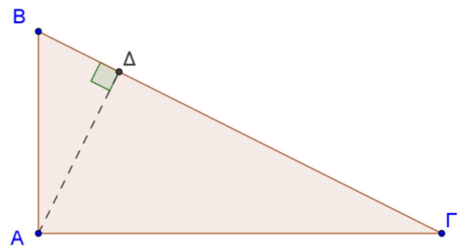
Διδακτικές ενότητες :9.1 -9.2

Α.Θεωρία

- **ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΤΡΙΓΩΝΟ :**Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ(Α=90^o) και ύψος ΑΔ, τα τμήματα ΔΒ και ΔΓ είναι οι προβολές των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα στην υποτείνουσα. Ισχύουν:



α) $ΑΒ^2$=ΒΔ.ΒΓ και $ΑΓ^2$=ΓΔ.ΒΓ

β) $ΒΓ^2$=$ΑΒ^2$+$ΑΓ^2$(Πυθαγόρειο θεώρημα)

γ) $ΑΔ^2$=ΔΒ.ΔΓ

Β. Βασικές ασκήσεις

1.Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με Α=90^o φέρνουμε το ύψος ΑΔ. Αν είναι ΑΒ=8,ΑΓ=6 να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΒΓ,ΔΒ,ΔΓ και ΑΔ

2.Τα μήκη των καθέτων πλευρών ΑΒ, ΑΓ ενός ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ είναι 3λ/5 και 4λ/5 αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

α) Το μήκος της υποτείνουσας.

β) Τα μήκη των προβολών των καθέτων πλευρών στην υποτείνουσα

γ) Το μήκος του ύψους ΑΔ

3. Αν Ρ είναι τυχαίο σημείο στο εσωτερικό ενός τριγώνου ΑΒΓ και

Δ, Ε, Ζ είναι οι προβολές του Ρ στις ΒΓ, ΑΓ, ΑΒ αντίστοιχα, δείξετε ότι:

$ΒΔ^2 + ΓΕ^2 + ΑΖ^2 = ΔΓ^2 + ΕΑ^2 + ΖΒ^2$

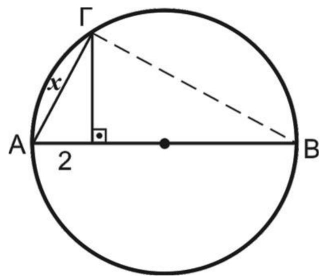
4. Έστω ΑΒΓ ορθογώνιο τρίγωνο (Α = 90^0). Στην κάθετη πλευρά ΑΒ παίρνουμε τυχαίο

σημείο Δ. Να δείξετε ότι $ΒΓ^2 + ΑΔ^2 = ΑΒ^2 + ΓΔ^2$

5. Δίνεται τετράγωνο πλευράς *α*. Πάνω στις πλευρές ΒΓ και ΓΔ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Ε και Ζ έτσι, ώστε ΒΕ =α/ 3

και ΓΖ = 2α/9. Να αποδείξετε ότι ΑΕ ⊥ ΕΖ

6. Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος έχει ακτίνα ίση με 5. Η ΑΒ είναι διάμετρός του και η ΑΓ είναι χορδή του. Η προβολή της χορδής ΑΓ στην ΑΒ ισούται με 2. Να βρείτε την ΑΓ



7. Ένα τρίγωνο ΑΒΓ με ύψος ΑΔ έχει Α = 90^0 , Γ= 30^0 και ΑΓ = 6. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΔ, ΔΓ, ΒΓ, ΑΒ και ΒΔ.

7.Να δείξετε ότι η διαφορά των τετραγώνων δύο πλευρών τριγώνου ισούται με τη διαφορά των τετραγώνων των προβολών αυτών στην τρίτη πλευρά.

