

## Ιδιότητες συναρτήσεων

### ΘΕΜΑ Α(5+5+5+5+5)

Δίνεται  $f(x) = \frac{\alpha x + \beta}{x + 1}$  με  $\alpha, \beta$  πραγματικούς, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία  $M(-2,5)$  και  $N(-4,3)$

A1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$

A2. Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha, \beta$

A3. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες

A4. Να αποδείξετε ότι ο τύπος της  $f$  παίρνει τη μορφή  $f(x) = 2 - \frac{3}{x + 1}$

A5. Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία στο διάστημα  $(-1, +\infty)$

### ΘΕΜΑ Β(10+5+5+5)

Δίνεται  $f(x) = \sqrt{a - x} - 3x$

Η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον άξονα  $y'g$  στο σημείο με τεταγμένη 2

B1. Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 4$  και να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$

B2. Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία

B3. Να λύσετε την ανίσωση  $f(2x + 1) < 2$

B4. Η  $f$  είναι άρτια ή περιττή συνάρτηση;

### ΘΕΜΑ Γ(10+5+5+5)

Δίνεται  $f(x) = x^2 - 4x + 7$  και  $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

Γ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων

Γ2. Να βρείτε τα ακρότατα της  $f$  και να εξετάσετε αν η  $g$  είναι άρτια ή περιττή συνάρτηση

Γ3. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $g$  έχει ελάχιστο  $-1$  και μέγιστο  $1$

Γ4. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της  $f$

**ΘΕΜΑ Δ(10+5+5+5)**

Δίνεται  $f(x) = \begin{cases} ax - 2\beta, & x \leq 2 \\ \beta x + 4a + 3, & x > 2 \end{cases}$  της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία A(2,3) και B(3,2)

Δ1. Να βρείτε τους αριθμούς α,β

Δ2. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f

Δ3. Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία (από τη γραφική παράσταση)

Δ4. Να βρείτε τα ακρότατα της f

\*\*\*\*\*