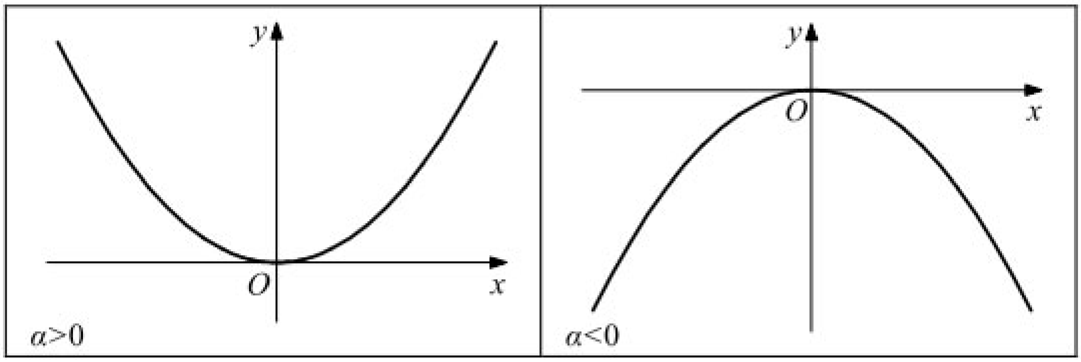
Η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^2$ $(\alpha \neq 0)$

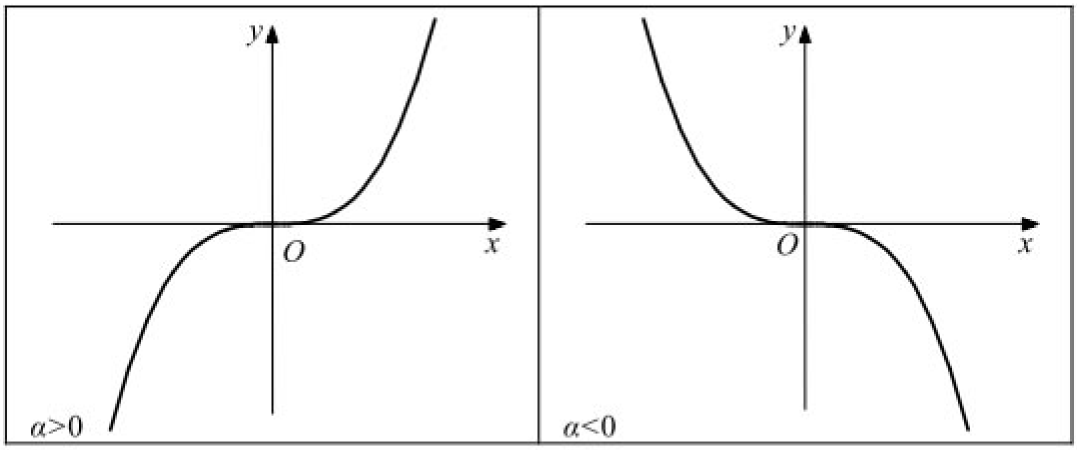
Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\boldsymbol{f(x)} = \boldsymbol{\alpha x^2}$, με $\boldsymbol{\alpha} \neq 0$, είναι το $\mathbb{R}$ ενώ η γραφική της παράσταση είναι μια καμπύλη που λέγεται **παραβολή** με **κορυφή** την αρχή των αξόνων και **άξονα συμμετρίας** τον άξονα y'y.

- Όταν το **α** είναι θετικό, τότε η παραβολή είναι "ανοικτή" προς τα πάνω (στρέφει τα κοίλα άνω)
- Όταν το **α** είναι αρνητικό, τότε η παραβολή είναι "ανοικτή" προς τα κάτω (στρέφει τα κοίλα κάτω).
- Καθώς η $|\alpha|$ αυξάνεται, η παραβολή γίνεται όλο και πιο "κλειστή", δηλαδή "πλησιάζει" τον άξονα y'y.



Η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3$ $(\alpha \neq 0)$

Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\boldsymbol{f(x)} = \boldsymbol{\alpha x^3}$, με $\boldsymbol{\alpha} \neq 0$, είναι το $\mathbb{R}$ ενώ η γραφική της παράσταση είναι μια καμπύλη που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Επιπλέον, το σημείο Ο(0,0) είναι **κέντρο συμμετρίας** της καμπύλης της συνάρτησης.