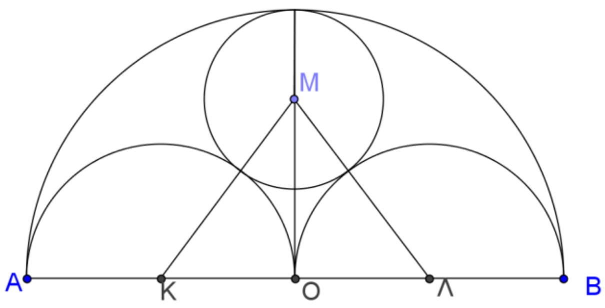
8. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των διαμέσων ορθογωνίου τριγώνου, είναι ίσο με τα 3/2 του τετραγώνου της υποτείνουσας του

9. Θεωρούμε κύκλο (Κ,ρ), μια διάμετρό του ΑΒ και τις εφαπτόμενες Α*x* , Β*y* στα σημεία Α, Β. Από τυχαίο σημείο Ρ του κύκλου φέρουμε εφαπτόμενη που τέμνει τις Α*x* , Β*y* στα Γ, Δ. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΓΚΔ είναι ορθογώνιο.

β) Το γινόμενο ΑΓ.ΒΔ είναι σταθερό

10. Στο επόμενο σχήμα η ΑΒ είναι διάμετρος του ημικυκλίου (Ο,R). Εντός αυτού είναι εγγεγραμμένα δύο ημικύκλια των οποίων τα κέντρα Κ, Λ είναι τα μέσα των ΟΑ και ΟΒ. Να βρείτε την ακτίνα *x* του κύκλου ο οποίος είναι εγγεγραμμένος στο μεγάλο ημικύκλιο

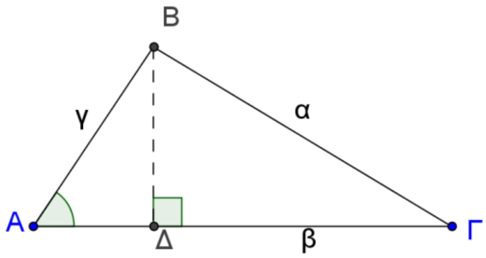


και εφάπτεται των δύο άλλων

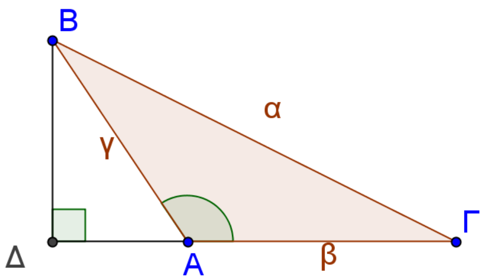
Διδακτικές ενότητες :9.4

Α. Θεωρία

- **ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ** : Αν σε ένα τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ είναι ΑΔ η προβολή της πλευράς γ πάνω στη πλευρά β και:
  - **Α<1 ορθή** τότε $a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta \cdot \mathrm{A\Delta}$



  - **Α>1 ορθή** τότε $a^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta \cdot \mathrm{A\Delta}$



- Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει:
- $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2 \Leftrightarrow \hat{\mathrm{A}} > 90^0$
- $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2 \Leftrightarrow \hat{\mathrm{A}} < 90^0$
- $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 \Leftrightarrow \hat{\mathrm{A}} = 90^0$
- **Νόμος συνημιτόνων :** Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma \cdot \sigma\upsilon\nu\mathrm{A}$

⇨ **Βασική εφαρμογή:** Το ύψος υ_α ενός τριγώνου δίνεται από τον τύπο $\upsilon_\alpha = \frac{2}{\alpha}\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$ όπου τ **ημιπερίμετρος** του τριγώνου δηλαδή $\tau = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}$

Β. Ασκήσεις

1. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΓ= $\sqrt{3}$,ΒΓ=1 και Γ=150°. Να αποδείξετε ότι ΑΒ= $\sqrt{7}$

2.Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με α=7,β=6,γ=3

α)Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του

β)Να υπολογίσετε την προβολή της γ στην β

3. Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{A}$ = 120°. Αν ΒΔ είναι το ύψος του, τότε να δείξετε ότι:

α)ΑΔ = $\frac{\gamma}{2}$

β)$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + \beta\gamma$

4. Για τις βάσεις ΑΒ και ΓΔ τραπεζίου ΑΒΓΔ έχουμε ΓΔ = 2ΑΒ. Να δείξετε ότι
$ΑΓ^2 + ΒΔ^2 = ΒΓ^2 + ΓΔ^2 + ΔΑ^2$

5. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του, αν οι πλευρές του είναι:

i) $\alpha = 3\lambda$, $\beta = 4\lambda$, $\gamma = 6\lambda$ **ii)** $\alpha = \lambda$, $\beta = 2\lambda$ γ=2λ/3

iii) $\alpha = 8\lambda$, $\beta = 17\lambda$, $\gamma = 15\lambda$ **iv)** $\alpha = 7\lambda$, $\beta = 6\lambda$, $\gamma = 8\lambda$

6. Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\alpha = 5$, $\beta = 6$ και $\gamma = 4$.

i) Να βρείτε το είδος της Β .

ii) Να υπολογίσετε την προβολή της ΑΒ στη ΒΓ.

iii) Να βρείτε το ύψος του υ_α.

7.Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\alpha = 7$, $\beta = 5$ και $\gamma = 4\sqrt{2}$. Να βρεθεί:

i) Το είδος του τριγώνου, ως προς τις γωνίες του,

ii) Η προβολή της ΑΒ στη ΒΓ.

iii) Το ύψος του υ_α.

iv) Η γωνία Β

8. Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ//ΓΔ και ΑΒ = 3α , ΑΔ = ΓΔ = α και Α = 60^0. Να υπολογίσετε:

i) Τη διαγώνιό του ΑΓ.

ii) Την πλευρά του ΒΓ

9.Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών $\alpha=x^2+x+1$,$\beta=x^2-1$ και $\gamma=2x+1$ με $x>1$

α. Να αποδείξετε ότι α>β και α>γ

β. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του

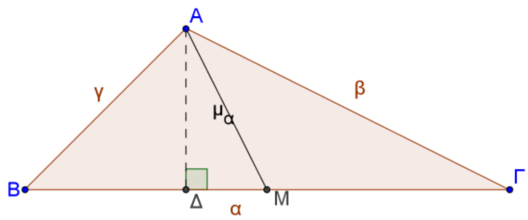
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας Α

Διδακτικές ενότητες :9.5

Α. Θεωρία

- **ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΔΙΑΜΕΣΩΝ**

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ,ΑΜ διάμεσος και ΑΔ ύψος



1ο Θεώρημα: $\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_\alpha^2 + \frac{\alpha^2}{2}$

$$\Leftrightarrow \mu_\alpha^2 = \frac{2\beta^2 + 2\gamma^2 - \alpha^2}{4}$$ (υπολογισμός διαμέσου)

2ο Θεώρημα: $\beta^2 - \gamma^2 = 2\alpha . M\Delta \Leftrightarrow M\Delta = \frac{\beta^2 - \gamma^2}{2\alpha}$, με β>γ (υπολογισμός προβολής διαμέσου σε πλευρά)

- **Χρήσιμες προτάσεις**
  - Η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα σε ορθογώνιο τρίγωνο είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας (και αντιστρόφως)
  - Αν μία οξεία γωνία ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίση με 30^o τότε η απέναντι κάθετη είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας
  - Το βαρύκεντρο ενός τριγώνου (δηλ. το σημείο τομής των διαμέσων)απέχει από κάθε κορυφή τα 2/3 της αντίστοιχης διαμέσου

Β. Ασκήσεις

1. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται ΑΒ = 3m , ΑΓ = 5m και Α = 60^0. Να υπολογίσετε:

i) Το μήκος της πλευράς ΒΓ.

ii) Το μήκος της διαμέσου ΑΜ.

2. Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι ΑΒ = 6, ΒΓ = 12 και ΓΑ = 8.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι αμβλυγώνιο.

β) Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου ΑΜ.

γ) Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής της διαμέσου ΑΜ στην πλευρά ΒΓ.

3. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 8\mu_\alpha{}^2$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο

4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και διάμεσο ΑΜ = μ_α. Αν ισχύει η σχέση

$$2\mu_\alpha^2 - \beta\gamma = \frac{\alpha^2}{2}$$

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \beta\gamma$

β) Να υπολογιστεί η γωνία Α.

