Κεφάλαιο 1: Συστήματα

1. Κάθε εξίσωση της μορφής **αx + βy = γ** ονομάζεται γραμμική εξίσωση και παριστάνει γεωμετρικά(στο επίπεδο) μία **ευθεία γραμμή(όταν α ή β διάφορα του μηδενός)**

2. Επίλυση Γραμμικού Συστήματος 2x2Προτού λύσουμε ένα οποιοδήποτε σύστημα, επιβάλλεται να το φέρουμε πρώτα σε κανονική μορφή,

στη μορφή:

$$\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$$

Με απλά λόγια, έχουν εκτελεστεί τα παρακάτω:

1. Απαλοιφή παρονομαστών.
2. Απαλοιφή παρενθέσεων.
3. Χωρισμός γνωστών από αγνώστους.
4. Αναγωγή ομοίων όρων.

Στη συνέχεια, προχωρούμε στην επίλυση του συστήματος επιλέγοντας κάποια από τις παρακάτω μεθόδους:

- **Μέθοδος της Αντικατάστασης**

Λύνουμε μία από τις δύο εξισώσεις ως προς τον έναν άγνωστο (όποιον μας συμφέρει) και **αντικαθιστούμε** το αποτέλεσμα στην άλλη εξίσωση. Έτσι προκύπτει μία εξίσωση με ένα μόνον άγνωστο!

- **Μέθοδος των Αντίθετων Συντελεστών**

Πολλαπλασιάζουμε και τις 2 εξισώσεις με κατάλληλο αριθμό, ώστε να προκύψουν αντίθετοι συντελεστές μπροστά από κάποιον άγνωστο (επιλέγουμε όποιον άγνωστο μας συμφέρει). Στη συνέχεια, **προσθέτουμε** τις δύο εξισώσεις **κατά μέλη**. Έτσι προκύπτει και πάλι μία εξίσωση με ένα μόνον άγνωστο!

3. Γεωμετρική ερμηνεία

Σχετική θέση ευθειών	**Πλήθος κοινών σημείων**	**Επίλυση γραμμικού συστήματος**
τεμνόμενες	ένα κοινό σημείο	μοναδική λύση(x,y)
παράλληλες	κανένα κοινό σημείο	αδύνατο σύστημα
ταυτίζονται	άπειρα κοινά σημεία	αόριστο σύστημα

Κεφάλαιο 2: Ιδιότητες συναρτήσεων

1. Μονοτονία συνάρτησης

- Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως αύξουσα** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $\mathbf{x_1 < x_2}$ ισχύει $\mathbf{f(x_1) < f(x_2)}$

- Μια συνάρτηση f λέγεται **γνησίως φθίνουσα** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $\mathbf{x_1 < x_2}$ ισχύει $\mathbf{f(x_1) > f(x_2)}$

2.Ακρότατα Συνάρτησης

- Μια συνάρτηση f, με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A, λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ **(ολικό) μέγιστο** όταν, για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(x) \leq f(x_0)$
- Μια συνάρτηση f, με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A, λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ **(ολικό) ελάχιστο** όταν, για κάθε $x \in A$ ισχύει $f(x) \geq f(x_0)$

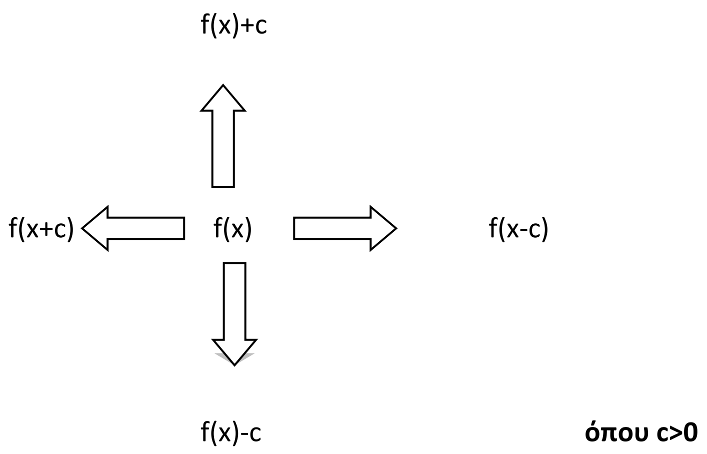
Το **μέγιστο** και το **ελάχιστο** μιας συνάρτησης ονομάζονται **ακρότατα** της συνάρτησης.

