

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 3\chi + \psi + 3 = 0$ και $\varepsilon_2 : \chi + 2\psi - 4 = 0$

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής A των ευθειών ε_1 και ε_2

(Μονάδες 8)

β) Αν η ευθεία ε_1 τέμνει τον άξονα $\psi'\psi$ στο σημείο B και η ευθεία ε_2 τέμνει τον άξονα $\chi'\chi$ στο σημείο Γ , τότε:

i) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ .

(Μονάδες 8)

ii) να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία B και Γ έχει εξίσωση την $3\chi - 4\psi - 12 = 0$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε την ευθεία ε_1 που τέμνει τους άξονες $\chi'\chi$ και $\psi'\psi$ στα σημεία $A(3,0)$ και $B(0,6)$ αντίστοιχα.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1

(Μονάδες 8)

β) Αν ε_2 είναι η ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ε_1 , τότε να βρείτε:

i) την εξίσωση της ευθείας ε_2

(Μονάδες 9)

ii) τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών ε_1 και ε_2

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2

Έστω $M(3,5)$ το μέσο ευθυγράμμου τμήματος AB με $A(1,1)$.

α) Να βρείτε:

i) τις συντεταγμένες του σημείου B .

(Μονάδες 6)

ii) την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A και B .

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες σημείου K του άξονα $x'x$ έτσι, ώστε να ισχύει

$$(KA) = (KB).$$

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η ευθεία (ϵ): $y+x=1$ και το σημείο $A(2,-4)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το A και είναι κάθετη στην (ϵ).

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε την προβολή του σημείου A πάνω στην ευθεία (ϵ).

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα σημεία $A(1, -2)$ και $B(2, 3)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από τα σημεία A, B .

(Μονάδες 11)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $OK\Lambda$, όπου O είναι η αρχή των αξόνων και K, Λ είναι τα σημεία τομής της ε με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.

(Μονάδες 14)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε το ευθύγραμμο τμήμα AB με μέσο M και $A(1, -2)$, $M(-2, 5)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου B .

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου ε του ευθυγράμμου τμήματος AB , καθώς και τα κοινά σημεία αυτής με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : x + y + 2 = 0$ και το σημείο $A(5,1)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η_1 , η οποία διέρχεται από το A και είναι κάθετη προς την ευθεία ε .

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η_2 , η οποία διέρχεται από το A και είναι παράλληλη προς τον άξονα x' .

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών η_1 και η_2 και την απόστασή του από την αρχή των αξόνων.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(3,1)$, $B(-1,1)$ και $\Gamma(2,4)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$.

(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις εξισώσεις του ύψους $B\Delta$ και της διαμέσου AM .

(Μονάδες 18)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε μια ευθεία (ε) και ένα σημείο $A(6, -1)$ εκτός της (ε) .

Έστω $M(2, 1)$ η προβολή του A στην (ε) . Να βρείτε:

α) Την εξίσωση της ευθείας (ε) .

(Μονάδες 13)

β) Το συμμετρικό του A ως προς την (ε) .

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(3,2)$, $B(-3,1)$, $\Gamma(4,0)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς AB .

(Μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους $\Gamma\Delta$ καθώς και την εξίσωση της ευθείας πάνω στην οποία βρίσκεται αυτό.

(Μονάδες 16)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τα σημεία $A(\alpha, 0)$ και $B(0, \beta)$, όπου $\alpha \cdot \beta > 0$ και $\alpha \neq \beta$

α) Να αποδείξετε ότι $AB: \psi = -\frac{\beta}{\alpha}\chi + \beta$

(Μονάδες 7)

β) Αν ε είναι η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $M(\alpha, \beta)$ και είναι κάθετη προς την ευθεία AB , τότε:

i) να βρείτε την εξίσωση της ε

(Μονάδες 9)

ii) αν η ευθεία ε τέμνει τον άξονα $\chi\chi'$ στο σημείο K και τον άξονα $\psi\psi'$ στο σημείο

Λ , να αποδείξετε ότι $(OK\Lambda) = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^2}{2\alpha\beta}$, όπου O είναι η αρχή των αξόνων.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τα σημεία $A(6, \mu)$ και $B(\mu+2, \mu+1)$, $\mu \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$, τα σημεία είναι διαφορετικά μεταξύ τους και να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα A και B.