5. Θεωρούμε δύο ίσα τμήματα ΑΒ και ΓΔ καθώς και τα μέσα τους Μ και Ν αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι: $NA^2 + NB^2 = M\Gamma^2 + M\Delta^2$

6. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε τη βάση του ΒΓ κατά τμήμα ΓΔ = ΒΓ.

Να δείξετε ότι: $A\Delta^2 = A\Gamma^2 + 2.B\Gamma^2$

7. Θεωρούμε κύκλο (Κ,R) του οποίου το κέντρο συμπίπτει με το σημείο τομής των διαγωνίων ενός παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Αν Ρ είναι τυχαίο σημείο του κύκλου, να δείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων του Ρ από τις κορυφές του παραλληλογράμμου είναι σταθερό.

8. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Μ το μέσο της πλευράς του ΑΒ.

Να αποδείξετε ότι $2M\Gamma^2 + 2M\Delta^2 = AB^2 + 4B\Gamma^2$.

9. Αν Η είναι το ορθόκεντρό ενός τριγώνου ΑΒΓ με ΑΒ < ΑΓ, να αποδείξετε ότι:

$H\Gamma^2 - HB^2 = A\Gamma^2 - AB^2$

10. Θεωρούμε το τρίγωνο ΑΒΓ και τη διάμεσό του ΑΜ. Παίρνουμε το μέσο Λ του ΒΜ και το μέσο Ν του ΜΓ. Αν είναι ΑΒ = γ, ΑΓ = β, ΒΓ = α, ΑΛ = ν και ΑΝ = λ, να αποδείξετε ότι:

$$\beta^2 + \gamma^2 = \nu^2 + \lambda^2 + \frac{3\alpha^2}{8}.$$

11. Σε τρίγωνο ΑΒΓ παίρνουμε πάνω στη βάση του ΒΓ τα σημεία Δ και Ε ώστε ΒΔ = ΔΕ = ΕΓ. Να δείξετε ότι: $AB^2 + 2A\Gamma^2 = 3AE^2 + 6\Delta E^2$

12.Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ κατά ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ = ΒΓ. Να αποδείξετε ότι: $ΑΔ^2 = ΑΓ^2 + 2ΒΓ^2$

13.Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσός του ΑΜ. Στην προέκταση της ΒΓ παίρνουμε σημείο Ε, ώστε ΓΕ = $\frac{\alpha}{2}$. Να αποδείξετε ότι $ΑΕ^2 = 3\beta^2 + \gamma^2 - 3\mu_\alpha^2$

14. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $3\beta^2+2\gamma^2=2\alpha^2$.Να αποδείξετε ότι:

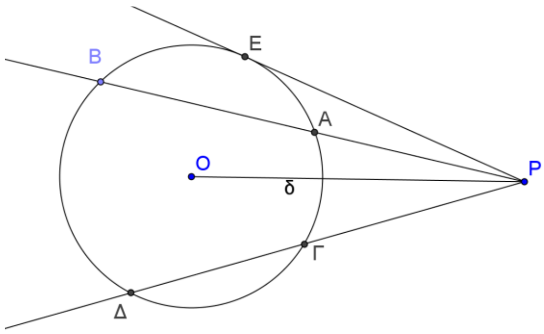
α) Ισχύει η σχέση $\mu_\alpha^2 = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{4}$ όπου μ_α διάμεσος στην πλευρά α

β) $Α>90^0$ γ) Η προβολή ΜΔ της διαμέσου ΒΔ στην πλευρά β είναι ίση με $\frac{3}{4}\beta$