3. Άρτια συνάρτηση-Περιττή συνάρτηση

- Μια συνάρτηση f, με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A, θα λέγεται **άρτια**, όταν για κάθε $\mathbf{x \in A}$ ισχύει $\mathbf{-x \in A}$ και $\mathbf{f(-x) = f(x)}$
  Οι άρτιες συναρτήσεις έχουν **άξονα συμμετρίας** τον **y΄y**.
- Μια συνάρτηση f, με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A, θα λέγεται **περιττή**, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει $\mathbf{-x \in A}$ και $\mathbf{f(-x) = -f(x)}$
  Οι περιττές συναρτήσεις έχουν **κέντρο συμμετρίας** την **αρχή των αξόνων**, δηλαδή το σημείο (0, 0)

4.Οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση γραφικής παράστασης συνάρτησης

- Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f, με: $\mathbf{f(x) = \varphi(x) + c}$ προκύπτει από μια **κατακόρυφη μετατόπιση** της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ(x) κατά c μονάδες
  προς τα πάνω αν c > 0 ή προς τα κάτω αν c < 0
- Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f, με: $\mathbf{f(x) = \varphi(x + c)}$ προκύπτει από μια **οριζόντια μετατόπιση** της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ(x) κατά c μονάδες
  προς τα αριστερά αν **c > 0** ή **προς τα δεξιά** αν **c < 0**



Κεφάλαιο 3: Τριγωνομετρία

1. Τριγωνομετρικός κύκλος

Με κέντρο την αρχή Ο(0,0) ενός συστήματος συντεταγμένων και ακτίνα ρ=1 γράφουμε έναν κύκλο ο οποίος λέγεται **τριγωνομετρικός κύκλος**. Αν η τελική πλευρά μιας γωνίας ω τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο Μ(x, y), τότε ισχύει:

συνω = x = τετμημένη του σημείου Μ

ημω = y = τεταγμένη του σημείου Μ

Για το λόγο αυτό ο άξονας x'x λέγεται και **άξονας των συνημίτονων**, ενώ ο άξονας y'y λέγεται και **άξονας των ημίτονων**.

- Οι τιμές του συνω και του ημω μιας γωνίας ω δεν μπορούν να υπερβούν κατ' απόλυτη τιμή την ακτίνα του τριγωνομετρικού κύκλου, που είναι ίση με 1. Δηλαδή ισχύει :

$$-1 \leq ημω \leq 1 \quad \text{και} \quad -1 \leq συνω \leq 1$$

- Τα πρόσημα των τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας ω, ανάλογα με το τεταρτημόριο στο οποίο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας αυτής, είναι όπως δείχνει ο παρακάτω πίνακας**(μνημονικός κανόνας ΟΗΕΣ)**

	1ο	2ο	3ο	4ο
ημω	+	+	–	–
συνω	+	–	–	+
εφω	+	–	+	–
σφω	+	–	+	–

2. Ακτίνιο (rad)

Ακτίνιο (ή 1 rad) είναι η γωνία η οποία, όταν γίνει επίκεντρη σε έναν κύκλο, βαίνει σε τόξο ενός ακτινίου (ή 1 rad)

και ισχύει $$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180}$$

όπου **α: ακτίνια(rad)** και **μ : μοίρες**

3. Πίνακας (βασικών) τριγωνομετρικών αριθμών

Γωνία ω		Τριγωνομετρικοί αριθμοί			
σε μοίρες	**σε rad**	**ημω**	**συνω**	**εφω**	**σφω**
0°	0	0	1	0	Δεν ορίζεται
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	Δεν ορίζεται	0

