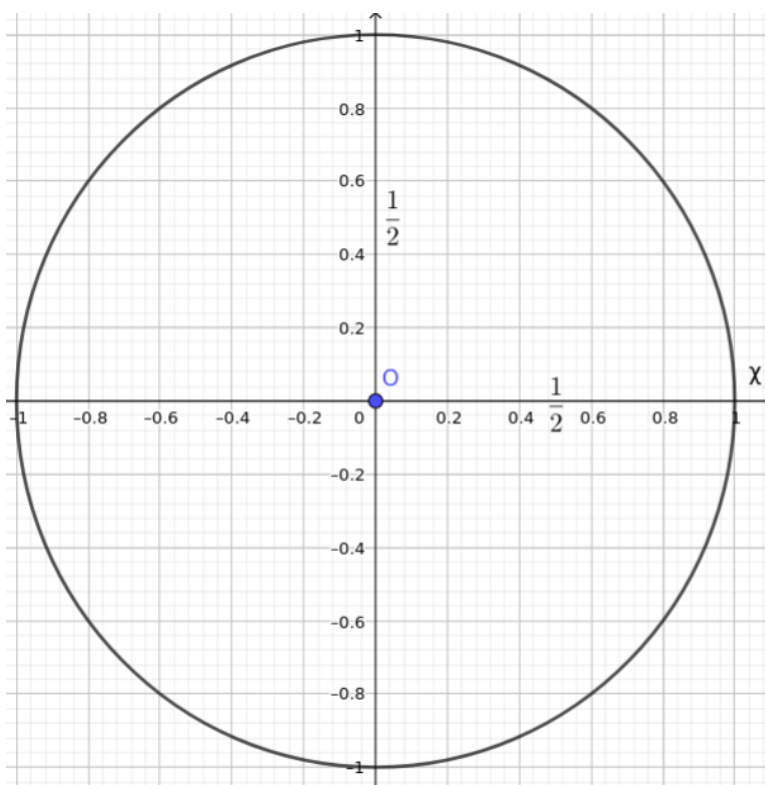
[15969] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) - 2\eta\mu(\frac{\pi}{2} - x)$.

α) Να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) = -\sigma\upsilon\nu x$.

β) Να δείξετε ότι $f(x) = -4\sigma\upsilon\nu x$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$.

[14977] α) Στον διπλανό τριγωνομετρικό κύκλο να σημειώσετε τις τελικές πλευρές δύο γωνιών που ανήκουν στο διάστημα $[0, 2\pi)$, με αρχική πλευρά την ημιευθεία Ox , οι οποίες να έχουν ημίτονο ίσο με $\frac{1}{2}$ και άλλες δύο οι οποίες να έχουν συνημίτονο ίσο με $\frac{1}{2}$.



β) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x = \frac{1}{2}$ για $x \in \mathbb{R}$.

[21237] Δίνεται ότι $\eta\mu\theta = \frac{\eta\mu\frac{2\pi}{3} - \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}}{\sigma\upsilon\nu^2\frac{\pi}{4}}$. α) Να δείξετε ότι:

i. $\eta\mu\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ii. $\eta\mu\theta = \sqrt{3} - 1$.

β) Αν για την γωνία θ έχουμε $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu\theta$.

Κεφάλαιο 4: Πολυώνυμα

[20941] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + 2x^2 + x + 3$.

α) Να δείξετε ότι το -2 δεν είναι ρίζα του πολυωνύμου.

β) Να βρείτε το ηλίκο της διαίρεσης $P(x) : (x + 2)$

γ) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης $P(x) : (x + 2)$.

[15989] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$.

α) Δίνεται ότι το πολυώνυμο $P(x)$ έχει μοναδική ακέραια ρίζα. Να προσδιορίσετε τη μοναδική ακέραια ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$.

β) Να βρείτε όλες τις ρίζες του $P(x)$ και να το γράψετε ως γινόμενο πρωτοβαθμίων παραγόντων.

[21998] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (x - 2) \cdot (x^6 + 1)$.