Διδακτικές ενότητες :9.7

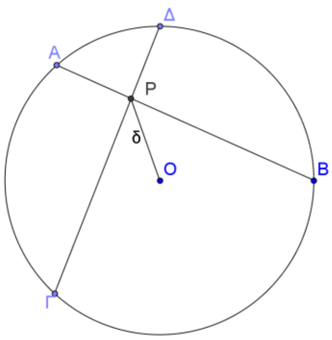
Α.Θεωρία

- **ΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΚΥΚΛΟ**
- Όταν οι προεκτάσεις των χορδών ΑΒ και ΓΔ τέμνονται στο σημείο Ρ, τότε:
  $ΡΑ.ΡΒ = ΡΓ.ΡΔ = \delta^2 - R^2 = ΡΕ^2$



όπου δ =ΡΟ

- Όταν οι χορδές ΑΒ και ΓΔ τέμνονται στο σημείο Ρ, τότε: $ΡΑ.ΡΒ = ΡΓ.ΡΔ = R^2 - \delta^2$



- **Δύναμη σημείου Ρ ως προς κύκλο (Ο,R):**

Θεωρούμε κύκλο (O,R) και σημείο P του επιπέδου του. Τότε: $\Delta^{P}_{(\mathrm{O},R)}$ = $\mathbf{\delta^2 - R^2}$ = $\mathbf{OP^2 - R^2}$

- Το P είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου (O,R) αν και μόνο αν $\Delta^{P}_{(\mathrm{O},R)} > 0$
- Το P είναι εσωτερικό σημείο του κύκλου (O,R) αν και μόνο αν $\Delta^{P}_{(\mathrm{O},R)} < 0$
- Το P είναι σημείο του κύκλου (O,R) αν και μόνο αν $\Delta^{P}_{(\mathrm{O},R)} = 0$

⇨ **Χρήσιμες προτάσεις**

- Ένα τετράπλευρο λέγεται **εγγράψιμο**, όταν μπορεί να γραφεί κύκλος που να διέρχεται από τις τέσσερις κορυφές του
- Ένα **τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγράψιμο** σε κύκλο αν ισχύει μία από τις παρακάτω προτάσεις :

  α. Δύο απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές

  β. Μία εξωτερική του γωνία είναι ίση με την απέναντι εσωτερική

  γ. Μια πλευρά του φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες γωνίες

Β. Ασκήσεις

1. Ένα σημείο Δ απέχει 10cm από το κέντρο ενός κύκλου που έχει ακτίνα 8cm. Από το Δ φέρνουμε την τέμνουσα ΔΑΒ που ορίζει τη χορδή ΑΒ = 6cm. Να βρεθεί το μήκος ΔΒ

2. Δίνεται ένας κύκλος με ακτίνα R = 1,2dm και ένα σημείο Ε, που απέχει από το κέντρο 6cm. Φέρνουμε τη χορδή ΑΕΒ, που έχει μήκος 21cm. Να βρεθούν τα μήκη των τμημάτων ΑΕ και ΕΒ.

3. Στο εσωτερικό ενός κύκλου (Ο,13m) παίρνουμε ένα σημείο Δ, που απέχει από το κέντρο 11m και φέρνουμε την ΑΔΒ. Αν το τμήμα ΔΒ είναι τριπλάσιο από το ΑΔ, να βρεθεί το μήκος της χορδής ΑΒ

4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΑΒ = 5cm, ΑΓ = 7cm και ΒΓ = 8cm. Φέρνουμε το ύψος ΑΔ και τη διάμεσο ΑΜ η οποία τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου στο σημείο Ε. Να υπολογίσετε:

α) Το μήκος του τμήματος ΔΜ. **β)** Το μήκος της διαμέσου ΑΜ. **γ)** Το γινόμενο ΔΜ.ΜΕ.

5. Θεωρούμε κύκλο (Ο, R), μια διάμετρό του ΑΒ και τα σημεία Γ και Δ της ΑΒ ώστε ΟΓ = ΟΔ = δ. Αν Ρ είναι τυχαίο σημείο του κύκλου (Ο, R) και Ε, Ζ οι τομές των ΡΓ και ΡΔ αντιστοίχως με τον κύκλο, να αποδείξετε ότι:

i. $\Delta Z = \dfrac{R^2 - \delta^2}{\Delta P}$ και $\Gamma E = \dfrac{R^2 - \delta^2}{\Gamma P}$ $(\delta < R)$ ii. $\dfrac{\Gamma P}{\Gamma E} + \dfrac{\Delta P}{\Delta Z}$ = σταθερό.