4.Βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες

[1] $\eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x = 1$

[2] $\varepsilon\phi x = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x}$ με $\sigma\upsilon\nu x \neq 0$

[3] $\sigma\phi x = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}$ με $\eta\mu x \neq 0$

[4] $\varepsilon\phi x \cdot \sigma\phi x = 1$

[5] $\eta\mu^2 x = \frac{\varepsilon\varphi^2 x}{1+\varepsilon\varphi^2 x}$

[6] $\sigma\upsilon\nu^2 x = \frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2 x}$

5. Αναγωγή στο 1^{o} τεταρτημόριο

Αντίθετες γωνίες	**Παραπληρωματικές γωνίες**	**Γωνίες που διαφέρουν κατά π**	**Συμπληρωματικές γωνίες**
ημ(-x)=-ημx συν(-x)=συνx εφ(-x)=-εφx σφ(-x)=-σφx	ημ(π-x)= ημx συν(π-x)=-συνx εφ(π-x)=-εφx σφ(π-x)=-σφx	ημ(π+x)=- ημx συν(π+x)=-συνx εφ(π+x)= εφx σφ(π+x)= σφx	ημ(π/2-x)= συνx συν(π/2-x)=ημx εφ(π/2-x)=σφ x σφ(π/2-x)=εφx

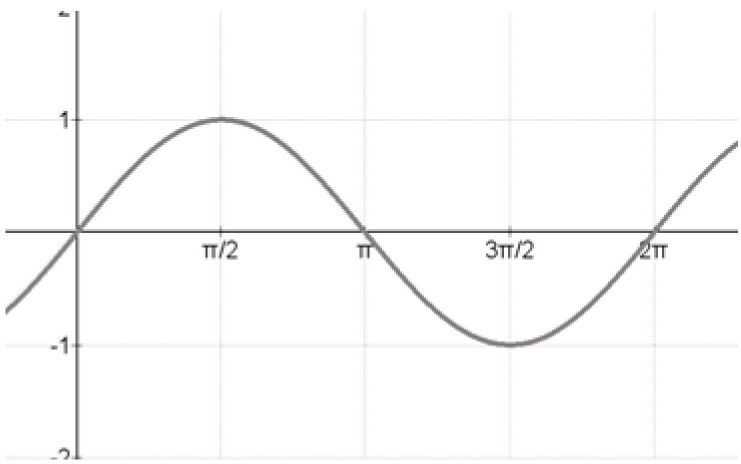
Επίσης, για κάθε **k ∈ Z** θα ισχύει :

$ημ(k\cdot 360^{o} + ω) = ημω$	$εφ(k\cdot 360^{o} + ω) = εφω$
$συν(k\cdot 360^{o} + ω) = συνω$	$σφ(k\cdot 360^{o} + ω) = σφω$

6. Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

Α. Η συνάρτηση f(x)=ημx

1. Πεδίο ορισμού : $\Re$
2. Σύνολο τιμών [-1,1] δηλαδή $-1 \le ημx \le 1$
3. Η f είναι **περιττή** δηλαδή f(-x)=-f(x) για κάθε πραγματικό x
4. Η f είναι **περιοδική** με περίοδο Τ=2π
5. Είναι $f_{min}=-1$ και $f_{max}=1$
6. Η γραφική της παράσταση σε πλάτους μιας περιόδου είναι