(Μονάδες 15)

γ) Να βρείτε για ποια τιμή του μ , το σημείο $\Gamma(4, 2)$ περιέχεται στην ευθεία AB.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Έστω $A(-1, 1)$, $B(2, 0)$ και $\Gamma(-1, 3)$ τρία σημεία του επιπέδου.

α) Να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων $M(x, y)$ ώστε:

$$3\overrightarrow{AM}^2 - 5\overrightarrow{BM}^2 + 2\overrightarrow{\Gamma M}^2 = 0$$

είναι η ευθεία $\varepsilon: 5x - 3y + 1 = 0$.

(Μονάδες 15)

β) Να βρείτε ευθεία κάθετη στην (ε) που διέρχεται από το μέσο K του τμήματος $A\Gamma$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τα σημεία $A(\lambda+1, 2\lambda)$, $B(2-\lambda, 4)$ και $\Gamma(-1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό λ , τα σημεία σχηματίζουν τρίγωνο.

(Μονάδες 10)

β) Έστω ότι για το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ ισχύει $(AB\Gamma)=3$.

i. Να αποδείξετε ότι $\lambda=1$ ή $\lambda=2$.

(Μονάδες 10)

ii. Να βρείτε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\Gamma A}$, $\vec{\Gamma B}$ όταν $\lambda=1$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy θεωρούμε την ευθεία $\varepsilon: y=x+k-1$, όπου k θετικός ακέραιος μεγαλύτερος της μονάδας.

α) Να βρείτε με τη βοήθεια του k , τα σημεία τομής A, B της ευθείας με τους άξονες $x'x, y'y$ και το εμβαδόν του τριγώνου OAB .

(Μονάδες 13)

β) Αν ισχύει $(OAB) < 2$ να αποδείξετε ότι $k=2$

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Σε παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ οι πλευρές του AB και AD βρίσκονται πάνω στις ευθείες με εξισώσεις $\varepsilon_1: 2x+y+2=0$ και $\varepsilon_2: x-2y+6=0$ αντίστοιχα. Αν το κέντρο του είναι το σημείο $K(-1, -2)$, τότε:

α) να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου A και να αποδείξετε ότι $\Gamma(0, -6)$.

(Μονάδες 12)

β) να βρείτε την εξίσωση της πλευράς $\GammaΔ$ και τις συντεταγμένες της κορυφής Δ .

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε την ευθεία $\varepsilon: 3x-4y+2=0$ και το σημείο $A(-2, 1)$.

α) Να αποδείξετε ότι το A δεν ανήκει στην (ε) και να βρείτε την απόστασή του από αυτή.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε όλες τις ευθείες που είναι παράλληλες στην (ε) και απέχουν από το A απόσταση ίση με 3 μονάδες.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε την εξίσωση $(2\lambda-1)x+(18-11\lambda)y+9\lambda-17=0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, (1)

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$, παριστάνει ευθεία.

(Μονάδες 10)

β) Αν (ϵ_1) , (ϵ_2) είναι οι ευθείες που προκύπτουν από την (1) για $\lambda=1$, $\lambda=2$ αντίστοιχα, να βρείτε την οξεία γωνία που σχηματίζουν.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy θεωρούμε τα σημεία $A(\lambda-1, \lambda+2)$ και $B(\mu+3, \mu)$, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B κινούνται στις ευθείες $\varepsilon_1 : y = x + 3$ και $\varepsilon_2 : y = x - 3$ αντίστοιχα.

(Μονάδες 12)

β) Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοπαράλληλης των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα σημεία $A(0,2)$, $B(1,5)$ και $\Gamma(t-1, 3t-2)$, $t \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB . (Μονάδες 7)

γ) Να δείξετε ότι η απόσταση του σημείου Γ από την ευθεία AB καθώς και το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ανεξάρτητα του t .

(Μονάδες 18)

ΘΕΜΑ 2

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy θεωρούμε την ευθεία $\varepsilon: y = x + 1$ και τα σημεία $A(2, 0)$ και $B(6, -3)$.

α) Να προσδιορίσετε σημείο Γ της ευθείας ε ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα τη $B\Gamma$.