6. Θεωρούμε κύκλο (Ο, R), μια διάμετρο αυτού ΑΒ και ένα σημείο Ρ στην προέκταση της ΒΑ. Φέρνουμε την εφαπτομένη ΡΓ και την κάθετη στο Ρ προς την ΑΒ που τέμνει τη ΒΓ στο Δ. Να αποδείξετε ότι: $PB^2 = P\Gamma^2 + B\Gamma \cdot B\Delta$.

7. Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ και τον περιγεγραμμένο του κύκλο. Η διάμεσος του τριγώνου ΑΜ προεκτεινόμενη τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ε.

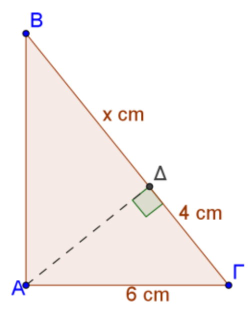
i. Να υπολογίσετε το γινόμενο ΑΜ·ΜΕ συναρτήσει του α.

ii. Να υπολογίσετε το γινόμενο ΑΜ·ΜΕ συναρτήσει των β, γ και του μ_α

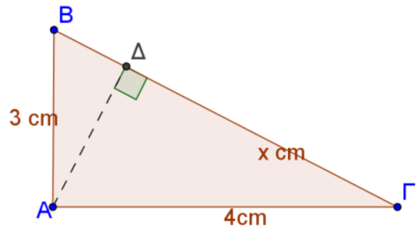
Ερωτήσεις κατανόησης στο 9ο κεφάλαιο

1. Στο διπλανό σχήμα η ΔΒ σε cm ισούται με:

i. 3 **ii.** 4 **iii.** 5 **iv.** 6 **v.** 7



2. Στο επόμενο σχήμα η ΔΓ σε cm ισούται με:



i. 2 **ii.** 3 **iii.** 2,2 **iv.** 3,2 **v.** 3,5

3. Αν το μήκος της υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου είναι $\sqrt{5}\alpha$, τότε τα μήκη των καθέτων πλευρών του είναι:

i. 3α, $\sqrt{2}\alpha$ **ii.** α, $\sqrt{2}\alpha$ **iii.** α, 2α **iv.** α, $\sqrt{5}\alpha$ **v.** $\sqrt{3}\alpha$, 2α

4. Αν το μήκος της υποτείνουσας ορθογωνίου τριγώνου είναι $\sqrt{2}\alpha$, τότε τα μήκη των καθέτων πλευρών του είναι:

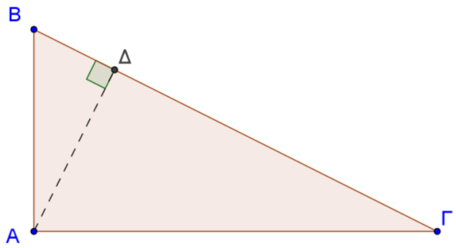
i. $\frac{1}{2}\alpha$, $\frac{1}{2}\alpha$ **ii.** α, $\frac{1}{2}\alpha$ **iii.** $\frac{1}{3}\alpha$, α **iv.** $\frac{1}{4}\alpha$, $\frac{1}{4}\alpha$ **v.** α, α

5. Η διαγώνιος τετραγώνου είναι 4 cm. Το μήκος της πλευράς του σε cm ισούται με:

i. $2\sqrt{2}$ **ii.** 5 **iii.** $5\sqrt{2}$, **iv.** $3\sqrt{2}$ **v.** 2

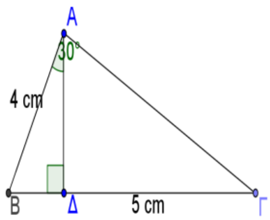
6. Στο ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος ισχύει $\frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{AB}} = 2.$

