



ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2017 - '18

Ερευνητική Εργασία Α' Λυκείου



Τα Μαθηματικά στις Τέχνες

Θεσσαλονίκη, Μάιος 2018

Μαθητές που συμμετείχαν

Δασκάλου-Χριστάκη Ρόζα-Αντωνία

Δημητρίου-Τσακνάκης Ανδρέας

Διαμαντοπούλου Ανδριάννα

Καλοκάση Αμαρυλλίς-Αριστέα

Κασάπογλου Πολυξένη

Κετέν Νικόλαος

Λάππας Δημήτριος

Μπένης Αθανάσιος

Μωραΐτη Ελισάβετ

Μωυσίδης Αναστάσιος

Παπάρας Δημήτριος

Παυλίδου Δήμητρα-Ελένη

Στρατουδάκης Μιχαήλ

Τακουρίδης Ιωάννης

Ταυρίδης Σωκράτης-Γεώργιος

Τσαπκίνης Χρήστος-Ευάγγελος

Φαΐτατζής Πρόδρομος-Παναγιώτης

Υπεύθυνη καθηγήτρια: Μποζέλου Μαρία

Τη ζωγραφιά του εξώφυλλου φιλοτέχνησε η μαθήτρια Πολυξένη Κασάπογλου.

Περιεχόμενα

- Αριθμοί Fibonacci και Χρυσή Τομή
- Γραμμικό Σχέδιο
- Καλλιτεχνικά ρεύματα και Μαθηματικά
- Καλλιτέχνες που χρησιμοποίησαν Μαθηματικά στα έργα τους
- Τα Μαθηματικά πίσω από τις οφθαλμαπάτες
- Βιβλιογραφία - Διαδικτυογραφία

Αριθμοί Fibonacci και Χρυσή Τομή

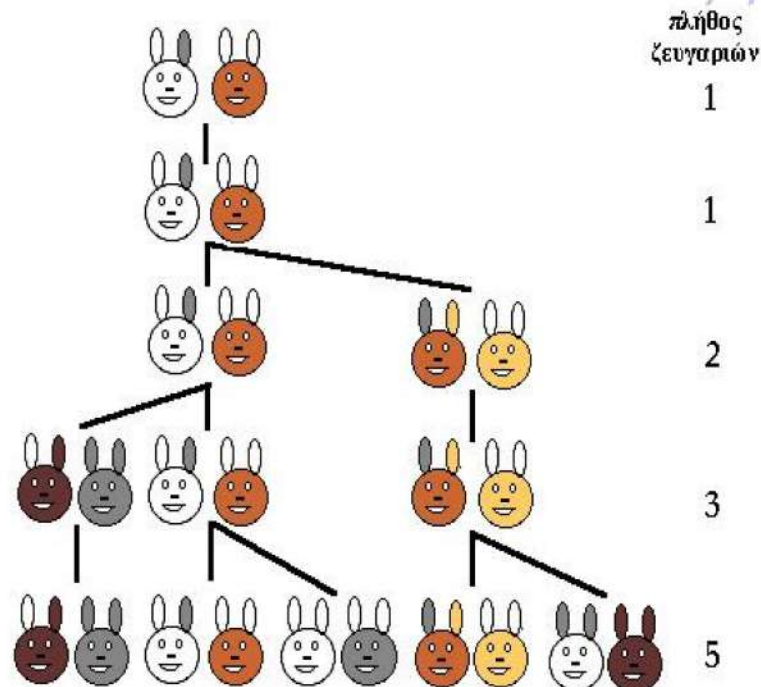
Αριθμοί Fibonacci

- Ακολουθία στην οποία οι δύο πρώτοι όροι είναι ίσοι με 1 και κάθε επόμενος όρος προκύπτει από το άθροισμα των δύο προηγούμενων.
- Ο γενικός όρος της ακολουθίας είναι ο $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$,
 $F_1 = F_2 = 1$
Για παράδειγμα, οι 7 πρώτοι αριθμοί Fibonacci είναι οι:
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

Αριθμοί Fibonacci: ιστορικά στοιχεία (1 από 2)

Στο βιβλίο του Liber Abaci ο Leonardo Pisanno (γνωστός και ως Leonardo Fibonacci) έθεσε το εξής πρόβλημα:

Τοποθετούμε ένα ζευγάρι κουνέλια σε ένα κλειστό δωμάτιο. Πόσα ζευγάρια από κουνέλια θα υπάρχουν σε ένα χρόνο, αν κάθε ζευγάρι παράγει ένα επιπλέον κάθε μήνα, από τον 2ο μήνα και μετά; Υποθέτουμε ότι τα κουνέλια δεν πεθαίνουν ποτέ και αναπαράγονται απεριόριστα.



Αριθμοί Fibonacci: ιστορικά στοιχεία (2 από 2)

Ο αριθμός των ζευγαριών που θα υπάρχει στο τέλος κάθε μήνα είναι ο εξής:

- 1ος μήνας: 1
- 2ος μήνας: 1
- 3ος μήνας: 2
- 4ος μήνας: 3
- 5ος μήνας: 5
- 6ος μήνας: 8
- 7ος μήνας: 13

Κάθε αριθμός είναι άθροισμα των δύο προηγούμενων του και η αρχή γίνεται εξ' ορισμού με τους αριθμούς 1 και 1 (αφού τον 1ο μήνα υπάρχει 1 ζεύγος, το οποίο δεν έχει αναπαραχθεί ακόμα τον 2 μήνα).

Αριθμοί Fibonacci στη Φύση

- Ο αριθμός των πετάλων στα άνθη είναι αριθμός που ανήκει στην ακολουθία Fibonacci:
 - ο αριθμός των πετάλων στις περισσότερες μαργαρίτες είναι 34, 55 ή 89 και
 - το χρυσάνθεμο έχει 34 πέταλα, που είναι αριθμοί Fibonacci.

Η ακολουθία συναντάται επίσης:

- στο άνθος της αγκινάρας,
- σ' ένα κουκουνάρι
- στον φλοιό ενός ανανά.



Χρυσή Τομή

- Δύο ποσότητες έχουν αναλογία χρυσής τομής αν ο λόγος του αθροίσματός τους προς τη μεγαλύτερη ποσότητα είναι ίσος με το λόγο της μεγαλύτερης ποσότητας προς τη μικρότερη.
- Ο μαθηματικός συμβολισμός της χρυσής τομής (φ) οφείλεται στον αρχαίο Έλληνα γλύπτη Φειδία. Η μαθηματική σχέση που δίνει τον αριθμό φ είναι η εξής:

$$(a+b)/a = a/b = \varphi$$

- Ο αριθμός φ έχει τιμή:

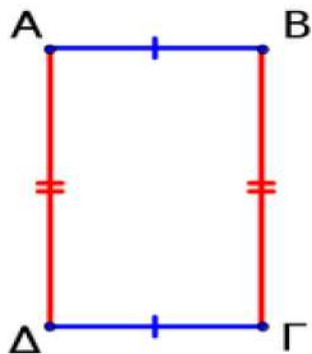
$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.6180339887\dots$$



$$\frac{AB}{AG} = \frac{AG}{GB} = \varphi$$

Χρυσά ορθώγνια

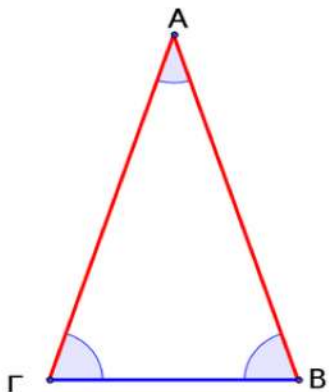
Τα ορθώγνια, των οποίων ο λόγος δύο μη παραλλήλων πλευρών ισούται με το φ , ονομάζονται χρυσά ορθώγνια.



$$\frac{A\Delta}{AB} = \frac{A\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{B\Gamma}{AB} = \frac{B\Gamma}{\Delta\Gamma} = \varphi$$

Χρυσά τρίγωνα

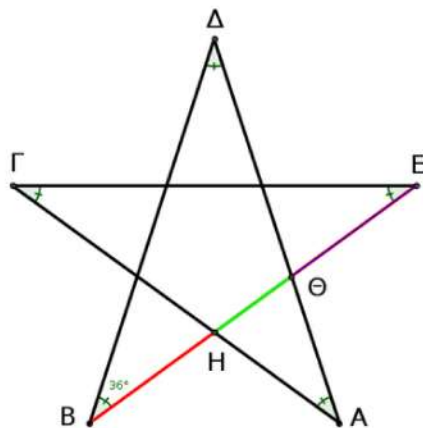
Κάθε ισοσκελές τρίγωνο, στο οποίο ο λόγος της βάσης προς το ένα σκέλος ισούται με τον αριθμό φ , ονομάζεται χρυσό τρίγωνο. Για να ισχύει η παραπάνω ισότητα, η γωνία της κορυφής του τριγώνου πρέπει να ισούται με 36° .



$$\frac{AB}{B\Gamma} = \frac{A\Gamma}{B\Gamma} = \varphi$$
$$\hat{A} = 36^\circ$$

Το Πεντάγραμμο των Πυθαγορείων

Το «Πεντάγραμμο των Πυθαγορείων», δηλαδή το αστέρι που σχηματίζεται από τις διαγώνιους ενός κανονικού πολυγώνου, αποτελείται από χρυσά τρίγωνα, και παρακάτω λόγοι είναι ίσοι με φ :