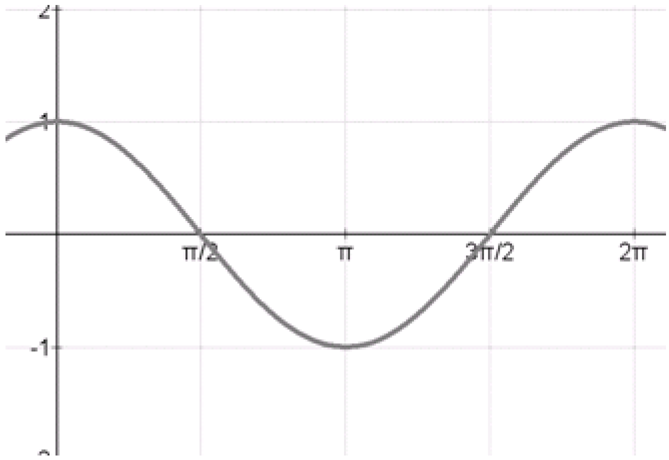


από όπου προκύπτει, πως η f **είναι γνησίως αύξουσα στο [0,π/2],**

γνησίως φθίνουσα στο [π/2,3π/2] και **γνησίως αύξουσα στο [3π/2,2π]**

Β. Η συνάρτηση f(x)=συνx

1. Πεδίο ορισμού : $\Re$
2. Σύνολο τιμών [-1,1] δηλαδή $-1 \leq \sigma\upsilon\nu x \leq 1$
3. Η f είναι **άρτια** δηλαδή f(-x)=f(x) για κάθε πραγματικό x
4. Η f είναι **περιοδική** με περίοδο Τ=2π
5. Είναι $f_{min}=-1$ και $f_{max}=1$
6. Η γραφική της παράσταση σε πλάτους μιας περιόδου είναι



από όπου προκύπτει, πως η f **είναι γνησίως φθίνουσα στο [0,π],**

γνησίως αύξουσα στο [π,2π]

Προσοχή: Οι συναρτήσεις f(x)=ρημ(ωx) και g(x)=ρσυν(ωx) με ρ,ω>0 έχουν:

- μέγιστη τιμή ίση με ρ και ελάχιστη τιμή ίση με $-\rho$
- περίοδο $T = \frac{2\pi}{\omega}$

7. Τριγωνομετρικές εξισώσεις

- **ημx=ημθ** $\Leftrightarrow$ **x=2κπ+θ ή x=2κπ+π-θ με κ** $\in Z$
- **συνx=συνθ** $\Leftrightarrow$ **x=2κπ+θ ή x=2κπ-θ με κ** $\in Z$
- **εφx=εφθ** $\Leftrightarrow$ **x=κπ+θ με κ** $\in Z$
- **σφx=σφθ** $\Leftrightarrow$ **x=κπ+θ με κ** $\in Z$ **όπου Ζ το σύνολο των ακεραίων**

Σε περίπτωση που μπροστά από κάποιον τριγωνομετρικό αριθμό υπάρχει αρνητικό πρόσημο, τότε χρησιμοποιούμε τον παρακάτω κανόνα

− ημx = ημ(−x)	**− εφx = εφ(−x)**
− συνx = συν(π − x)	**− σφx = σφ(−x)**

Κεφάλαιο 4: Πολυώνυμα

1. Βασικές έννοιες

- Κάθε παράσταση της μορφής $\boldsymbol{\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0}$
όπου $\alpha_\nu, \alpha_{\nu-1}, \dots, \alpha_1, \alpha_0 \in \Re$, $\nu \in N$ λέγεται πολυώνυμο του x

- **Όροι** του πολυωνύμου ονομάζονται τα μονώνυμα

$$\boldsymbol{\alpha_\nu x^\nu,\quad \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1},\quad \dots\quad, \alpha_1 x,\quad \alpha_0}$$

όπου α_0 λέγεται σταθερός όρος

- **Βαθμός πολυωνύμου** καλείται ο μέγιστος εκθέτης των μη μηδενικών όρων του(δηλαδή η μεγαλύτερη δύναμη στην οποία εμφανίζεται το x)
- Σταθερό πολυώνυμο ονομάζεται κάθε πραγματικός αριθμός α(και είναι μηδενικού βαθμού αν $\alpha \neq 0$)
- Μηδενικό πολυώνυμο ονομάζεται το σταθερό πολυώνυμο **0**. (δεν ορίζεται βαθμός για το μηδενικό πολυώνυμο)
- Δύο **πολυώνυμα είναι ίσα** αν:
  - είναι του ίδιου βαθμού και
  - έχουν ίσους τους αντίστοιχους συντελεστές

