

Α. Ζεφτηνά

Περί ΤΡΙΒΗΣ...

Έστω δύο σώματα που βρίσκονται έ'επαφή και πιέτονται μεταξύ τους, δηλαδή αλληλεπιδρούν ασκώντας δύναμη το ένα στο άλλο.

Όταν τα σώματα αυτά είναι ακίνητα, το ένα σε σχέση με το άλλο, η δύναμη αλληλεπίδρασης είναι κάθετη στην επιφάνεια συνεπαφής και ονομάζεται κάθετη αντίδραση (N ή F_c).

Όταν όμως τα σώματα τείνουν να κινηθούν ή κινούνται το ένα σε σχέση με το άλλο, δηλαδή όταν ολισθαίνουν, η δύναμη αλληλεπίδρασης δεν είναι κάθετη στην επιφάνεια συνεπαφής, αλλά πλάγια.

Στην περίπτωση αυτή αν θεωρήσουμε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταχμένων Oxy με τον άξονα $x'x$ να είναι παράλληλος προς την επιφάνεια συνεπαφής και τον άξονα yy' να είναι κάθετος, αναλύοντας την πλάγια δύναμη σε συνιστώσες κατά τη διεύθυνση των εν λόγω αξόνων λαμβάνουμε δύο συνιστώσες. Από αυτές, η συνιστώσα κατά τον άξονα yy' είναι η κάθετη αντίδραση N , ενώ η συνιστώσα κατά τον άξονα $x'x$ ονομάζεται τριβή (T).

Η τριβή, όταν τα σώματα τείνουν να κινηθούν το ένα σε σχέση με το άλλο ονομάζεται στατική, ενώ όταν ολισθαίνουν ονομάζεται ολισθητική.

[Σημείωση: τα σώματα τείνουν να κινηθούν το ένα σε σχέση με το άλλο αν στο ένα από αυτά - ή και στα δύο - ασκηθεί δύναμη παράλληλη προς την επιφάνεια συνεπαφής χωρίς όμως να παρατηρείται κίνηση].

Η τριβή ως συνιστώσα αλληλεπίδρασης των των δύο σωμάτων, είναι αποτέλεσμα της εμπλοκής των ανωμαλιών που υπάρχουν στις επιφάνειες των σωμάτων που είναι έ'επαφή.

Οι ανωμαλίες αυτές δρουν ως εμπόδια στην

κίνηση. Ακόμη και οι πιο λείες επιφάνειες, σε μικροσκοπική εξέταση, παρουσιάζονται με ανωμαλίες. Έτσι, υπάρχουν πολλά σημεία επαφής όπου τα άτομα "κολλούν" μεταξύ τους αλληλεπιδρώντας με δυνάμεις ηλεκτρομαχνητικές.

Μόλις, όμως, αρχίσει η ολισθήση τα άτομα ξεωλούν ή τραβιούνται από τη μια επιφάνεια στην άλλη.

Τριβή υπάρχει ακόμη και στα ρευστά (ωχρά και αέρια), αφού ένα σώμα που κινείται μέσα σε ένα ρευστό πρέπει να επρωχνει στο πλάι μέρος της μάζα τους.

Σε κάθε περίπτωση όμως η κατεύθυνση της δύναμης της τριβής, είτε είναι στατική είτε είναι ολισθητική, είναι πάντοτε αντίθετη στην κατεύθυνση προς την οποία τείνει να κινηθεί ή κινείται το κάθε σώμα.

Οι φυσικοί και οι μηχανικοί διαφοροποιούν τη στατική τριβή από την τριβή ολισθητικής. Έχει δε ενδιαφέρον το ότι η δύναμη της τριβής είναι σημαντικά μεγαλύτερη για ένα σώμα, όταν βρίσκεται στο χείλος της ολισθητικής παρά όταν ήδη ολισθαίνει.

Ας το εξετάσουμε προεγκτικότερα.

Ας πάρουμε ένα κιβώτιο 60Kg , ακίνητο σε οριζόντιο έδαφος που δεν είναι λείο. Η τριβή ολισθητικής θα εμφανιστεί μόνο όταν το κιβώτιο αρχίσει να ολισθαίνει. Όταν δε είναι ακίνητο χωρίς να υφίσταται οριζόντιο δύναμη (χωρίς, π.χ. να προσπαθείται να το επρωχνεται), η δύναμη τριβής είναι μηδέν.

Ας υποθέσουμε τώρα πως αρχίσετε να το επρωχνετε οριζόντια με μία δύναμη 50N . Το κιβώτιο δεν αρχίζει ακόμη να ολισθαίνει, αλλά τώρα υπάρχει μία δύναμη στατικής τριβής 50N ανάμεσα σε αυτό και στο έδαφος. [η δύναμη αυτή μαζί με την κάθετη αντίδραση δίνει τη συνολική δύναμη που ασκείται από το έδαφος στο κιβώτιο και η οποία, όπως ήδη έχουμε πει, είναι πλάγια].

Η εν λόγω δύναμη - η στατική τριβή - δρα αντίθετα προς τη δική σας ώθηση. επομένως η ολι

κή δύναμη πάνω στο κιβώτιο είναι μηδέν, και χι αυτό παραμένει ακίνητο. Αν, όμως, το κιβώτιο βρίσκεται πάνω σε επιφάνεια χωρίς τριβή, τότε η ώθηση των 50 N θα το επιταχύνει.