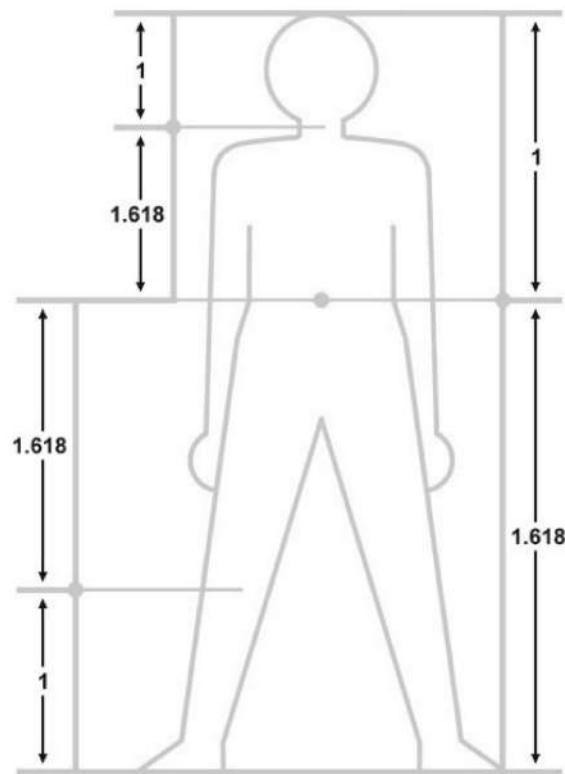


$$\frac{EB}{EH} = \frac{EH}{\Theta E} = \frac{\Theta E}{\Theta H} = \varphi$$
$$\hat{A} = 36^\circ$$

Χρυσή τομή στη φύση

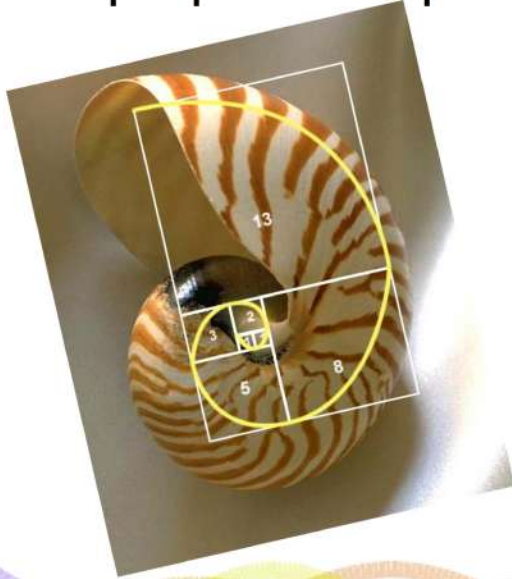
Ο αριθμός ϕ συναντάται:

- στον λόγο των θηλυκών μελισσών προς τις αρσενικές σε μια κυψέλη,
- στις αναλογίες του ανθρώπινου σώματος,
- στον καρδιακό ρυθμό,
- στην απόστασή μεταξύ κύριων ζωτικών οργάνων,



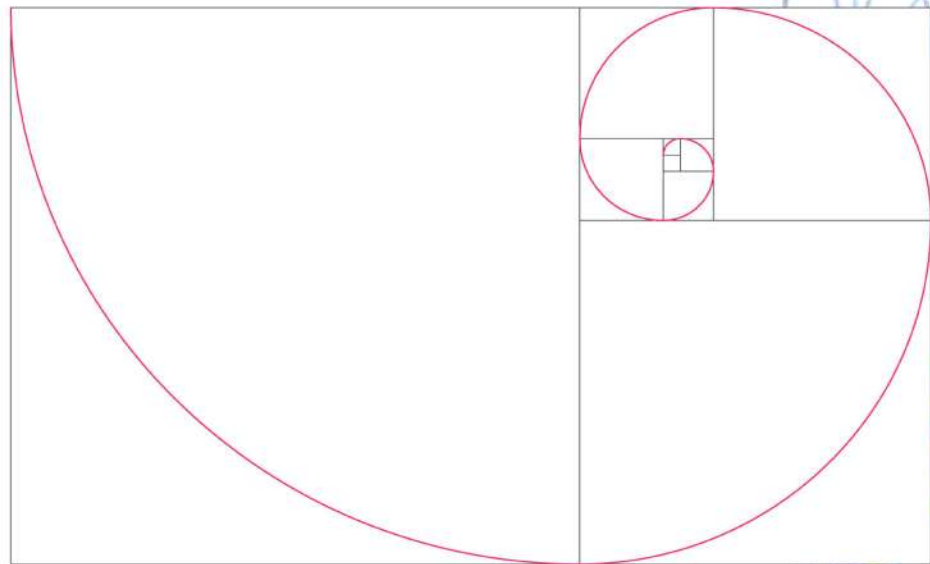
Χρυσή τομή στη φύση

- στις σπείρες γαλαξιών,
- σε ορισμένα όστρακα.



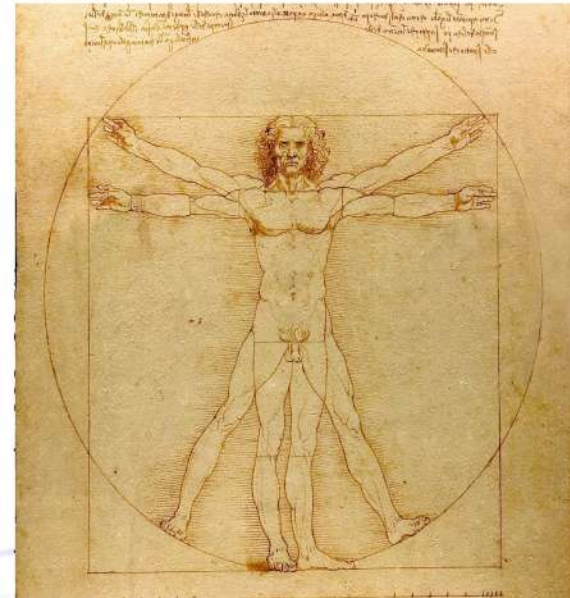
Αριθμοί Fibonacci και Χρυσή Τομή στην τέχνη

Η Χρυσή Τομή χρησιμοποιείται επίσης στην τέχνη και την αρχιτεκτονική. Υποστηρίζεται πως παρέχει όπου χρησιμοποιείται μία ευχάριστη αισθητική τάξης και αρμονίας. Ακόμα και αν δεν μπορούμε να αντιληφθούμε την ύπαρξή του ενεργεί θετικά στην στην αισθητική μας αντίληψη.



Αριθμοί Fibonacci και Χρυσή Τομή στην τέχνη

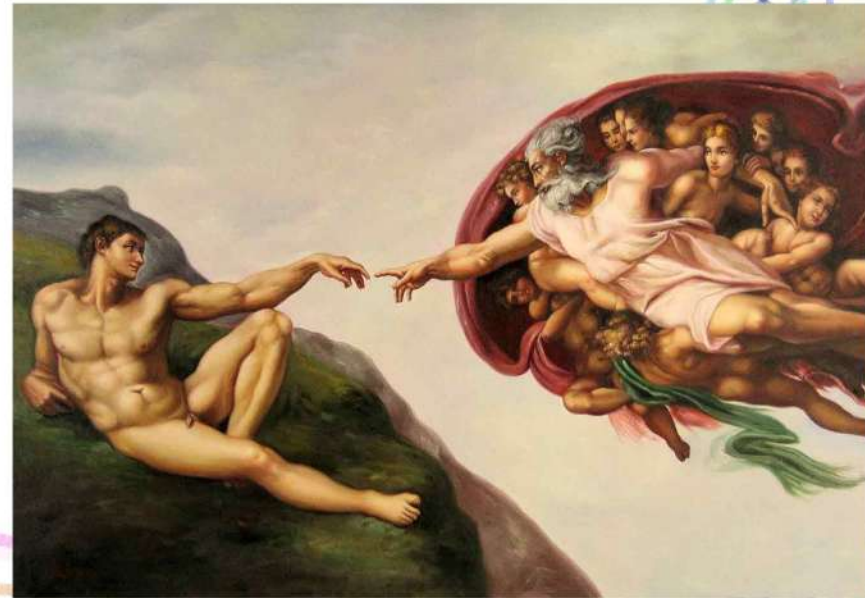
Καλλιτέχνες όπως ο Λεονάρντο Ντα Βίντσι, ο Σαλβαντόρ Νταλί και ο Σάντρο Μποτιτσέλι χρησιμοποίησαν στα έργα τους τη χρυσή τομή. Χαρακτηριστικά παραδείγματα έργων τους είναι τα εξής:



Ο Άνθρωπος του Βιτρούβιου



Η Μόνα Λίζα



Η Γένεση του Αδάμ

Χρυσή Τομή στην αρχιτεκτονική

Κλασικά παραδείγματα χρήσης της χρυσής τομής στην αρχιτεκτονική είναι:

- Η Μεγάλη Πυραμίδα της Γκίζας (η Πυραμίδα του Φαραώ Χέοπα)
- Ο Παρθενώνας
- Το Αρχαίο Θέατρο της Επιδαύρου



Γραμμικό Σχέδιο



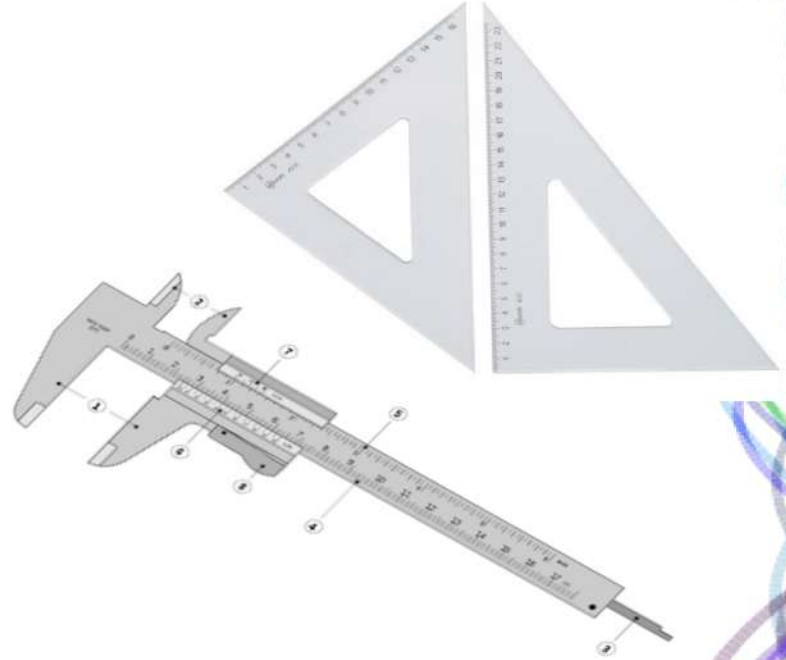
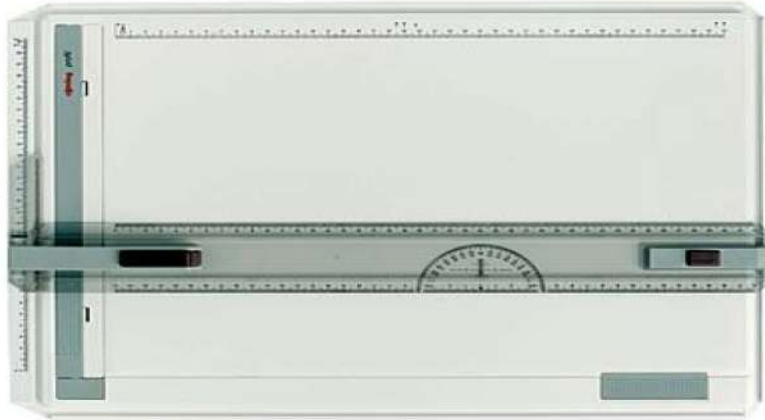
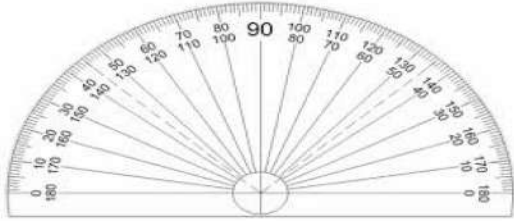
Γραμμικό Σχέδιο και Μαθηματικά

Γραμμικό σχέδιο είναι η σχεδίαση με όργανα, απλών ή σύνθετων γεωμετρικών μορφών, αρχιτεκτονικών σχεδίων κ.λπ..

Τα Μαθηματικά χρησιμοποιούνται στις:

- αναλογίες μεταξύ των μερών ενός κτιρίου, ενός πίνακα, ενός γλυπτού,
- γεωμετρικές κατασκευές, όπως η χρυσή τομή,
- κλίμακα και προοπτική ενός σχεδίου κ.ά..

Στο γραμμικό σχέδιο γίνεται χρήση γεωμετρικών οργάνων.



Κλίμακα

Ο σταθερός λόγος ενός μήκους πάνω σε γραφική, φωτογραφική ή χαρτογραφική αναπαράσταση προς το αντίστοιχο πραγματικό μήκος.



Σημείο φυγής

Το σημείο όπου συγκλίνουν οι νοητές γραμμές που δημιουργούν το βάθος ή την τρίτη διάσταση ώστε να αποδίδονται πιο ρεαλιστικά οι μορφές.



Προοπτική

Προοπτική είναι η αναπαράσταση του όγκου τρισδιάστατων αντικειμένων σε επίπεδη επιφάνεια σε συνάρτηση με τη θέση και την απόσταση του παρατηρητή.

Αποδίδεται η αίσθηση του βάθους με χρήση Γεωμετρίας.

“The entrance to the Grand Canal” - Canaletto (1730)

- Αριστούργημα προοπτικής.
- Το κύριο σημείο φυγής βρίσκεται αν προεκταθεί η γραμμή που σχηματίζει η προκυμαία ως το βάθος του ορίζοντα.



Καλλιτεχνικά ρεύματα και Μαθηματικά

Καλλιτεχνικά Ρεύματα και Μαθηματικά

Πολλά καλλιτεχνικά ρεύματα σχετίζονται με τα Μαθηματικά σε μικρό ή μεγάλο βαθμό, κάποια από τα οποία είναι τα εξής:

- Κλασικισμός
- Μπαρόκ
- Αναγεννησιακή Τέχνη
- Ροκοκό
- Νεοκλασικισμός
- Ρομαντισμός
- Ρεαλισμός
- Συμβολισμός
- Αρ Νουβώ
- Εξπρεσιονισμός
- Κονστρουκτιβισμός
- Νεοπλαστικισμός
- Νατουραλισμός

Αντιπροσωπευτικά θα παρουσιάσουμε τον κυβισμό και τον κονστρουκτιβισμό.

Κονστρουκτιβισμός

- Καλλιτεχνικό ρεύμα, κυρίως στη ζωγραφική και τη γλυπτική.
- Αναπτύχθηκε την περίοδο 1913-1930 στη Ρωσία.
- Οι ρίζες του κινήματος μπορούν να αναζητηθούν στο κινήματα του Κυβισμού και σε κάποια από τα έργα του Picasso.

Κύρια χαρακτηριστικά του:

- απολύτως αφηρημένες κατασκευές,
- απουσιάζουν οι συμβατικές αναπαραστάσεις αντικειμένων,
- απεικόνιση γεωμετρικών μορφών.

Κυβισμός

- Καλλιτεχνικό ρεύμα της ζωγραφικής και της γλυπτικής.
- Αναπτύχθηκε στην Ευρώπη του 20ου αιώνα.
- Συσχετίζεται άμεσα με τα Μαθηματικά.

Κύρια χαρακτηριστικά του:

- Οι καλλιτέχνες αντί να αποδίδουν τα αντικείμενα από μια συγκεκριμένη γωνία, τα διαιρούν σε πολλαπλές απόψεις, βλέποντας έτσι ταυτόχρονα πολλές διαφορετικές διαστάσεις ή όψεις των αντικειμένων.
- Έχουμε κατάργηση της απεικόνισης της τρίτης διάστασης και
- αμφισβήτηση της ψευδαίσθησης του βάθους.

Κύριοι εκπρόσωποι του κυβισμού

- Πάμπλο Πικάσσο
- Ζωρζ Μπράκ
- Φερνάν Λεζέ
- Χουάν Γκρι



Pablo Picasso, "Violin and grapes"



Pablo Picasso, "Composition"



Georges Braque, *Glass on a Table*

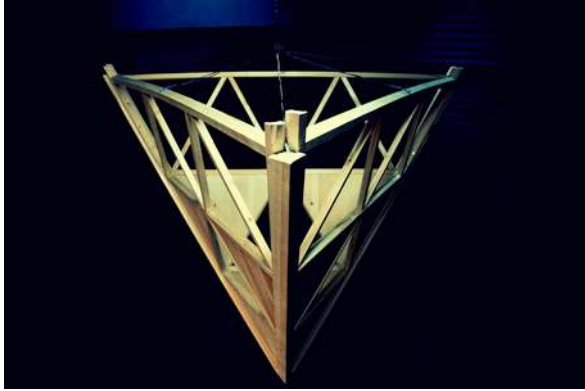
Κονστρουκτιβισμός

- Καλλιτεχνικό ρεύμα, κυρίως στη ζωγραφική και τη γλυπτική.
- Αναπτύχθηκε την περίοδο 1913-1930 στη Ρωσία.
- Οι ρίζες του κινήματος μπορούν να αναζητηθούν στο κινήματα του Κυβισμού και σε κάποια από τα έργα του Picasso.

Κύρια χαρακτηριστικά του:

- απολύτως αφηρημένες κατασκευές,
- απουσιάζουν οι συμβατικές αναπαραστάσεις αντικειμένων,
- απεικόνιση γεωμετρικών μορφών.

Παραδείγματα έργων κονστρουκτιβισμού



αφηρημένη
κατασκευή

*Wassili
Kandinsky*



*Kazimir
Malevich*



*“Νικήστε τους λευκούς με την κόκκινη σφήνα”,
ΕΛ Λισίτσκι (1925)*



- εμφανής η χρήση των γεωμετρικών σχημάτων (τρίγωνο, κύκλος, τετράγωνο κ.λπ.)
- η αλληλοεπικάλυψή τους δίνει ένα αισθητικά ωραίο αποτέλεσμα.