(Μονάδες 15)

β) Έστω $\Gamma(11, 12)$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 2\chi - \psi - 10\lambda + 16 = 0$ και $\varepsilon_2 : 10\chi + \psi - 2\lambda - 4 = 0$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου λ οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται, και να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους M

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου λ το σημείο M ανήκει στην ευθεία $\varepsilon : 8\chi + \psi - 6 = 0$

(Μονάδες 7)

γ) Αν η ευθεία ε τέμνει τους άξονες $\chi'\chi$ και $\psi'\psi$ στα σημεία A και B αντίστοιχα, τότε:

i) να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ζ που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων και είναι παράλληλη προς την ευθεία AB

(Μονάδες 5)

ii) αν K είναι τυχαίο σημείο της ευθείας ζ , να αποδείξετε ότι $(KAB) = \frac{9}{4}$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: \chi - 4\psi - 7 = 0$ και τα σημεία $A(-2, 4)$ και $B(2, 6)$

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες σημείου M της ευθείας ε το οποίο ισαπέχει από τα σημεία A και B

(Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου MAB

(Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία $K(\chi, \psi)$ για τα οποία ισχύει $(KAB) = (MAB)$

ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις τις: $\chi - 2\psi - 5 = 0$ και $\chi - 2\psi + 25 = 0$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση: $\chi^2 + 2\chi\psi + \psi^2 - 6\chi - 6\psi + 8 = 0$

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει γεωμετρικά δύο ευθείες γραμμές ε_1 και ε_2 οι οποίες είναι παράλληλες μεταξύ τους.

(Μονάδες 7)

β) Αν $\varepsilon_1: \chi + \psi - 2 = 0$ και $\varepsilon_2: \chi + \psi - 4 = 0$, να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ε των ε_1 και ε_2

(Μονάδες 8)

γ) Αν A είναι σημείο της ευθείας ε_1 με τεταγμένη το 2 και B σημείο της ευθείας ε_2 με τεταγμένη το 1, τότε:

i) να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B

(Μονάδες 2)

ii) να βρείτε τις συντεταγμένες δύο σημείων Γ και Δ της ευθείας ε έτσι, ώστε το τετράπλευρο $A\Gamma B\Delta$ να είναι τετράγωνο.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση $x^2+y^2-2xy-3\lambda x+3\lambda y+2\lambda^2=0$, με λ διαφορετικό του 0.

α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει στο επίπεδο, δύο ευθείες παράλληλες μεταξύ τους, καθεμιά από τις οποίες έχει κλίση ίση με 1.

(Μονάδες 12)

β) Αν το εμβαδόν του τετραγώνου του οποίου οι δύο πλευρές βρίσκονται πάνω στις ευθείες του ερωτήματος α) είναι ίσο με 2, να βρείτε την τιμή του λ .

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 3\chi + \psi + 3 = 0$ και $\varepsilon_2 : \chi + 2\psi - 4 = 0$

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής A των ευθειών ε_1 και ε_2

(Μονάδες 5)

β) Αν η ευθεία ε_1 τέμνει τον άξονα $\psi'\psi$ στο σημείο B και η ευθεία ε_2 τέμνει τον άξονα $\chi'\chi$ στο σημείο Γ , τότε:

i) να βρείτε εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία B και Γ

(Μονάδες 5)

ii) να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$

(Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι τα σημεία $K(\chi, \psi)$ για τα οποία ισχύει $(KB\Gamma) = (AB\Gamma)$ ανήκουν σε δύο παράλληλες ευθείες, των οποίων να βρείτε τις εξισώσεις.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε ευθύγραμμο τμήμα AB που είναι παράλληλο προς την ευθεία $\varepsilon: \psi = \chi$,
με $A(\chi_1, \psi_1)$, $B(\chi_2, \psi_2)$ και $\chi_1 < \chi_2$

Αν το σημείο $M(3,5)$ είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος AB και το γινόμενο των τετμημένων των σημείων A και B ισούται με 5, τότε:

α) να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων A και B .

(Μονάδες 13)

β) να αποδείξετε ότι $(OAB) = 4$, όπου O είναι η αρχή των αξόνων.

(Μονάδες 5)

γ) να αποδείξετε ότι τα σημεία $K(\chi, \psi)$ για τα οποία ισχύει $(KAB) = 2(OAB)$

ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις τις: $\chi - \psi - 2 = 0$ και $\chi - \psi + 6 = 0$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: (2\lambda-1)x+y-5=0$, $\varepsilon_2: (\lambda^2+3)x-y-15=0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ και το σημείο $A(2,-1)$.

α) Να αποδείξετε ότι, για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι ευθείες τέμνονται.

