

Επαναληπτικές ασκήσεις

1. Αν $2 < x < 3$ τότε :
 - a. να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = |x - 2| - 2|4 - x| + 3|x - 3|$ είναι ανεξάρτητη του x
 - b. να γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής την παράσταση $B = ||2 - x| - 1|$
2. Για τον αριθμό a ισχύει $|a - 1| = |a - 3|$
 - a. Να βρείτε τον αριθμό a
 - b. Να λύσετε την εξίσωση $||x + a| + a| = a$
 - c. Να λύσετε την ανίσωση $|x + a| > 3$
3. Δίνεται ο αριθμός $\alpha = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$
 - a. Να βρεθεί ο αριθμός α
 - b. Να λυθεί η εξίσωση $32x^5 + \alpha x^2 = 0$
 - c. Να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{x^2 - ax + a} = 2x - 7$
4. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \sqrt{2 - \sqrt{2}} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ και $B = \frac{\sqrt{48} + \sqrt{72}}{\sqrt{12} + \sqrt{18}}$
 - a. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων A και B
 - b. Να λύσετε την εξίσωση $|x| = A$
 - c. Να λύσετε την ανίσωση $|x - 1| > B$
5. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 5\lambda)x = \lambda - 5$
 - a. Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η παραπάνω εξίσωση να είναι ταυτότητα
 - b. Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η παραπάνω εξίσωση να είναι αδύνατη
6. Να λυθεί η εξίσωση $\frac{x}{x^2 - 9} + \frac{2}{3x - x^2} = \frac{2}{x^2 + 3x}$
7. Να λυθούν οι εξισώσεις
 - a. $d(2x, 5) - d(-3, x) = 0$
 - b. $||x - 3| - 2| = 4$
 - c. $|x - 3| = 2x - 7$
 - d. $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$
 - e. $(x - 1)^2 - 3|x - 1| + 2 = 0$
8. Η εξίσωση $x^2 + (2a - 1)x + a^2 - 3 = 0$ έχει ρίζα το -3 . Να βρείτε :
 - a. τον αριθμό a
 - b. την άλλη ρίζα της εξίσωσης
9. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2ax + a^2 - a + 2 = 0$. Να βρείτε για ποιες τιμές του a :
 - a. η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες

ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

- b. έχει μία διπλή ρίζα
c. είναι αδύνατη στο R
d. έχει πραγματικές ρίζες
10. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (4\lambda - 2)x + (2\lambda - 1)^2 = 0$
- a. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει διπλή ρίζα για κάθε πραγματικό αριθμό λ
b. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η διπλή ρίζα της εξίσωσης βρίσκεται στο διάστημα $(-3,5)$
11. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + (2 - \lambda) = 0$ με λ πραγματικό
- a. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού λ η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες ;
b. Αν η εξίσωση έχει δύο πραγματικές ρίζες x_1, x_2 , να βρεθεί το λ ώστε $|x_1 + x_2 + 3x_1x_2| = 22$
12. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 6x + 5$ και $g(x) = \sqrt{f(x)}$
- a. Να λυθεί η εξίσωση $|f(x) - x^2| = 1$
b. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της g
c. Να λυθεί η ανίσωση $-x^2 - 4x - 4 < f(1)$
13. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{2x + 4}$ και $g(x) = \sqrt[3]{27 - x}$
- a. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των f, g
b. Να αποδειχθεί ότι οι αριθμοί $f(0), f(6), f(16)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου
14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (|x| + \sqrt{x+1})(|x| - \sqrt{x+1})$
- a. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f
b. Να αποδειχθεί ότι $f(x) = x^2 - x - 1$
c. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει δύο ρίζες ετερόσημες, τις οποίες να υπολογίσετε
d. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, να υπολογίσετε την παράσταση $A = x_1x_2 + 2(x_1 + x_2)$