**Καλλιτέχνες που
χρησιμοποίησαν
Μαθηματικά στα έργα
τους.**

Λεονάρντο ντα Βίντσι

- Περίοδος της Αναγέννησης στην Ιταλία.
- Ήταν: αρχιτέκτονας, ζωγράφος, γλύπτης, μουσικός, εφευρέτης, μηχανικός, ανατόμος, γεωμέτρης, παλαιοντολόγος, γιατρός.
- Ενδιαφερόταν επίσης για: την αστρονομία, τη βοτανική, τη συγγραφή, την ιστορία και τη χαρτογραφία.



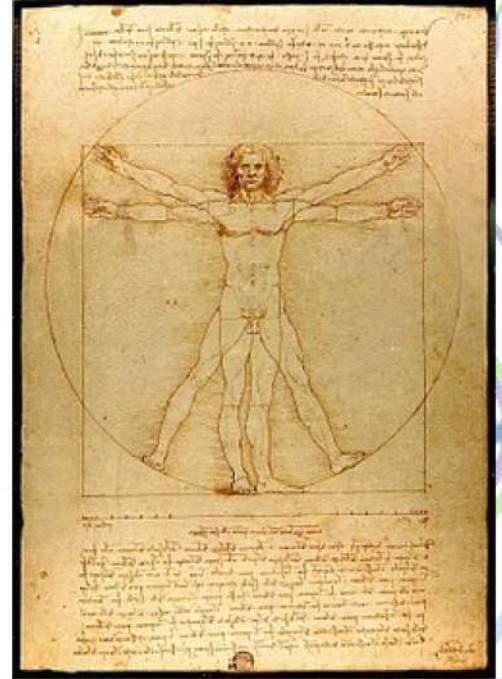
Λεονάρντο ντα Βίντσι: η ζωή του (1 από 2)

- Γεννήθηκε στο Βίντσι της Ιταλίας στις 15 Απριλίου 1452.
- Στα 14 του εισήλθε ως μαθητευόμενος στο εργαστήριο του φλωρεντινού ζωγράφου και αρχιτέκτονα Αντρέα ντελ Βερρόκκιο στη Φλωρεντία.
- Το 1480 μετοίκησε στο Μιλάνο όπου έπερνε παραγγελίες από τον άρχοντα του τόπου.

Λεονάρντο ντα Βίντσι: η ζωή του (2 από 2)

- Το καλοκαίρι του 1490 έλαβε υπό την προστασία του ένα δεκάχρονο αγόρι ονόματι Τζαν Τζάκομο Καπρότι ή Σαλαΐνο.
- Το 1516 πηγαίνει να εργαστεί στο παλάτι του βασιλιά της Γαλλίας Φραγκίσκου Α΄.
- Στις 23 Απριλίου του 1519 συντάσσει τη διαθήκη του.
- Πέθανε στις 2 Μαΐου του 1519 στο Κλου της Γαλλίας.

Λεονάρντο ντα Βίντσι: τα έργα του



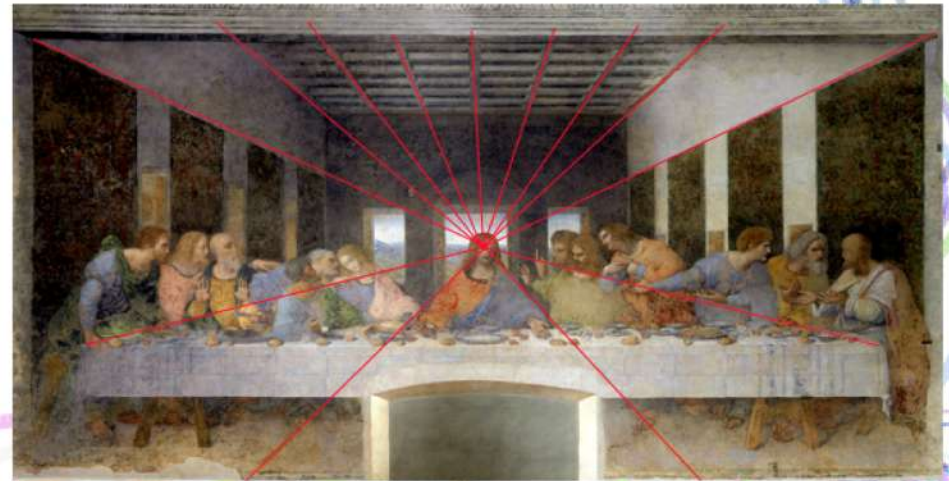
Λεονάρντο ντα Βίντσι: Η Παναγία των Βράχων

Διακρίνεται προοπτική στο
πίσω μέρος του πίνακα,
στους βράχους.



Λεονάρντο ντα Βίντσι: Ο Μυστικός Δείπνος (1 από 2)

- Ο προσανατολισμός των άκρων των οικοδομικών δομών είναι σύμφωνος με μια σειρά γραμμών με κοινό σημείο αναφοράς. Χρησιμοποιείται η προοπτική ενός σημείου ή αλλιώς «σημείο εξαφάνισης».
- Η προοπτική είναι εμφανής μέσω της δομής του τόπου όπου λαμβάνει χώρα η σκηνή.
- Το σημείο εξαφάνισης φαίνεται να συναντάται στο δεξί μάτι του Χριστού.
- Οι γραμμές της οροφής και οι γραμμές των ανοιγμάτων των τοίχων στην αίθουσα συναντώνται σε αυτό το σημείο.



Λεονάρντο ντα Βίντσι: Ο Μυστικός Δείπνος (2 από 2)

Με την κατάρτιση τεσσάρων ακόμη γραμμών επεκτείνεται το ακτινικό σχέδιο: στις επάνω γωνίες της επιφάνειας του τραπέζιού στις δύο διαγώνιες γραμμές που εμφανίζονται στον πίνακα ανάμεσα στο κάτω τραπεζομάντιλο και το κάτω μέρος του πλαισίου.

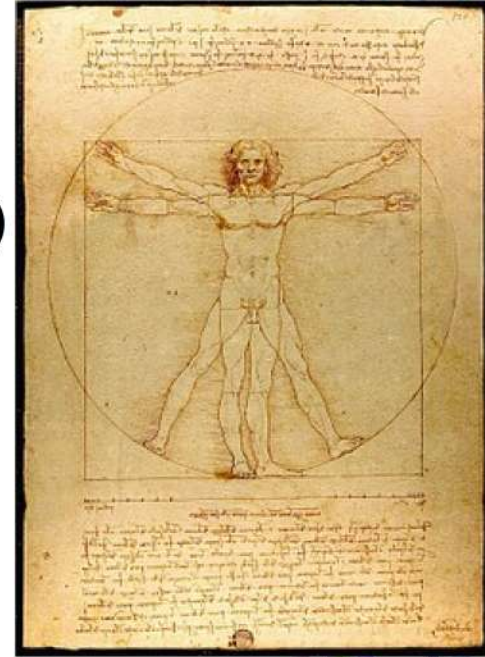


Λεονάρντο ντα Βίντσι: Ο άνθρωπος του Βιτρούβιου (1 από 3)

- Σχέδιο με συνοδευτικές σημειώσεις σε ένα από τα ημερολόγιά του.
- Φτιαχτηκε περίπου το 1490.

Έγινε ως μια μελέτη των αναλογιών του (ανδρικού) ανθρώπινου σώματος, όπως περιγράφεται σε μια πραγματεία του Ρωμαίου αρχιτεκτονα Βιτρούβιου, που είχε γράψει για το ανθρώπινο σώμα:

- μια παλάμη έχει πλάτος τεσσάρων δακτύλων,
- ένα πόδι έχει πλάτος τέσσερις παλάμες,
- ένας πήχης έχει πλάτος έξι παλάμες,
- το ύψος ενός ανθρώπου είναι τέσσερις πήχεις (και άρα 24 παλάμες),



Λεονάρντο ντα Βίντσι: Ο άνθρωπος του Βιτρούβιου (2 από 3)

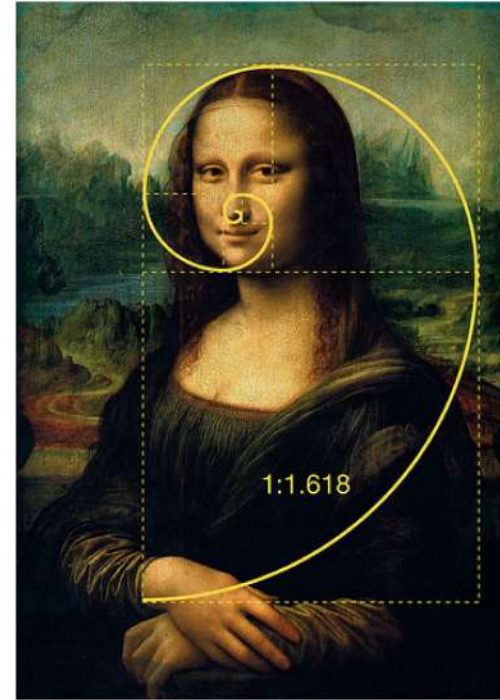
- μια δρασκελιά είναι τέσσερις πήχεις,
- το μήκος των χεριών ενός άντρα σε διάταση είναι ίσο με το ύψος του,
- η απόσταση από την γραμμή των μαλλιών ως την κορυφή του στήθους είναι το ένα-έβδομο του ύψους του άνδρα,
- η απόσταση από την κορυφή του κεφαλιού ως τις θηλές είναι το ένα-τέταρτο του ύψους του άνδρα,
- το μέγιστο πλάτος των ώμων είναι το ένα-τέταρτο του ύψους του άνδρα,
- η απόσταση από τον αγκώνα ως την άκρη του χεριού είναι το ένα-πέμπτο του ύψους του άνδρα,

Λεονάρντο ντα Βίντσι: Ο άνθρωπος του Βιτρούβιου (3 από 3)

- η απόσταση από τον αγκώνα ως την μασχάλη είναι το ένα-όγδοο του ύψους του άνδρα,
- το μήκος του χεριού είναι το ένα-δέκατο του ύψους του άνδρα,
- η απόσταση από την άκρη του πηγουνιού ως την μύτη είναι το ένα- τρίτο του μήκους του προσώπου,
- η απόσταση από τη γραμμή των μαλλιών ως τα φρύδια είναι το ένα- τρίτο του μήκους του προσώπου,
- το μήκος του αυτιού είναι το ένα- τρίτο του μήκους του προσώπου.