(Μονάδες 7)

β) Αν οι ευθείες τέμνονται στο σημείο A , να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 10)

γ) Έστω $\lambda=2$ και B, Γ τα σημεία που οι ε_1 και ε_2 τέμνουν τον άξονα $y'y$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon: 2κχ - (1 + κ)ψ + 1 - 3κ = 0$ και $\zeta: (1 + 3κ)χ + (κ - 1)ψ + 2 - 6κ = 0$,

όπου $κ \in \mathbb{R}$

α) Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του $κ$, ώστε οι ευθείες να είναι παράλληλες.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε την αμβλεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες (ε) και (ζ) .

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα σημεία $A(\lambda+1, \lambda-1)$, $B(2,2)$ και $\Gamma(4,6)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρείτε την μεσοκάθετο του τμήματος $B\Gamma$. (Μονάδες 7)
- β) Αν το σημείο A ισαπέχει από τα σημεία B και Γ , να βρείτε την τιμή του λ . (Μονάδες 8)
- γ) Για $\lambda=4$, να βρείτε σημείο Δ ώστε το τετράπλευρο $AB\Delta\Gamma$ να είναι ρόμβος. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τα σημεία $A(-2t+6, 0)$, $B(0, 4t-2)$, $t \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του AB .

(Μονάδες 5)

β) Να δείξετε ότι το M κινείται σε ευθεία την οποία να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 10)

γ) Αν $(AB)=d$, να αποδείξετε ότι $d^2 \geq 20$ και κατόπιν να βρείτε τα A, B ώστε η απόσταση (AB) να είναι ελάχιστη.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε το σημείο $M(-3, -2)$ και ευθεία που διέρχεται από το M και τέμνει τους αρνητικούς ημιάξονες στα σημεία A, B .

α) Να αποδείξετε ότι ο συντελεστής διεύθυνσης λ της ευθείας είναι αρνητικός.

(Μονάδες 10)

β) Έστω $E(\lambda)$ το εμβαδόν του τριγώνου OAB .

i. Να αποδείξετε ότι $E(\lambda) \geq 12$ για κάθε $\lambda < 0$.

(Μονάδες 10)

ii. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που σχηματίζει με τους ημιάξονες τρίγωνο με ελάχιστο εμβαδόν.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τις εξισώσεις

$$\varepsilon_\lambda : (\lambda - 1)x + (\lambda - 2)y - \lambda + 3 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι καθεμιά από τις (ε_λ) παριστάνει ευθεία και κατόπιν ότι όλες οι ευθείες διέρχονται από σταθερό σημείο.

(Μονάδες 10)

β) Έστω $\lambda \neq 1$ και $\lambda \neq 2$. Αν η (ε_λ) τέμνει τους άξονες $x'x$ και $y'y$ στα σημεία $A(\alpha, 0)$ και $B(0, \beta)$ αντίστοιχα, τότε:

i. να εκφράσετε τα α, β συναρτήσει του λ .

(Μονάδες 5)

ii. να βρείτε την ευθεία της παραπάνω μορφής ώστε να ισχύει $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = 2$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση $x^2+y^2+2(xy-2x-2y)+3=0$.

α) Να αποδείξετε ότι παριστάνει δυο ευθείες παράλληλες μεταξύ τους.

(Μονάδες 8)

Έστω $\varepsilon_1: x+y=1$ και $\varepsilon_2: x+y=3$ οι δυο ευθείες.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπέζιου που σχηματίζεται από τους άξονες και τις ευθείες.

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή O και τέμνει τις ε_1 και ε_2 στα σημεία A, B ώστε $(AB)=2$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4

Σε καρτεσιανό σύστημα αξόνων Oxy θεωρούμε τα σημεία $M(x, y)$, $A(-1, 3)$ και $B(2, -1)$ ώστε να σχηματίζουν τρίγωνο με εμβαδόν $(MAB)=4$.

α) Να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος του M είναι δυο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ παράλληλες μεταξύ τους.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε την απόσταση των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

(Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα A, B είναι η μεσοπαράλληλη των $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. Πως αιτιολογείται γεωμετρικά το συμπέρασμα αυτό;

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα σημεία $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$ και $\Gamma(2\lambda+1, 1-\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι, για οποιαδήποτε τιμή του λ , τα A , B , Γ σχηματίζουν τρίγωνο και το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι σταθερό.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι η κορυφή Γ κινείται σε ευθεία παράλληλη στην AB .

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του Γ ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την BF .

(Μονάδες 7)