

## Κεφάλαιο 2: Ιδιότητες συναρτήσεων

### A. Η έννοια της συνάρτησης

- **Συνάρτηση** από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B λέγεται μια διαδικασία (κανόνας), με την οποία κάθε στοιχείο του συνόλου A αντιστοιχίζεται σε ακριβώς ένα στοιχείο του συνόλου B.
- Το σύνολο A λέγεται **πεδίο ορισμού** της συνάρτησης και περιέχει τις δυνατές τιμές που

μπορούμε να δώσουμε στη μεταβλητή x (το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης f το συμβολίζουμε συνήθως  $D_f$ ).

- Το σύνολο που περιέχει όλες τις τιμές της f για τα αντίστοιχα  $x \in A$  λέγεται **σύνολο τιμών** και συμβολίζεται με  $f(A)$  όπου A το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

### B. Εύρεση πεδίου ορισμού συνάρτησης

- $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ , πρέπει  $Q(x) \neq 0$
- $f(x) = \sqrt[n]{P(x)}$ , πρέπει  $P(x) \geq 0$

### Γ. Γραφική παράσταση συνάρτησης

Το σύνολο των σημείων της μορφής  $M(x, f(x))$ , σε ένα σύστημα αξόνων (ή αλλιώς  $M(x,y)$  όπου  $y=f(x)$  για κάθε x στο σύνολο A) το λέμε **γραφική παράσταση** της συνάρτησης και συνήθως την συμβολίζουμε με  $C_f$

- Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει με τη γραφική παράσταση της f το πολύ ένα κοινό σημείο
- Το σημείο  $M(\alpha, \beta)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της f όταν  $f(\alpha)=\beta$
- Για να βρούμε τα σημεία τομής της  $C_f$  με τον  $x'x$ , λύνουμε την εξίσωση  $f(x)=0$
- Για να βρούμε τα σημεία τομής της  $C_f$  με τον  $y'y$ , βρίσκουμε το  $y=f(0)$  (αν ορίζεται)
- Η  $C_f$  είναι πάνω από τον  $x'x$  όταν  $f(x)>0$
- Η  $C_f$  είναι κάτω από τον  $x'x$  όταν  $f(x)<0$

## Δ. Μονοτονία συνάρτησης

- Μία συνάρτηση  $f$  λέγεται **γνησίως αύξουσα** σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$
- Μία συνάρτηση  $f$  λέγεται **γνησίως φθίνουσα** σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) > f(x_2)$

## Ε. Ακρότατα

- Μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  λέμε ότι παρουσιάζει στο  $x_0 \in A$  (ολικό) **ελάχιστο** όταν  $f(x) \geq f(x_0)$ , για κάθε  $x \in A$
- Μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  λέμε ότι παρουσιάζει στο  $x_0 \in A$  (ολικό) **μέγιστο** όταν  $f(x) \leq f(x_0)$ , για κάθε  $x \in A$

## Ζ. Συμμετρίες

- Μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  λέγεται **άρτια** όταν για κάθε  $x \in A$  ισχύει :  
 $-x \in A$  και  $f(-x) = f(x)$   
Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον  $y$
- Μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  λέγεται **περιττή** όταν για κάθε  $x \in A$  ισχύει :  
 $-x \in A$  και  $f(-x) = -f(x)$   
Η γραφική παράσταση μιας περιττής συνάρτησης έχει κέντρο συμμετρίας το  $O(0,0)$

## Η. Κατακόρυφες- οριζόντιες μετατοπίσεις μιας γραφικής παράστασης