Λεονάρντο ντα Βίντσι: Η Μόνα Λίζα (1 από 2)

- Έργο του δεκάτου έκτου αιώνα.
- Ζωγραφισμένο κατά την διάρκεια της ιταλικής Αναγέννησης.
- Το πρόσωπό της χωράει τέλεια σε ένα χρυσό ορθογώνιο.
- Η δομή του υπόλοιπου έργου είναι χωρισμένη πάλι σε χρυσά ορθογώνια.



Λεονάρντο ντα Βίντσι: Η Μόνα Λίζα (2 από 2)

Συναντάμε τη χρυσή αναλογία στο λόγο:

- του πλάτους του προσώπου στο ύψος της κορυφής της μύτης προς την απόσταση από τη δεξιά πλευρά του προσώπου ως τη δεξιά πλευρά της κορυφής της μύτης,
- της απόσταση από τη βάση του λαιμού μέχρι την κορυφή του μετώπου προς την απόσταση από τη βάση του λαιμού μέχρι το κέντρο της κόρης,
- της απόσταση από το κάτω μέρος τους πηγουνιού μέχρι το κάτω μέρος της μύτης προς το κάτω μέρος τους πηγουνιού μέχρι τον πυθμένα των χειλιών και αλλού.

Μάουριτς Κορνέλις Έσερ (1 από 3)

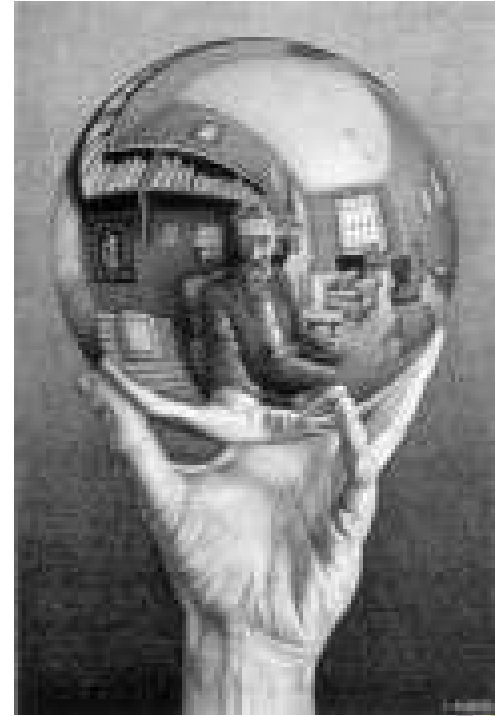
- Ολλανδός εικαστικός καλλιτέχνης.
- Άφησε την αρχιτεκτονική για να σπουδάσει εικαστικές τέχνες.
- Ασχολήθηκε με το σχέδιο, τη γραφιστική, τη λιθογραφία, τη χαλκογραφία.
- Πολύ στενή σχέση των έργων του με την Γεωμετρία.
- Έχει εμμονή με την απεικόνιση του απείρου.
- Ασχολήθηκε από μόνος του με τα Μαθηματικά.
- Αποτελεί τη γέφυρα ανάμεσα στην επιστήμη και την τέχνη.

Μάουριτς Κορνέλις Έσερ (2 από 3)

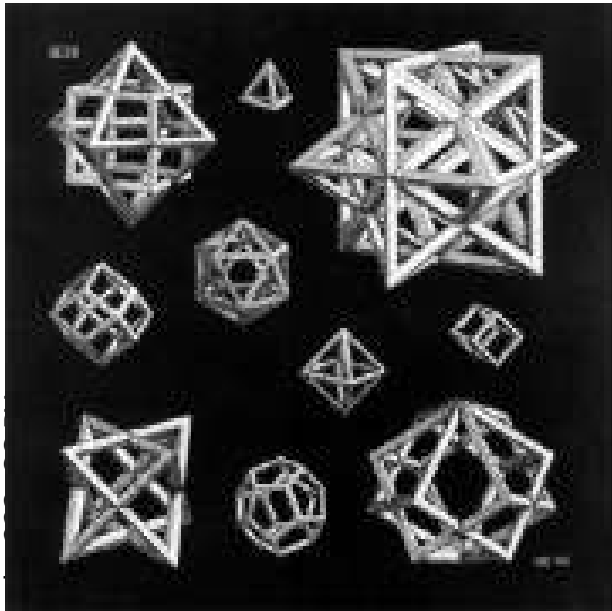
Χρησιμοποίησε ιδιαίτερα:

- προοπτική,
- πολύεδρα σχήματα,
- κατοπτρικά είδωλα από κώνους, σφαίρες, κύβους, δακτυλίους, έλικες, ψευδαισθήσεις,
- παραμορφώσεις,
- καμπύλες και υπερβολές.

Ιδιαίτερο χαρακτηριστικό στους περισσότερους από τους πίνακές του αποτελεί το στοιχείο του παραδόξου.



Μάουριτς Κορνέλις Έσερ (3 από 3)



Vincent van Gogh

- Ολλανδός ζωγράφος.
- Από τους σημαντικότερους ζωγράφους όλων των εποχών.
- Μοναδική ικανότητα να απεικονίζει αναταράξεις σε περιόδους παρατεταμένης ψυχωτικής αναστάτωσης.

Vincent van Gogh: Starry Night (1 από 2)



Vincent van Gogh: Starry Night (2 από 2)

- Μοτίβο φωτεινών και σκοτεινών περιοχών.
- Οι χαοτικές δίνες που τον χαρακτηρίζουν ακολουθούν με ακρίβεια τις μαθηματικές περιγραφές των αναταράξεων σε ρευστά υλικά, όπως είναι οι στροβιλισμοί του νερού σε ένα ταραγμένο ρυάκι ή οι πραγματικοί ανεμοστρόβιλοι.



George Braque: Η ζωή του

- Ζωγράφος, γλύπτης, χαράκτης.
- Γεννήθηκε στις 13 Μαΐου του 1882 στο Argenteuil, μια κωμόπολη κοντά στο Παρίσι.
- Το 1890 εγκαταστάθηκε στην Χάβρη.
- Το 1897 ξεκίνησε βραδινά μαθήματα στη σχολή καλών τεχνών της πόλης.
- Μετά από 2 χρόνια εργάστηκε ως βοηθός του ζωγράφου και διακοσμητή Ρονέ.



George Braque: Τα έργα του (1 από 3)

- Επικεντρώθηκε στον ιμπρεσιονισμό.
- Χρησιμοποιούσε έντονα χρώματα σε σχέση με άλλους καλλιτέχνες.
- Έδωσε προσοχή στην θέση των χρωματικών στοιχείων, στο κύριο μέρος της εικόνας αλλά και στο περίγραμμα.
- Κατά την διάρκεια του πολέμου, τα έργα του άλλαζαν με σκοπό να αντιπροσωπεύσουν τη σοβαρή, σκοτεινή περίοδο που διέσχισε ο κόσμος.



George Braque: Τα έργα του (2 από 3)



George Braque: Τα έργα του (3 από 3)

“Κλαρίνο και μπουκάλι ρούμι στο πάνω ράφι από το τζάκι”, 1911

- Ποικιλία αντικειμένων.
- Διασκορπισμένα, γεωμετρικά σχήματα που σχηματίζουν αιχμηρές γωνίες και γραμμές κατά μήκος του καμβά.
- Ένα κλαρινέτο, ένα μπουκάλι ρούμι, ένα καρφί και ένα τζάκι μπορούν να γίνουν αντιληπτά.



Βασίλι Καντίνσκι: η ζωή του (1 από 2)

- Ρώσος ζωγράφος και θεωρητικός της τέχνης.
- Από τους πρωτοπόρους της αφηρημένης τέχνης.
- Άφησε τη νομική για να σπουδάσει τέχνη.
- Το 1906 στο Παρίσι ήρθε σε επαφή με καλλιτεχνικά κινήματα (Ναμπί, φοβισμός) που τον καθόρισαν.