α) Ποιος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου $P(x)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να βρείτε όλες τις ρίζες του πολυωνύμου $P(x)$.

[21997] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$.

Άλγεβρα Β Λυκείου

α) Ποιος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου $P(x)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

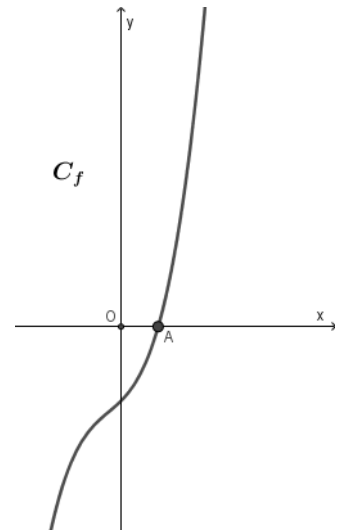
β) Ποιο είναι το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ που προκύπτει από την διαίρεση $P(x) : (x - 2)$;

[20856] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 + x^2 + x - 1, x \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.

β) Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

- Να δικαιολογήσετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μία ρίζα.
- Να αποδείξετε ότι η ρίζα αυτή βρίσκεται στο διάστημα $(0,1)$.



[20640] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 8x^2 + 7x - 1$.

α) Να αποδείξετε ότι έχει ρίζα τον αριθμό 1.

β) Έστω $Q(x)$ πολυώνυμο το οποίο δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.

- Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $R_1(x) = P(x) + Q(x)$ δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.
- Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $R_2(x) = P(x) \cdot Q(x)$ έχει ρίζα τον αριθμό 1.

[18230] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + x^2 - 8x - 4$.

α) Να αποδείξετε ότι έχει παράγοντα το $(x - 2)$.

β) Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$

[15176] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 2$.

α) Να αποδείξετε ότι το $x - 1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου. β) Αν $P(x) = (x - 1) \cdot (x^2 - x + 2)$, να βρείτε για ποιες τιμές του x είναι $P(x) > 0$

[15175] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$.

α) Να αποδείξετε ότι το 1 είναι μία ρίζα του πολυωνύμου.

β) Να αποδείξετε ότι $P(x) = (x - 1) \cdot (x^2 + 1)$.

Άλγεβρα Β Λυκείου

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

[15096] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 1$.

α) Να αποδείξετε ότι το 1 και το -1 δεν είναι ρίζες του πολυωνύμου.

β) Να κάνετε τη διαίρεση του $P(x): (x^2 + x - 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

[17241] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + x + 2$.

α) Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x + 1)$.

β) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x): (x + 1)$.

γ) Αν $P(x) = (x + 1)(x^2 - x + 2)$, να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

[14981] Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x + 6$.

α) Να υπολογίσετε το $P(-2)$.

β) Να αποδείξετε ότι το $x + 2$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

γ) Να παραγοντοποιήσετε το $P(x)$.

[15618] α) Να γράψετε το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + x^2 - x$ ως γινόμενο ενός πρωτοβάθμιου και ενός δευτεροβάθμιου πολυωνύμου.

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

[15040] Δίνεται η εξίσωση $x^3 - 7x + 6 = 0$.

α) Να εξετάσετε αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα της.

β) Με τη βοήθεια του σχήματος Horner ή με όποιο άλλο τρόπο θέλετε, να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης

$$(x^3 - 7x + 6) : (x - 1)$$

και να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $x^3 - 7x + 6 = 0$.

Κεφάλαιο 5: Εκθετική και λογαριθμική συνάρτηση

[21954] Δίνεται η παράσταση $A = \ln(\ln e) + \log(\log 10^{10})$.

α) Να αποδείξετε ότι :

i. $\log 10^{10} = 10$

ii. $A = 1$

β) Να λυθεί η εξίσωση $\log(x^2 + 1) = A$

[21858] Δίνεται η παράσταση $A = 2\log 5 + 2\log 2$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = 2$.