Ο λόγος $\frac{\Delta\Gamma}{\mathrm{B}\Delta}$ ισούται με:



i. 3 **ii.** 4 **iii.** 2 **iv.** 1 **v.** 5

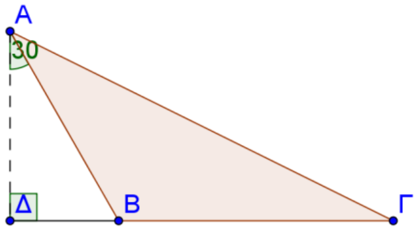
7. Στο διπλανό σχήμα είναι ΑΒ = 4 cm, ΒΓ = 5 cm και το ΑΔ ύψος και η γωνία ΒΑΔ = 30°. Το μήκος της πλευράς ΑΓ σε cm ισούται με:



i. 3 **ii.** $\sqrt{41}$ **iii.** $\sqrt{10}$

iv. $\sqrt{21}$ **v.** $\sqrt{20}$

8. Στο επόμενο σχήμα ισχύει:

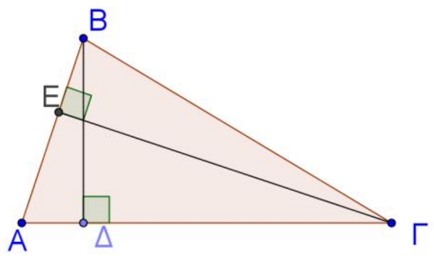


i. $\gamma^2 = \beta^2 + \alpha^2 + \alpha\gamma$ **ii.** $\gamma^2 = \beta^2 - \alpha^2 - 2\alpha B\Delta$

iii. $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 + \alpha\gamma$ **iv.** $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - \alpha\gamma$

v. $\beta^2 = \gamma^2 + \Delta\Gamma^2$

9. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} < 90°$ φέρνουμε τα ύψη ΒΔ και ΓΕ. Από τις παρακάτω ισότητες **λανθασμένη** είναι:



i. $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta A\Delta$ **ii.** $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\gamma AE$

iii. $\alpha^2 = B\Delta^2 + \Delta\Gamma^2$ **iv.** $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta A\Delta$

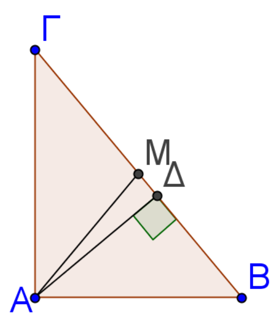
v. $\alpha^2 = EB^2 + E\Gamma^2$

10. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + \beta\gamma$. Αν ΑΔ είναι η προβολή της πλευράς γ = ΑΒ στην ΑΓ τότε η γωνία ΑΒΔ είναι:

i. 45° **ii.** 30° **iii.** 60° **iv.** 75° **v.** 15°

11. Στο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{A} = 90°$, β > γ, το ΑΔ ύψος και η ΑΜ = μ_α διάμεσος. Από τις παρακάτω σχέσεις λανθασμένη είναι:

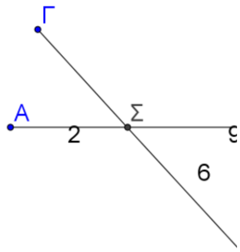
i. $\beta^2 + \gamma^2 = 4AM^2$ **ii.** $\beta^2 - \gamma^2 = 2\alpha\Delta M$



iii. $\beta^2 = \mu_\alpha^2 + M\Gamma^2 + \alpha\Delta M$ **iv.** $\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_\alpha^2 + \frac{\alpha^2}{2}$

v. $\gamma^2 + \mu_\alpha^2 = 2A\Delta^2 + \frac{BM^2}{2}$

12. Στο διπλανό σχήμα είναι ΣΑ = 2 cm, ΣΒ = 9 cm, ΣΔ = 6 cm. Για να είναι ομοκυκλικά τα σημεία Α, Γ, Β και Δ, το ΓΣ πρέπει να ισούται με:



i. $\frac{6}{9}$ **ii.** $\frac{6 \cdot 9}{2}$ **iii.** $\frac{2 \cdot 6}{2}$ **iv.** $\frac{15}{2}$ **v.** 3