Βασίλι Καντίνσκι: η ζωή του (2 από 2)

- Επηρεασμένος από τη ρωσική λαϊκή τέχνη, συνδέεται με τη ρωσική πρωτοπορία.
- Ένας από τους ιδρυτές της καλλιτεχνικής ομάδας «Γαλάζιος Καβαλάρης» (Der Blaue Reiter).
- Έγραψε 2 βιβλία: «Για το πνευματικό στην τέχνη» και «Σημείο και Γραμμή σε σχέση με την Επιφάνεια».
- Δίδαξε στη σχολή του Μπάουχαους (Bauhaus) ως τη στιγμή της διάλυσής της από τους Ναζί.

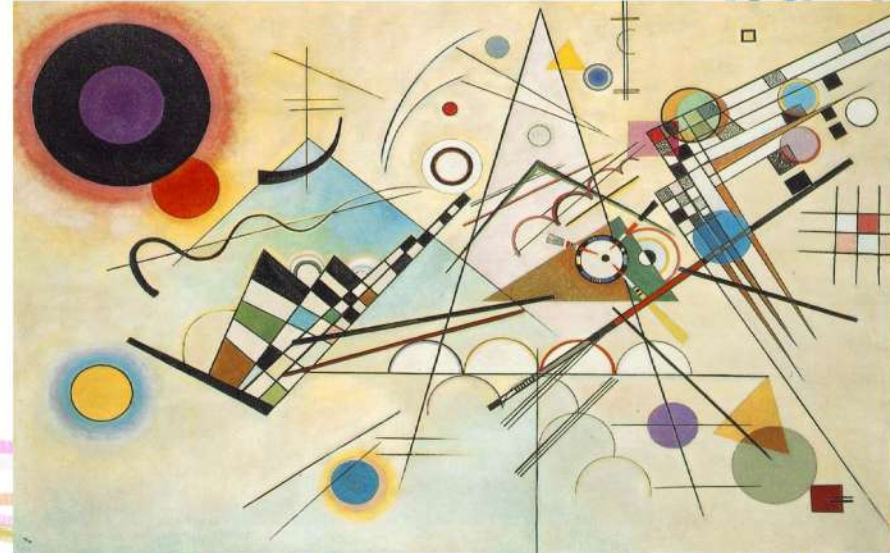
Βασίλι Καντίνσκι: το έργο του (1 από 3)

- Ενδιαφέρεται για τις ιδιότητες της γεωμετρίας και τις χρησιμοποίησε στην τέχνη του.
- Προσπάθησε να αναπτύξει μια θεωρία για τη ζωγραφική με όρους βασικών γεωμετρικών μορφών.
- Χρησιμοποίησε τη γεωμετρία του κύκλου, αναφέρθηκε στο σημείο, τη γραμμή και το επίπεδο αντιμετωπίζοντάς τα ως ζωντανά όντα.
- Στο τέλος της ζωής του επηρεάζεται από τον Χουάν Μιρό.

Βασίλι Καντίνσκι: το έργο του (2 από 3)

“Σύνθεση VIII”, 1923

- Ζωγραφισμένο ενώ δίδασκε στο Bauhaus.
- Συνθέτει στοιχεία από τον σουπρεματισμό, τον κονστρουκτιβισμό και το Bauhaus.
- Με αυτό το συνδιασμό έφτασε στην καθαρή, γραμμική ποιότητα που παρατηρείται σε αυτό το έργο.
- φαίνονται οι ιδέες του σχετικά με τη σημασία των σχημάτων στη σύγχρονη τέχνη.



Βασίλι Καντίνσκι: το έργο του (3 από 3)

“Αρκετοί κύκλοι”, 1926

- Επηρεασμένος από τη ρώσικη πρωτοπορία.
- Συνδυάζει το ομόκεντρο και το έκκεντρο σε μια εννιαία μορφή και ισορροπία.
- Ζωγραφισμένο ενώ δίδασκε στο Bauhaus.
- Συνθέτει στοιχεία από τον σουπρεματισμό, τον κονστρουκτιβισμό και το Bauhaus.



Τα Μαθηματικά πίσω από τις οφθαλμαπάτες

Τι είναι οι οφθαλμαπάτες

- Ψευδαισθήσεις, δηλαδή εικόνες που παίζουν κόλπα στα μάτια μας και παραπποιούν την αντίληψή μας.
- Δεν είναι αποτέλεσμα ελαττωματικής όρασης.
- Ανάλογα με το φως, τη γωνία θέασης ή τον τρόπο με τον οποίο είναι ζωγραφισμένη η εικόνα, μπορεί να δούμε πράγματα που δεν υπάρχουν - και συχνά δεν βλέπουμε τι πραγματικά υπάρχει.

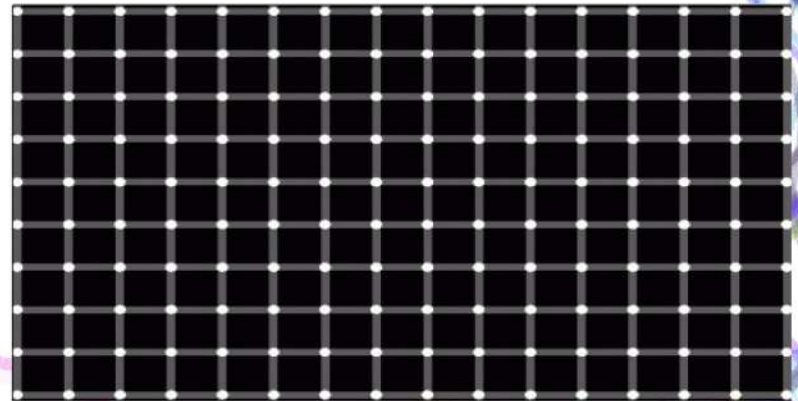
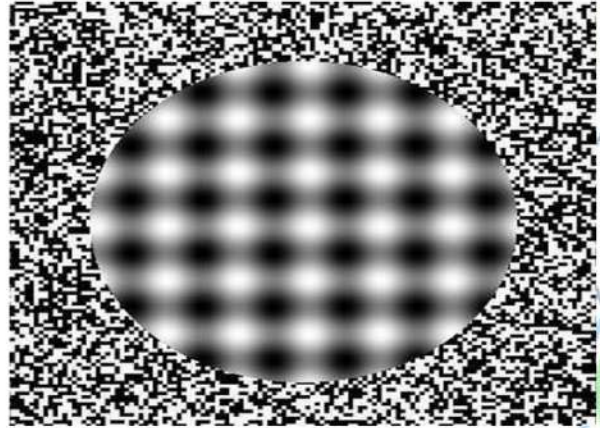
Τύποι οφθαλμαπατών: Κυριολεκτικές Οφθαλμαπάτες

Δημιουργούν εικόνες
διαφορετικές από τα αντικείμενα
που τις αποτελούν.



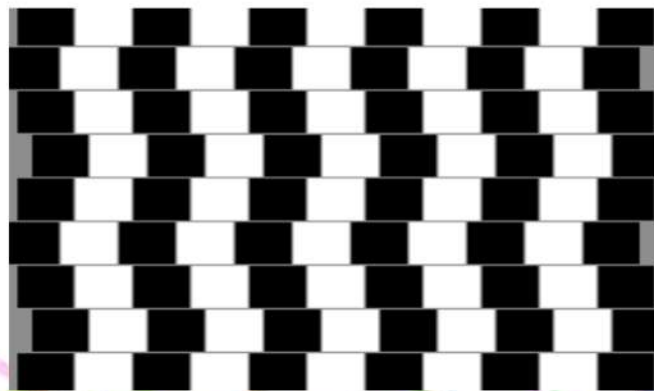
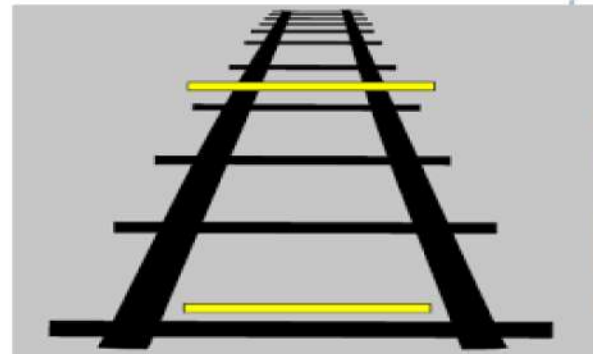
Τύποι οφθαλμαπατών: Φυσικές Οφθαλμαπάτες

Οφείλονται στην υπερβολική έκθεση σε ερεθίσματα όπως φωτεινότητα, χρώμα, μέγεθος, θέση, κλίση και κίνηση.



Τύποι οφθαλμαπατών: Αντιληπτικές Οφθαλμαπάτες

Οι οφθαλμαπάτες αυτές παραποιούν το πραγματικό μέγεθος, σχήμα και την θέση εξαιτίας των στοιχείων που το περιβάλλουν. Οδηγούν σε ασυνείδητα συμπεράσματα.



Οφθαλμαπάτες και μαθηματικά

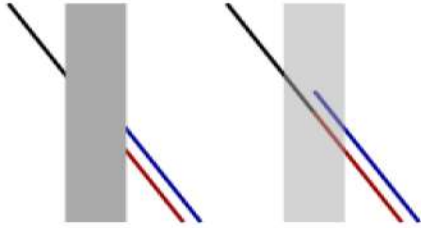
Οι οφθαλμαπάτες

- αποτελούνται κυρίως από γραμμές, γωνίες, τρίγωνα, τετράγωνα, γενικά γεωμετρικά σχήματα και σπείρες,
- εκμεταλλεύονται τον χώρο δημιουργώντας την αίσθηση της κίνησης.

