ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}=(2,1)$ και $\overrightarrow{A\Gamma}=(3,-1)$.

α) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{B\Gamma}=(1,-2)$.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{B\Gamma}$.

(Μονάδες 9)

γ) Να αποδείξετε ότι $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{B\Gamma}|$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=4$, $(\vec{\alpha} \widehat{,} \vec{\beta})=\frac{\pi}{3}$ και το $\vec{\gamma}=\vec{\alpha}-\vec{\beta}$.

α) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=4$.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha}\cdot\vec{\gamma}=0$.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τη $\left(\vec{\alpha} \widehat{,} \vec{\gamma}\right)$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με: $|\vec{\alpha}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $|\vec{\beta}| = \frac{1}{2}$ και $|3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}| = |\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}|$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = -\frac{3}{8}$. (Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}=(2,1)$ και $\overrightarrow{A\Gamma}=(3,-1)$.

α) Να δείξετε ότι $\overrightarrow{B\Gamma}=(1,-2)$.

(Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με υποτείνουσα την ΑΓ.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο $OA\Gamma B$ με $\overrightarrow{OA}=\vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{OB}=\vec{\beta}$, όπου $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι μη μηδενικά διανύσματα.

α) Να δείξετε ότι:

i. $\left|\overrightarrow{O\Gamma}\right|^2=\left|\vec{\alpha}\right|^2+2\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+\left|\vec{\beta}\right|^2$.

(Μονάδες 9)

ii. $\left|\overrightarrow{AB}\right|^2=\left|\vec{\alpha}\right|^2-2\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}+\left|\vec{\beta}\right|^2$.

(Μονάδες 9)

β) Αν $\left|\overrightarrow{O\Gamma}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|$, να δείξετε ότι το $OA\Gamma B$ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με κέντρο Ο, πλευρά 4 και $\widehat{A}=60^{\circ}$. Να υπολογίσετε τα εσωτερικά γινόμενα :

α) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Delta}$

β) $\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{B\Gamma}$

γ) $\overrightarrow{O\Delta}\cdot\overrightarrow{AO}$

δ) $\overrightarrow{O\Delta}\cdot\overrightarrow{OB}$

ε) $\overrightarrow{A\Delta}\cdot\overrightarrow{\Gamma\Delta}$

(Μονάδες 25)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2 , -1)$ και $\vec{\beta} = (-3 , 2)$.

α) Να υπολογίσετε το γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot(2\vec{\alpha} - \vec{\beta})$. (Μονάδες 10)

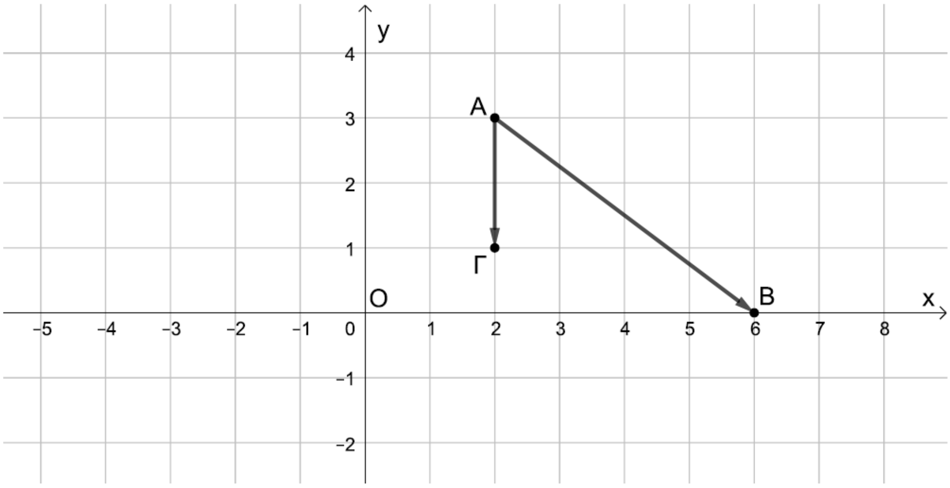
β) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = (x , y)$ όταν $\vec{\gamma} \perp \vec{\alpha}$ και $|\vec{\gamma}| = \sqrt{5}$. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$ του καρτεσιανού επιπέδου Oxy.

α) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AB} = (4 , -3)$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = (0 , -2)$. (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα σημεία $A(-3,-1)$, $B(0,3)$ και $M(x,y)$ του καρτεσιανού επιπέδου Oxy.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MB}$ και $\overrightarrow{AB}$. (Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{MB}$ και $\overrightarrow{AB}$. (Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι $|\overrightarrow{AM}| + |\overrightarrow{MB}| \geq 5$. (Μονάδες 6)

δ) Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Υπάρχει ζεύγος πραγματικών αριθμών (x,y) τέτοιο ώστε να ισχύει $\sqrt{(x+3)^2+(y+1)^2} + \sqrt{x^2+(y-3)^2} = 4$.»

Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}|=2$, $|\vec{\beta}|=4$,$(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}})=\frac{\pi}{3}$ και τα διανύσματα $\vec{\gamma}=\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ και $\vec{\delta}=2\vec{\alpha}+\vec{\beta}$.

α) Να βρείτε το $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε το $\vec{\gamma}\cdot\vec{\delta}$.

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε τα $|\vec{\gamma}|, |\vec{\delta}|$

(Μονάδες 8)

δ) Να βρείτε τη γωνία $(\widehat{\vec{\gamma}, \vec{\delta}})$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα σημεία Α(0 -1), Β(λ, 1) και Γ(λ-2, λ-3), όπου $\lambda \in R$.

α) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in R$ ώστε :

i. Τα σημεία Α, Β και Γ να είναι κορυφές τριγώνου. (Μονάδες 8)

ii. Το τρίγωνο ΑΒΓ να είναι ορθογώνιο με $\hat{A}$ = 90^o. (Μονάδες 7)

β) Για λ = - 2 ,να βρείτε:

i. Το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}$. (Μονάδες 4)

ii. Το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 6)