- **Ρίζα ενός πολυωνύμου** θα λέγεται ένας πραγματικός αριθμός ρ, εάν ισχύει **P(ρ)=0**

2. Διαίρεση πολυωνύμων

I. Για κάθε ζεύγος πολυωνύμων Δ(x) και δ(x), με $\delta(x) \neq 0$, υπάρχουν δύο μοναδικά πολυώνυμα π(x) και υ(x), τέτοια ώστε:

$$\boldsymbol{\Delta(x) = \delta(x) \cdot \pi(x) + \upsilon(x)}$$

όπου το υ(x) έχει βαθμό μικρότερο του βαθμού του δ(x) ή είναι μηδέν**(διαίρεση πολυωνύμων)**

II. Το **υπόλοιπο της διαίρεσης** ενός πολυωνύμου P(x) με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου P(x) για $x = \rho$ δηλαδή $\boldsymbol{\upsilon = P(\rho)}$

III. Ένα πολυώνυμο P(x) έχει **παράγοντα το πολυώνυμο x – ρ** αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του P(x), δηλαδή αν και μόνο αν ισχύει
P(ρ) = 0

3. Επίλυση πολυωνυμικών εξισώσεων (άνω του 1ου βαθμού με σχήμα Horner)

- Αναζητούμε τους διαιρέτες του σταθερού όρου
- Εφαρμόζουμε το σχήμα Horner, διαδοχικά, για καθένα από τους αριθμούς που βρήκαμε πριν, μέχρι να ανακαλύψουμε μια ρίζα της εξίσωσης.
- Στην περίπτωση αυτή, όπως έχουμε προαναφέρει, το πολυώνυμο $x - \rho$ θα είναι παράγοντας του $P(x)$. Άρα, σύμφωνα με την ταυτότητα της διαίρεσης, θα είναι $P(x) = (x - \rho) \cdot \pi(x)$
- Συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο στο πολυώνυμο $\pi(x)$, δηλαδή στο πηλίκο της προηγούμενης διαίρεσης, κι ούτω καθεξής, έως ότου καταλήξουμε σε ένα γινόμενο με παράγοντες, μονάχα, πολυώνυμα $1^{ου}$ ή $2^{ου}$ βαθμού.

4. Επίλυση πολυωνυμικών ανισώσεων

Προκειμένου να λύσουμε μια πολυωνυμική ανίσωση, ακολουθούμε ακριβώς τα ίδια βήματα με μια πολυωνυμική εξίσωση δηλαδή αρκεί απλά η εύρεση των ριζών κάθε παράγοντα.

Αυτό που μας ενδιαφέρει, κυρίως, είναι **το πρόσημο** της παράστασης. Για το σκοπό αυτό, κατασκευάζουμε ένα πίνακα προσήμων

και κατόπιν επιλέγουμε το κατάλληλο διάστημα ή ένωση διαστημάτων.

5. Εξισώσεις που ανάγονται σε πολυωνυμικές

(να διαβαστούν παραδείγματα που έγιναν)

Κεφάλαιο 5: Εκθετική και Λογαριθμική συνάρτηση

Α. Δυνάμεις με ρητό εκθέτη

Αν α>0, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος, τότε ορίζουμε:

$$\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$$

Επιπλέον, αν μ, ν, θετικοί ακέραιοι, ορίζουμε $0^{\frac{\mu}{\nu}} = 0$.

Β. Ιδιότητες δυνάμεων

Αν α, β είναι **θετικοί** πραγματικοί αριθμοί και $x, x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, τότε:

$$\alpha^{x_1} \cdot \alpha^{x_2} = \alpha^{x_1+x_2} \qquad \alpha^{x_1} : \alpha^{x_2} = \alpha^{x_1-x_2}$$

$$(\alpha^{x_1})^{x_2} = \alpha^{x_1 x_2}$$

$$(\alpha \cdot \beta)^x = \alpha^x \cdot \beta^x \qquad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^x = \frac{\alpha^x}{\beta^x}$$

Γ. Εκθετική συνάρτηση

Έστω α ένας **θετικός** αριθμός. Όπως είδαμε προηγουμένως για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η δύναμη α^x. Επομένως αντιστοιχίζοντας κάθε $x \in \mathbb{R}$ στη δύναμη α^x, ορίζουμε τη συνάρτηση:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad \text{με} \quad f(x) = \alpha^x,$$

η οποία, στην περίπτωση που είναι $\alpha \neq 1$, λέγεται **εκθετική συνάρτηση με βάση α**.