β) Να βρεθεί η τιμή του λ για την οποία ισχύει ότι $e^\lambda = A$.

γ) Για την τιμή του λ που βρήκατε στο ερώτημα β), να αποδείξετε ότι $\ln \lambda < 0$.

[20851] Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 2 \log 6 - \log 12 \quad \text{και} \quad B = \log 5 + \log 2$$

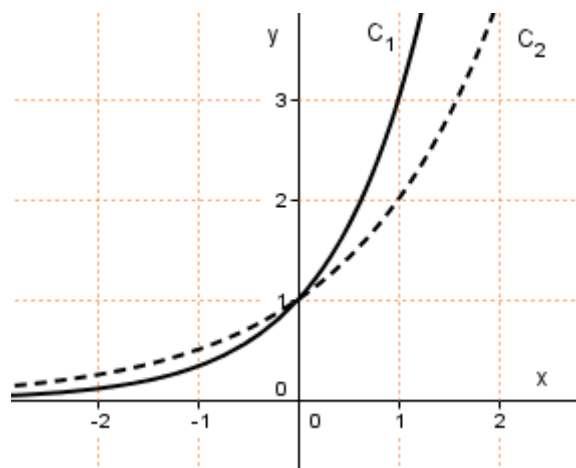
α) Να αποδείξετε ότι $A = \log 3$ και $B = 1$.

β) Να αποδείξετε ότι $A < B$.

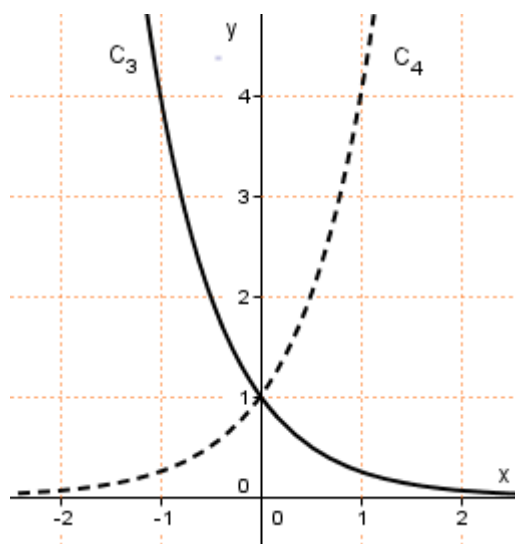
γ) Να λύσετε την ανίσωση $\log x < 1$.

[21993]

α) Ποια από τις δύο καμπύλες C_1 (συνεχής γραμμή) και C_2 (διακεκομμένη γραμμή) είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 2^x$ και ποια της συνάρτησης $g(x) = 3^x$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



β) Ποια από τις δύο καμπύλες C_3 (συνεχής γραμμή) και C_4 (διακεκομμένη γραμμή) είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\varphi(x) = 4^x$ και ποια της συνάρτησης $\psi(x) = 4^{-x}$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



[21675] Δίνεται η εξίσωση $\log(x^2 + 1) = 1 - \log 2$.

α) Να αποδείξετε ότι $1 - \log 2 = \log 5$. β) Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση.

[20663]

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\log_2 8) \cdot x^3 + (4 \log_2 \sqrt{2}) \cdot x^2 - (4 \log_2 1) \cdot x + 1990$

α) Να αποδείξετε ότι $\log_2 8 + 2 \log_2 \sqrt{2} - \log_2 1 = 4$.

β) Να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x - 2)$

[15675] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 1)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 0$.

[15687] Δίνεται η παράσταση $A = \log_4 3 + \log_4 \alpha - \log_4 \beta$, όπου α, β θετικοί αριθμοί.

α) Να αποδείξετε ότι $A = \log_4 \frac{3\alpha}{\beta}$

β) Αν για τους αριθμούς α, β ισχύει $3\alpha = 16\beta$, να βρείτε την τιμή της παράστασης A .

Πηγή :ΙΕΠ Τράπεζα θεμάτων(<https://trapeza.iep.edu.gr/public/subjects.php>)