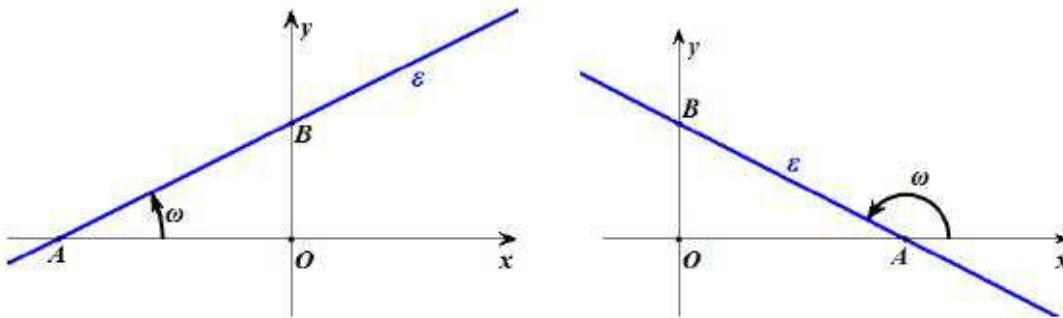


Περί ευθείας

❖ Γωνία που σχηματίζει μια ευθεία με τον άξονα $x'x$

Έστω Oxy ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και ε μια ευθεία που τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο A .



Τη γωνία ω που διαγράφει η ημιευθεία Ax , όταν στραφεί γύρω από το A κατά τη **θετική φορά** μέχρι να «πέσει» πάνω στην ευθεία ε , τη λέμε **γωνία που σχηματίζει η ε με τον άξονα $x'x$** .

Αν η ευθεία ε είναι παράλληλη προς τον άξονα $x'x$ ή συμπίπτει με αυτόν, τότε λέμε ότι η ευθεία ε σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία $\omega = 0^\circ$.

Σε κάθε περίπτωση για τη γωνία ω ισχύει: $0^\circ \leq \omega < 180^\circ$.

❖ Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας

Ως **συντελεστή διεύθυνσης** (ή **κλίση**) μιας ευθείας ε ορίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία ε με τον άξονα $x'x$.

Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας ε είναι:

- **θετικός**, αν η γωνία ω είναι οξεία
- **αρνητικός**, αν η γωνία ω είναι αμβλεία
- **μηδέν**, αν η γωνία ω είναι μηδέν.

Στην περίπτωση που η γωνία ω είναι ίση με 90° , δηλαδή όταν η ευθεία ε είναι κάθετη στον άξονα $x'x$, **δεν ορίζουμε** συντελεστή διεύθυνσης για την ε .

Παρατηρήστε ότι:

- | | |
|---|---|
| ▪ $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \omega = 30^\circ$ | ▪ $\varepsilon\varphi\omega = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \omega = 150^\circ$ |
| ▪ $\varepsilon\varphi\omega = 1 \Rightarrow \omega = 45^\circ$ | ▪ $\varepsilon\varphi\omega = -1 \Rightarrow \omega = 135^\circ$ |
| ▪ $\varepsilon\varphi\omega = \sqrt{3} \Rightarrow \omega = 60^\circ$ | ▪ $\varepsilon\varphi\omega = -\sqrt{3} \Rightarrow \omega = 120^\circ$ |
| ▪ $\varepsilon\varphi\omega = 0 \Rightarrow \omega = 0^\circ$ | |

❖ Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax+\beta$

Είναι μία ευθεία, με εξίσωση $y=ax+\beta$, η οποία τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $B(0,\beta)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης (κλίση) ίσο με α .

Είναι φανερό ότι:

- αν $\alpha > 0$, τότε $0^\circ < \omega < 90^\circ$ (δηλαδή η γωνία ω είναι οξεία)
- αν $\alpha < 0$, τότε $90^\circ < \omega < 180^\circ$ (δηλαδή η γωνία ω είναι αμβλεία)
- αν $\alpha = 0$, τότε $\omega = 0^\circ$. (δηλαδή η γωνία ω είναι μηδέν)

❖ Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\beta$

Η συνάρτηση $f(x)=\beta$ προκύπτει από την συνάρτηση $f(x)=ax+\beta$ στην περίπτωση που είναι $\alpha=0$.

Λέγεται **σταθερή συνάρτηση** διότι η τιμή της είναι η ίδια για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Η γραφική της παράσταση είναι μία **οριζόντια** ευθεία που τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $B(0,\beta)$.

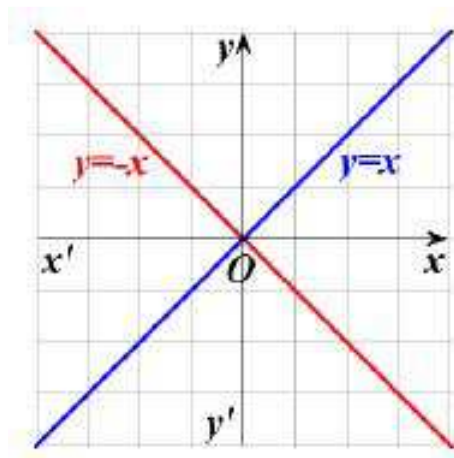
❖ Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax$

Η συνάρτηση $f(x)=ax$ προκύπτει από την συνάρτηση $f(x)=ax+\beta$ στην περίπτωση που $\beta=0$.

Η γραφική της παράσταση είναι μία ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων.

Κυριότεροι εκπρόσωποι αυτής της οικογένειας ευθειών είναι η ευθεία με εξίσωση $y = x$ και η ευθεία με εξίσωση $y = -x$. Ειδικότερα:

- Για $\alpha = 1$ έχουμε την ευθεία $y = x$.
Για τη γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία αυτή με τον άξονα $x'x$, ισχύει: $\epsilon\phi\omega = \alpha = 1$, δηλαδή $\omega = 45^\circ$. Επομένως:
η ευθεία $y = x$ είναι η διχοτόμος των γωνιών $x\hat{O}y$ και $x'\hat{O}y'$ των αξόνων.
- Για $\alpha = -1$ έχουμε την ευθεία $y = -x$.
Για τη γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία αυτή με τον άξονα $x'x$, ισχύει: $\epsilon\phi\omega = \alpha = -1$, δηλαδή $\omega = 135^\circ$. Επομένως:
η ευθεία $y = -x$ είναι η διχοτόμος των γωνιών $x'\hat{O}y$ και $x\hat{O}y'$ των αξόνων.



❖ Σχετικές θέσεις δύο ευθειών

Ας θεωρήσουμε δύο ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 με εξισώσεις $y = \alpha_1 x + \beta_1$ και $y = \alpha_2 x + \beta_2$ αντιστοίχως.

- Αν $\alpha_1 \neq \alpha_2$, τότε οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 τέμνονται σε ένα σημείο.
- Αν $\alpha_1 = \alpha_2$ και $\beta_1 \neq \beta_2$, τότε οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες.
- Αν $\alpha_1 = \alpha_2$ και $\beta_1 = \beta_2$, τότε οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 ταυτίζονται (συμπίπτουν).