Αν είναι $\boldsymbol{\alpha = 1}$, τότε έχουμε τη σταθερή συνάρτηση $\mathbf{f(x) = 1}$.

Η συνάρτηση αυτή, καθώς και κάθε συνάρτηση της μορφής

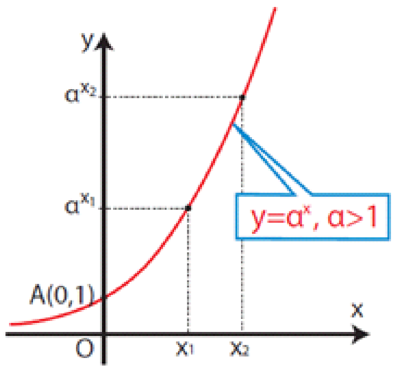
$$\mathbf{f(x)=\alpha^x \text{ με } \alpha>1},$$

αποδεικνύεται ότι:

- Έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.
- Έχει σύνολο τιμών το διάστημα $(0,+\infty)$ των θετικών πραγματικών αριθμών.
- Είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$. Δηλαδή για κάθε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$\textbf{αν } x_1<x_2, \textbf{ τότε } \alpha^{x_1}<\alpha^{x_2}$$

- Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα y'y στο σημείο A(0,1) και έχει ασύμπτωτο τον αρνητικό ημιάξονα των x.



Η συνάρτηση αυτή, καθώς και κάθε συνάρτηση της μορφής

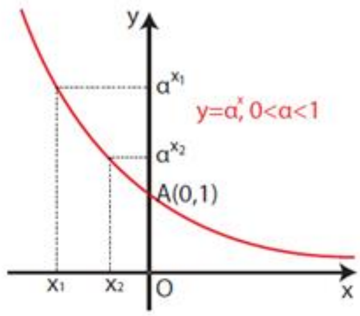
$$\mathbf{f(x)=\alpha^x \text{ με } 0<\alpha<1},$$

αποδεικνύεται ότι:

- Έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.
- Έχει σύνολο τιμών το διάστημα $(0,+\infty)$ των θετικών πραγματικών αριθμών.
- Είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$. Δηλαδή για κάθε $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$\textbf{αν } x_1<x_2, \textbf{ τότε } \alpha^{x_1}>\alpha^{x_2}$$

- Η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα y'y στο σημείο A(0,1) και έχει ασύμπτωτο το θετικό ημιάξονα των x.



Ο αριθμός e είναι περίπου 2,71 (αριθμός του Euler)

Ο αριθμός e

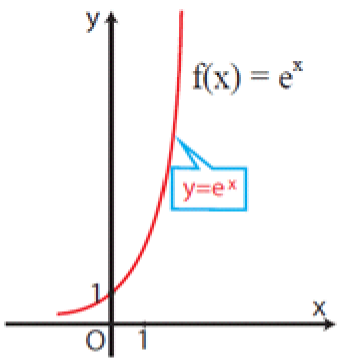
$$e=\lim_{\nu\to\infty}\left(1+\frac{1}{\nu}\right)^{\nu}$$

Ο συμβολισμός αυτός οφείλεται στο μεγάλο Ελβετό, μαθηματικό Leohard Euler (1707-1783). Ο αριθμός e με προσέγγιση πέντε δεκαδικών ψηφίων

είναι e = 2,71828

Η εκθετική συνάρτηση

$$f(x)=e^{x}$$



ΣΧΟΛΙΟ Από τη μονοτονία της εκθετικής συνάρτησης $f(x)=\alpha^x$, με $0<\alpha\neq 1$,

προκύπτει ότι: αν $x_1\neq x_2$, τότε $\alpha^{x_1}\neq\alpha^{x_2}$

οπότε, με απαγωγή σε άτοπο, έχουμε ότι:

αν $\alpha^{x_1}=\alpha^{x_2}$, τότε $x_1=x_2$.