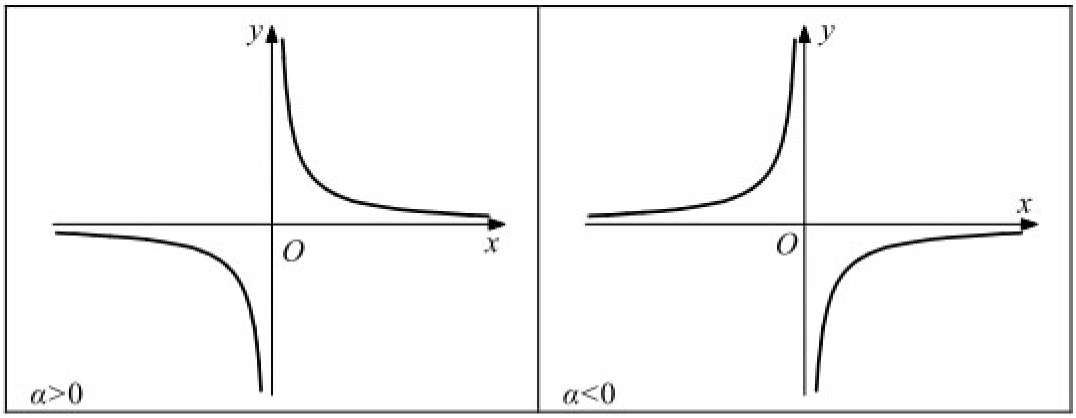


Η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha}{x}$ $(\alpha \neq 0)$

Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\boldsymbol{f(x) = \frac{\alpha}{x}}$ με $\boldsymbol{\alpha} \neq 0$, είναι το $\mathbb{R}^*$ ενώ η γραφική της παράσταση αποτελείται από δύο κλάδους και είναι μια καμπύλη που λέγεται **ισοσκελής υπερβολή**.

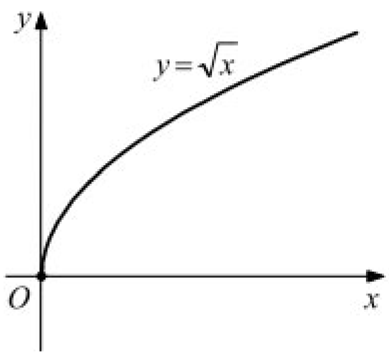
Επιπλέον, η γραφική παράσταση:

- έχει **κέντρο συμμετρίας** την αρχή των αξόνων
- έχει **άξονες συμμετρίας** τις ευθείες **y=x** και **y=-x** που διχοτομούν τις γωνίες των αξόνων
- έχει **οριζόντια ασύμπτωτη** τον άξονα $\mathbf{x'x}$ και $\mathbf{y'y}$.



Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x}$

Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x}$ είναι το $[0, +\infty)$.



Η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma \ \ (\alpha \neq 0)$

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο συμπλήρωσης τετραγώνων, μπορούμε να γράψουμε τη συνάρτηση στη μορφή $f(x) = \alpha\left(x + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 - \frac{\Delta}{4\alpha}$

Επομένως η γραφική της παράσταση προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της παραβολής $y = \alpha x^2$, μιας οριζόντιας και μιας κατακόρυφης, έτσι ώστε η κορυφή της να συμπέσει με το σημείο $K\left(-\frac{\beta}{2\alpha}, -\frac{\Delta}{4\alpha}\right)$.

Συνεπώς, είναι και αυτή μια **παραβολή**, που έχει **κορυφή** το σημείο $K\left(-\frac{\beta}{2\alpha}, -\frac{\Delta}{4\alpha}\right)$ και **άξονα συμμετρίας** την ευθεία $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$.

Η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα y'y στο σημείο Γ(0, γ), διότι $f(0) = \gamma$, ενώ για τα σημεία τομής της με τον άξονα x'x παρατηρούμε ότι:

- Αν $\Delta > 0$, το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ έχει δύο ρίζες x_1 και x_2 και επομένως η παραβολή $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ τέμνει τον άξονα x'x σε δύο σημεία, τα $A(x_1, 0)$ και $B(x_2, 0)$
- Αν $\Delta = 0$, το τριώνυμο έχει διπλή ρίζα την $-\frac{\beta}{2\alpha}$. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι η παραβολή εφάπτεται του άξονα x'x στο σημείο $A\left(-\frac{\beta}{2\alpha}, 0\right)$
- Αν $\Delta < 0$, το τριώνυμο δεν έχει πραγματικές ρίζες. Επομένως, η παραβολή δεν έχει κοινά σημεία με τον άξονα x'x.

Η γραφική παράσταση της f εξαρτάται από το πρόσημο των **α** και **Δ** και φαίνεται κατά περίπτωση στα παρακάτω σχήματα: