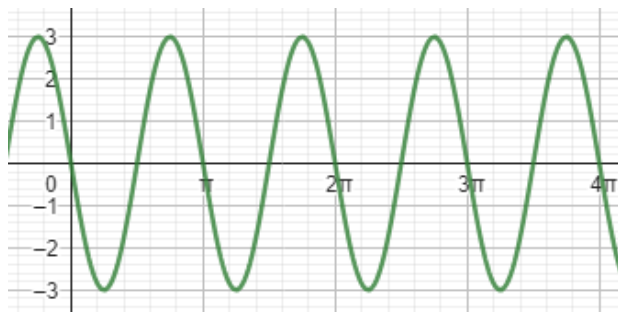
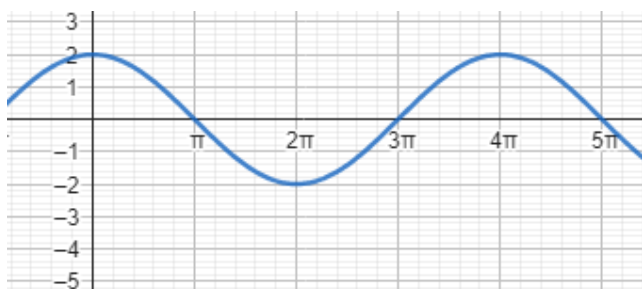


Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1°

A. Δίνονται οι παρακάτω τριγωνομετρικές συναρτήσεις. Αν η μία αντιστοιχεί στην συνάρτηση $f(x)=r\sigma\upsilon\mu(\omega x)$ και η άλλη στην $g(x)=\rho\eta\mu(\omega_2 x)$ να υπολογίσετε τα $\rho, r, \omega, \omega_2$



B. Να λυθούν οι εξισώσεις: i) $2\eta\mu x - 1 = 0$ ii) $2\sigma\upsilon\nu 2x + 1 = 0$, αν $x \in [0, 2\pi]$ iii) $(\epsilon\phi x - 1)(\sigma\phi x + 1) = 0$
iv) $\eta\mu^3 x - \eta\mu x = 0$ v) $2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x + 1 = \eta\mu x + 2\sigma\upsilon\nu x$ vi) $2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$, αν $x \in [-\pi, \pi]$.

ΘΕΜΑ 2°

A) Να συγκρίνετε τους αριθμούς: i) $\eta\mu 131^\circ$ και $\eta\mu 130^\circ$ ii) $\eta\mu 20^\circ$ και $\eta\mu 170^\circ$ iii) $\eta\mu 20^\circ$ και $\sigma\upsilon\nu 80^\circ$ iv) $\eta\mu \frac{8\pi}{7}, \eta\mu \frac{5\pi}{4}$ (σε rad).

B) Να κάνετε τη γραφική παράσταση και να βρείτε την μονοτονία της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu 2x + 1$, αν $x \in [0, \pi]$.

Γ) Να λυθεί η εξίσωση: i) $\eta\mu(\pi \sigma\upsilon\nu x) = 1$ ii) $\eta\mu(\eta\mu x) = 0$

ΘΕΜΑ 3°

A. Να λυθεί η εξίσωση: $\eta\mu^{2026} x = \eta\mu^{2024} x$

B. Να αποδείξετε ότι αν $x \in [0, 1]$ τότε $x^{2025} \leq x^2$

Γ. Αν $\sigma\upsilon\nu^{2025} x + \eta\mu^{1821} x = 1$ i) Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu x, \eta\mu x \in [0, 1]$. ii. Να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu^{2025} x + \eta\mu^{1821} x \leq \sigma\upsilon\nu^2 x + \eta\mu^2 x$ iii) Να λυθεί η εξίσωση: $\sigma\upsilon\nu^{2025} x + \eta\mu^{1821} x = 1$

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\eta\mu(\alpha x) - \alpha$ που έχει μέγιστο το 0. i) Δείξτε ότι $\alpha = 2$ ii) Εξετάστε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή. iii) Να βρείτε τα σημεία που η γραφική παράσταση της συνάρτησης τέμνει τους άξονες. iv) Να λυθεί η εξίσωση $f(x - \frac{\pi}{6}) = f(x + \frac{\pi}{6})$ v) Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{f^2(x)}{4} + 2\eta\mu 2x - \sqrt{3} = (1 - \sqrt{3})\eta\mu 2x + 1. \text{ vi) Να υπολογίσετε τις τιμές: } f(\frac{\pi}{3}), f(\frac{2\pi}{3})$$

ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ (B.P)