Επομένως, ισχύει η ισοδυναμία:

$$\alpha^{x_1}=\alpha^{x_2}\Leftrightarrow x_1=x_2$$

Α. Ορισμός(τι είναι λογάριθμος)

$$\log_\alpha \theta$$

διαβάζεται :λογάριθμός του θ ως προς βάση α

αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$ και $\theta > 0$, τότε:

$$\alpha^x = \theta \Leftrightarrow x = \log_\alpha \theta$$

Ο $\log_\alpha \theta$ είναι ο εκθέτης στον οποίο πρέπει να υψώσουμε τον α για να βρούμε το θ

Β. Βασικές ιδιότητες

Από τον παραπάνω ορισμό του λογαρίθμου προκύπτει αμέσως ότι, αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και για κάθε $\theta > 0$ ισχύει:

$$\log_\alpha \alpha^x = x \quad \text{και} \quad \alpha^{\log_\alpha \theta} = \theta$$

Εξάλλου, επειδή $1 = \alpha^0$ και $\alpha = \alpha^1$, ισχύει:

$$\log_\alpha 1 = 0 \quad \text{και} \quad \log_\alpha \alpha = 1$$

Γ. Ιδιότητες λογαρίθμων

Αν $\alpha>0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιαδήποτε $\theta_1, \theta_2, \theta > 0$ και $k \in \mathbb{R}$ ισχύουν:

1. $\log_\alpha(\theta_1\theta_2) = \log_\alpha \theta_1 + \log_\alpha \theta_2$
2. $\log_\alpha \dfrac{\theta_1}{\theta_2} = \log_\alpha \theta_1 - \log_\alpha \theta_2$
3. $\log_\alpha \theta^k = k\log_\alpha \theta$

Δ. Δεκαδικός λογάριθμος

Ο δεκαδικός λογάριθμος ενός θετικού αριθμού θ, συμβολίζεται απλά με logθ και όχι με $\log_{10}\theta$.

Επομένως:

$$\log\theta = x \Leftrightarrow 10^x = \theta$$

Ε. Νεπέριος ή φυσικός λογάριθμος

Οι λογάριθμοι αυτοί λέγονται **φυσικοί** ή **νεπέριοι λογάριθμοι**.

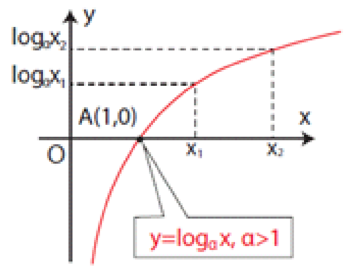
Ο φυσικός λογάριθμος ενός θετικού αριθμού θ συμβολίζεται με lnθ και όχι με $\log_e\theta$.

Επομένως:

$$\ln\theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$$

Ζ. Η λογαριθμική συνάρτηση με βάση α>1

Αν **α > 1**, τότε η λογαριθμική συνάρτηση $g(x) = \log_\alpha x$:



• Έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(0, +\infty)$

• Έχει σύνολο τιμών το σύνολο $\mathbb{R}$ των πραγματικών αριθμών.

• Είναι γνησίως αύξουσα, που σημαίνει ότι

$$\textbf{αν } x_1 < x_2, \textbf{ τότε } \log_\alpha x_1 < \log_\alpha x_2$$

απ' όπου προκύπτει ότι:

$(\log_\alpha x < 0,\ \textbf{αν } 0<x<1)$ και $(\log_\alpha x > 0,\ \textbf{αν } x>1)$

• Έχει γραφική παράσταση που τέμνει τον άξονα x'x στο σημείο A(1,0) και έχει ασύμπτωτο τον ημιάξονα Oy'.