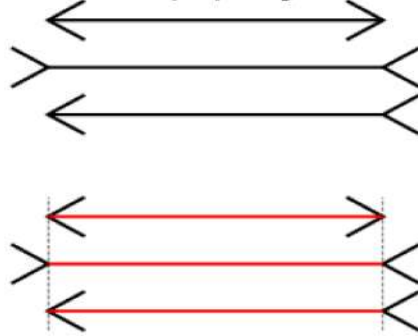
Έννοιες της Γεωμετρίας, της Αριθμητικής και της Άλγεβρας είναι βασικές Μαθηματικές έννοιες που σχετίζονται άμεσα με τις οφθαλμαπάτες.

Γεωμετρικές Οφθαλμαπάτες

1. Τη θέση



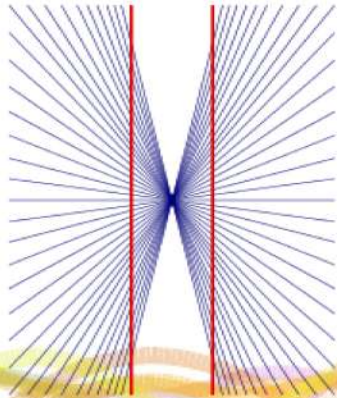
2. Το μήκος



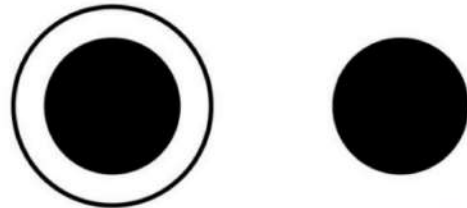
3. Την κατεύθυνση



4. Την ευθύτητα των γραμμών

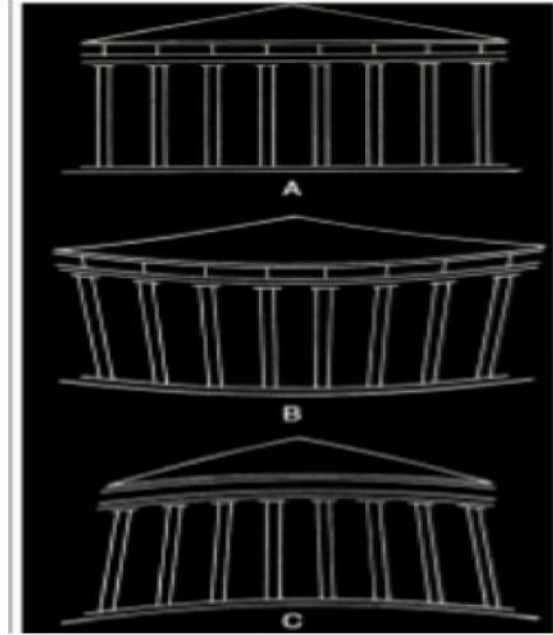


5. Το μέγεθος



Οφθαλμαπάτες στην Αρχιτεκτονική

Οι οφθαλμαπάτες ενσωματώθηκαν σκόπιμα ως αρχιτεκτονικά στοιχεία από την αρχαιότητα ακόμα, συνήθως για να βελτιώσουν τα αποτελέσματα της οπτικής παραμόρφωσης. Το πιο διάσημο παράδειγμα είναι ο Παρθενώνας.



Οφθαλμαπάτες στην Αρχιτεκτονική

- Οφθαλμαπάτη μηδενικού βάρους

Τα αρχιτεκτονικά στοιχεία μπορούν να φανούν σαν να αιωρούνται στο διάστημα παρά την τεράστια δομή τους, αν και υπάρχουν κρυφοί στύλοι που παρέχουν την απαραίτητη υποστήριξη.



Το εσωτερικό της Αγίας Σοφίας



Το εσωτερικό
του
Καθεδρικού
ναού
Salisbury

Οφθαλμαπάτες και Προβολική Γεωμετρία

- Χρησιμοποιείται από καλλιτέχνες για να δημιουργήσουν την αίσθηση του τρισδιάστατου,
- είναι στην πραγματικότητα ζωγραφισμένες στην επίπεδη άσφαλο του δρόμου,
- επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας μια τεχνική προβολής που ονομάζεται αναμόρφωση,
- δίνει την αίσθηση του τρισδιάστατου όταν ο θεατής το βλέπει από μια συγκεκριμένη οπτική γωνία.

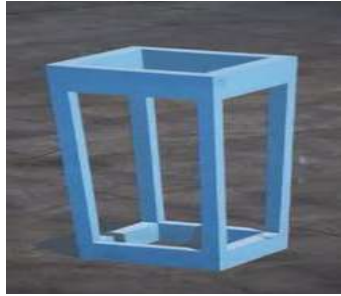
Οφθαλμαπάτες και προβολική γεωμετρία



Τρισδιάστατη ζωγραφική στο σχολείο μας

Στην αυλή του Πειραματικού Σχολείου Πανεπιστημίου Θεσ/νίκης (Π.Σ.Π.Θ.) την σχολική χρονιά 2015 - '16 σε συνεργασία με τον κ.Κουρνιατή, καθηγητή του Μετσόβειου Πολυτεχνείου, και φοιτητές της αρχιτεκτονικής του ΑΠΘ δημιουργήθηκαν δύο ζωγραφιές γεωμετρικών σχημάτων που από συγκεκριμένη οπτική γωνία φαίνονται τρισδιάστατα χρησιμοποιώντας την τεχνική της προβολικής γεωμετρίας.

Τρισδιάστατη ζωγραφική στο σχολείο μας



Βιβλιογραφία – Διαδικτυογραφία

Αριθμοί Fibonacci και Χρυσή Τομή

- Εφημερίδα Ελευθεροτυπία, Αφιέρωμα "Θεωρία και Πράξη", Τεύχος 99 "Εν αρχή ην τα Μαθηματικά", Τρίτη 13 Φεβρουαρίου 2001
- Sigler, Laurence E. (trans.) (2002). Fibonacci's Liber Abaci. Springer-Verlag. ISBN 0-387-95419-8. Chapter II.12, pp. 404–405.
- <https://www.canva.com/learn/what-is-the-golden-ratio/>
- <https://www.goldenumber.net/art-composition-design/>
- <https://www.mathsisfun.com/numbers/golden-ratio.html>
- <http://wwwf.imperial.ac.uk/~mjfield1/mathartpub/math-art.pdf>
- <http://www.widewalls.ch/golden-ratio-examples-art-architecture-music/>
- <http://www.p-theodoropoulos.gr/ergasmath/math-gymntegeas-xrystomi.pdf>
- <https://sites.google.com/site/antikeimenomathematikon/d-e-se-ge-l/fibonacci>
- <https://www.markmitchellpaintings.com/blog/the-fibonacci-sequence-in-artistic-composition/>
- <http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibInArt.html>
- https://www.ted.com/talks/arthur_benjamin_the_magic_of_fibonacci_numbers?utm_campaign=tedsread--b&utm_medium=referral&utm_source=tedcomshare

Γραμμικό σχέδιο – Καλλιτεχνικά ρεύματα

- <http://www.hdml.gr/pdfs/conferences/108.pdf>
- <http://1lyk-kerats.att.sch.gr/images/arxeia/painting.pdf>
- http://www.arcmeletitiki.gr/images/uploads/pdf/arc_gen9.pdf
- <https://psifiakesergasies.files.wordpress.com/2011/11/iris.pdf>
- <http://www.survey.ntua.gr/files/articles/teknikes-sxediaseis-2014.pdf>
- <http://lyk-dolian.ioa.sch.gr/wp-content/uploads/2014/10/geometry.pdf>
- <https://www.sciencealert.com/7-times-mathematics-became-art-and-blew-our-minds>
- <http://docplayer.gr/3799982-Pos-epireasan-diahronika-ta-mathimatika-tin-zografiki.html>
- <http://www.ogdoolykeio.gr/Folders/projects/tegni-%20mathimatika/artmaths.pdf>
- <http://www.kathimerini.gr/441254/article/politismos/arxeio-politismoy/h-sxesh-ths-technhs-me-ta-mathmatika>
- https://www.huffingtonpost.com/dan-rockmore/math-is-art-is-math-is-art_b_8854356.html?guccounter=1
- <https://www.khanacademy.org/humanities/global-culture/beginners-guide-contemporary-art1/a/art-in-the-21st-century>
- <https://www.krionas.com/%CF%84%CE%B1-%CF%81%CE%B5%CF%8D%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B1-%CF%83%CF%84%CE%B7-%CE%B6%CF%89%CE%B3%CF%81%CE%B1%CF%86%CE%B9%CE%BA%CE%AE/>

Κοστροκτιβισμός, Κυβισμός, Έσερ, Βαν Γκονγκ

- <http://www.mcescher.com/>
- <https://youtu.be/PMerSm2ToFY>
- <http://www.artmag.gr/art-history/art-history/>
- https://en.wikipedia.org/wiki/M._C._Escher
- <https://www.britannica.com/biography/M-C-Escher>
- <http://news.in.gr/science-technology/article/?aid=722572>
- <http://www.artmag.gr/articles/media-keyhole/item/348-van-gogh>
- <http://platonicroams.com/minitexts/Mathematical-Art-Of-M-C-Escher/>
- <https://www.theguardian.com/artanddesign/2015/jun/20/the-impossible-world-of-mc-escher>
- https://www.ted.com/talks/natalya_st_clair_the_unexpected_math_behind_van_gogh_s_starry_night/transcript#t-278500

Λεονάρντο Ντα Βίντσι

- https://3otiko.blogspot.gr/2015/12/blog-post_9.html
- https://en.wikipedia.org/wiki/Sacred_geometry
- http://mathforum.org/mathimages/index.php/Fibonacci_Numbers
- <https://www.goldennumber.net/leonardo-da-vinci-golden-ratio-art/>
- <http://mysteriouswritings.com/the-secret-and-sacred-geometry-of-leonardos-the-last-supper-by-hayward-gladwin/>
- <http://www.newsbeast.gr/portrait/arthro/2101827/i-anagennisiaki-idiofi%CE%90a-epistimis-ke-technis-leonarnto-nta-vintsi>
- https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9B%CE%BF%CF%85%CE%B4%CE%BF%CE%B2%CE%AF%CE%BA%CE%BF%CF%82_%CE%A3%CF%86%CF%8C%CF%81%CF%84%CF%83%CE%B1
- https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9B%CE%B5%CE%BF%CE%BD%CE%AC%CF%81%CE%BD%CF%84%CE%BF_%CE%BD%CF%84%CE%B1_%CE%92%CE%AF%CE%BD%CF%84%CF%83%CE%B9
- https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A6%CF%81%CE%B1%CE%B3%CE%BA%CE%AF%CF%83%CE%BA%CE%BF%CF%82_%CE%91%CE%84_%CF%84%CE%B7%CF%82_%CE%93%CE%B1%CE%BB%CE%BB%CE%AF%CE%B1%CF%82
- <http://4gym-ptolem.koz.sch.gr/uploads/files/109/5.OI%20E%CE%A6%CE%95%CE%A5%CE%A1%CE%95%CE%A3%CE%95%CE%99%CE%A3%20%CE%A4%CE%9F%CE%A5%20%CE%9D%CE%A4%CE%91%20%CE%92%CE%99%CE%9D%CE%A4%CE%A3%CE%99.pdf>
- <http://www.iefimerida.gr/news/140149/%CE%BF-%C2%AB%CF%87%CF%81%CF%85%CF%83%CF%8C%CF%82%CF%82%BB-%CE%B1%CF%81%CE%B9%CE%B8%CE%BC%CF%8C%CF%82-%CF%86-%CF%80%CF%89%CF%82-%CE%B7-%CE%B1%CF%81%CE%BC%CE%BF%CE%BD%CE%AF%CE%B1-%CF%84%CE%B7%CF%82-%CF%84%CE%AD%CF%87%CE%BD%CE%B7%CF%82-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CF%84%CF%89%CE%BD-%CE%BC%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8E%CE%BD-%CF%83%CF%85%CE%BD%CE%B4%CE%AD%CE%BF%CE%BD%CF%84%CE%B1%CE%B9-%CE%B1%CF%80%CF%8C-%CE%AD%CE%BD%CE%B1-%CE%B1%CF%80%CE%BB>

Braque

- <http://www.georgesbraque.org/>
- <https://www.wikiart.org/en/georges-braque>
- <https://www.rizospastis.gr/story.do?id=1886456>
- http://www.all-art.org/art_20th_century/braque1.html
- <https://www.britannica.com/biography/Georges-Braque>
- <http://www.gnomikologikon.gr/authquotes.php?auth=684>
- <http://www.artmag.gr/art-history/art-history/item/886-cubism>
- <http://hallofpeople.com/gr/bio/Braque.php#.WdX3qjT1pca>
- <https://www.biography.com/people/georges-braque-9224611>
- <http://www.palo.gr/multimedia/eidhseis-ellada/zwrz-mprak/7881224/>
- http://www.theartstory.org/artist-braque-georges-artworks.htm#pnt_1
- <http://www.phillipscollection.org/events/2013-06-08-exhibition-braque>
- <https://www.moca-andros.gr/el/ektheseis/list/2003-georges-braque/typos/>
- <http://www.zoumboulakis.gr/m/picasso-33481.htm?lang=el&path=584937023>
- <https://www.artsy.net/article/editorial-artsy-insight-picasso-and-braques-friendly-rivalry>
- https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%96%CF%89%CF%81%CE%B6_%CE%9C%CF%80%CF%81%CE%B1%CE%BA
- http://www.schools.ac.cy/eyliko/mesi/themata/eikastikes_technes/ekpedeftiko_iliko/istoria_technis/analisi/braque_clarineto.pdf
- <https://www.khanacademy.org/humanities/art-1010/early-abstraction/cubism/a/braque-the-portuguese>
- https://el.unionpedia.org/i/%CE%96%CF%89%CF%81%CE%B6_%CE%9C%CF%80%CF%81%CE%B1%CE%BA
- <https://dimartblog.com/tag/%CE%B6%CF%89%CF%81%CE%B6-%CE%BC%CF%80%CF%81%CE%B1%CE%BA/>

Kandinsky

- <https://www.sansimera.gr/biographies/1114>
- https://el.wikipedia.org/wiki/Βασίλι_Καντίνσκι
- <http://users.sch.gr/eledornika/wordpress/?p=55>
- <http://users.sch.gr/eledornika/wordpress/?p=55>
- http://wwwf.imperial.ac.uk/~hjens/Math_Paint.pdf
- https://www.youtube.com/watch?v=OWQ-bPnjX_4
- <http://texnografia.blogspot.gr/2014/10/blog-post.html>
- http://texni-zoi.blogspot.gr/2013/03/blog-post_22.html
- <http://1lyk-kerats.att.sch.gr/images/arxeia/painting.pdf>
- <http://www.theartstory.org/artist-kandinsky-wassily.htm>
- <http://www.efsyn.gr/arthro/ta-mathimatika-toy-synaisthimatos>
- http://taniamanesi-kourou.blogspot.gr/2014/09/blog-post_39.html
- http://www.muse.gr/muse-e-journal/Kandinsky-Marlena_Zerva.pdf
- <https://www.guggenheim.org/artwork/artist/vasily-kandinsky/page/2>
- <http://lyk-dolian.ioa.sch.gr/wp-content/uploads/2014/10/geometry.pdf>
- <http://www.artmag.gr/articles/art-thinking/item/2059-wassily-kandinsky>
- <https://www.guggenheim.org/exhibition/the-geometry-of-kandinsky-and-malevich>
- <http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-C115/540/3555,14587/>
- <https://www.lectores.gr/%CE%B9%CF%83%CF%84%CE%BF%CF%81%CE%AF%CE%B1-%CF%84%CE%B7%CF%82-%CF%84%CE%AD%CF%87%CE%BD%CE%B7%CF%82/%CE%B1%CE%BD%CE%AC%CE%BB%CF%85%CF%83%CE%B7-%CE%AD%CF%81%CE%B3%CF%89%CF%BD/>
- <http://www.artlessons.gr/%CF%84%CE%AD%CF%87%CE%BD%CE%B5%CF%82/%CE%B9%CF%83%CF%84%CE%BF%CF%81%CE%AF%CE%B1-%CF%84%CE%B7%CF%82-%CF%84%CE%AD%CF%87%CE%BD%CE%B7%CF%82/%CE%BA%CE%B1%CE%BD%CF%84%CE%AF%CE%BD%CF%83%CE%BA%CE%B9-%CE%B1%CF%86%CE%B7%CF%81%CE%B7%CE%BC%CE%AD%CE%BD%CE%B7-%CF%84%CE%AD%CF%87%CE%BD%CE%B7>
- <http://www.elniple.com/%CE%BC%CE%B1%CE%B8%CE%B1%CE%B9%CE%BD%CF%89-%CE%BC%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%B1-%CE%BC%CE%B5%CF%83%CE%B1-%CE%B1%CF%80%CE%BF-%CF%84%CE%B7%CE%BD-%CF%84%CE%B5%CF%87%CE%BD%CE%B7-%CE%BA%CE%B1%CE%BD%CF%84%CE%B9%CE%BD%CF%83%CE%BA%CE%B9-%CE%B5%CF%83%CE%B5%CF%81>

Οφθαλμαπάτες

- https://en.wikipedia.org/wiki/Optical_illusion
- <http://www.optical-illusion-pictures.com/art.html>
- <https://www.demilked.com/3d-sidewalk-chalk-art/>
- https://prezi.com/feez_7vo-wu0/math-optical-illusions/
- https://en.wikipedia.org/wiki/Geometrical-optical_illusions
- <https://blog.miragestudio7.com/architecture-and-optical-illusion/422/>
- <https://www.boredpanda.com/magic-realism-paintings-rob-gonsalves/>
- <https://www.slideshare.net/apollospil/illusionism-in-architecture>
- <https://www.slideshare.net/LindseyfUF/presentation-optical-illusions>
- <https://plus.maths.org/content/visual-curiosities-and-mathematical-paradoxes>
- <http://www.architectureartdesigns.com/10-unbelievable-public-architectural-optical-illusions/>
- <https://www.pastemagazine.com/blogs/lists/2013/09/look-twice-10-artists-who-specialize-in-optical-illusion.html>