Ας υποθέσουμε ότι αυξάνουμε προοδευτικά την ώθηση. Όταν φθάσει, ας πούμε στα 150 N , το κιβώτιο κοντεύει να ολισθήσει. Η δύναμη της στατικής τριβής έχει γίνει τότε και αυτή 150 N . Αν επρώξουμε με μεγαλύτερη δύναμη, το κιβώτιο ελευθερώνεται και χλιτρά. Η δύναμη της στατικής τριβής έχει πάρει τώρα τη μέγιστη τιμή της η οποία χαρακτηρίζεται ως οριακή τριβή.

Το συμπέρασμα που βγαίνει είναι ότι:

1. η στατική τριβή δεν έχει σταθερή τιμή, αλλά η τιμή της αυξάνεται από το μηδέν μέχρι τη μέγιστη τιμή της, την οριακή τριβή.
2. η τιμή της στατικής τριβής προσαρμόζεται πάντοτε με την τιμή της δύναμης F που ασκείται στο σώμα παράλληλα με την επιφάνεια συνεπαφής όταν αυτό δεν κινείται από μη σε σχέση με το άλλο.

Όταν αρχίζει η ολισθήση οι ανωμαλίες των επιφανειών συνεπαφής ασκούν μικρότερη δύναμη μεταξύ τους απ' όση όταν το κιβώτιο ήταν ακίνητο και η δύναμη τριβής περιορίζεται, ας πούμε στα 140 N .

Μπορούμε να ελαττώσουμε τη δύναμη με την οποία επρώχνουμε το κιβώτιο στα 140 N και το κιβώτιο θα συνεχίσει να ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα. Αν επιμείνουμε να το επρώχνουμε με 150 N , το κιβώτιο θα επιταχυνθεί και θα κερδίσει ταχύτητα.

Πειραματικά έχει διαπιστωθεί ότι:

1. τόσο η οριακή τριβή όσο και η τριβή ολισθήσεως είναι ανάλογη της κάθετης αντίδρασης F_k . Συγκεκριμένα:

για την τριβή ολισθήσεως, T_k , ισχύει ότι

$$\underline{T_k = \mu_n \cdot F_k}$$

Ο συντελεστής αναλογίας, μ_n , λέγεται συντελεστής τριβής ολίσθησης και εκφράζει την εξάρτηση της τριβής ολίσθησης από τη φύση των επιφανειών που βρίσκονται ε' επαφή

Δια τη μέγιστη τιμή της στατικής τριβής την οριακή τριβή, T_s , ισχύει ότι

$$T_s = \mu_s \cdot F_k$$

Ο συντελεστής αναλογίας, μ_s , λέγεται συντελεστής στατικής οριακής τριβής και εκφράζει την εξάρτησή της οριακής τριβής από τη φύση των επιφανειών που βρίσκονται ε' επαφή.

Σε κάθε περίπτωση είναι $\mu_n < \mu_s$. οπότε θα είναι και $T_n < T_s$.

Σημείωση: λέγοντας "φύση" αναφερόμαστε στο είδος του υλικού των δύο σωμάτων, στο πόσο λείες είναι οι επιφάνειες συν επαφής και στη θερμοκρασία στις επιφάνειες.

2. η δύναμη της τριβής δεν εξαρτάται ούτε από το εμβαδόν της επιφάνειας συν επαφής ούτε από την ταχύτητα του ενός σώματος προς το άλλο, εφόσον η ταχύτητα δεν υπερβαίνει κάποιο όριο.

— Η διαφορά μεταξύ της στατικής τριβής και της τριβής ολίσθησης είναι σημαντική σε πάρα πολλές περιπτώσεις. Π.χ όταν φρενάρετε το αυτοκίνητό σας αναχυσαστικά είναι σημαντικό να μην πιέσετε τα φρένα τόσο ώστε να αναγκάσετε τους τροχούς να ακινητοποιηθούν. Όταν μηλωαίρονται (δεν περιστρέφονται) οι τροχοί χλιδρούν πάνω στο οδόστρωμα και προωθούν μικρότερη τριβή (πρόκειται για τριβή ολίσθησης) απ' όση αν κυλούσαν μέχρι να σταματήσουν (κατά την κύλιση η τριβή είναι στατική). Δηλαδή, αν κατά το φρενάρισμα, ο τροχός κυλά αντί να χλιδρά (να ολισθαίνει) η τριβή είναι μεγαλύτερη.

Κατά το φρενάρισμα όμως η τριβή είναι η επιβραδύνουσα δύναμη και επομένως όσο μεγαλύτερη είναι η τριβή τόσο μικρότερο

θα είναι το διάστημα που θα διανύσει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει και αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ή να αποφευχθεί μία σύγκρουση ή εφόσον συμβεί η σχετική ταχύτητα των συγκρουόμενων να είναι μικρότερη.

Η διαφορά ανάμεσα στις δύο τριβές φαίνεται επίσης, όταν ένα αυτοκίνητο μπαίνει σε μία στροφή πολύ χρήσρα. Έτσι και αρχίζουν να ολισθαίνουν οι τροχοί, η δύναμη της τριβής ελαττώνεται και πάει, το αυτοκίνητο φεύγει από το δρόμο.

Εφαρμοχές σε προβλήματα.

1. Έστω πρόβλημα στο οποίο έ'να σώμα που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη F η οποία σχηματίζει γωνία θ με το οριζόντιο επίπεδο. Ακολουθεί/ούν τα/τα ζητούμενα του προβλήματος.

Σειρά ερχασίας για τη λύση.

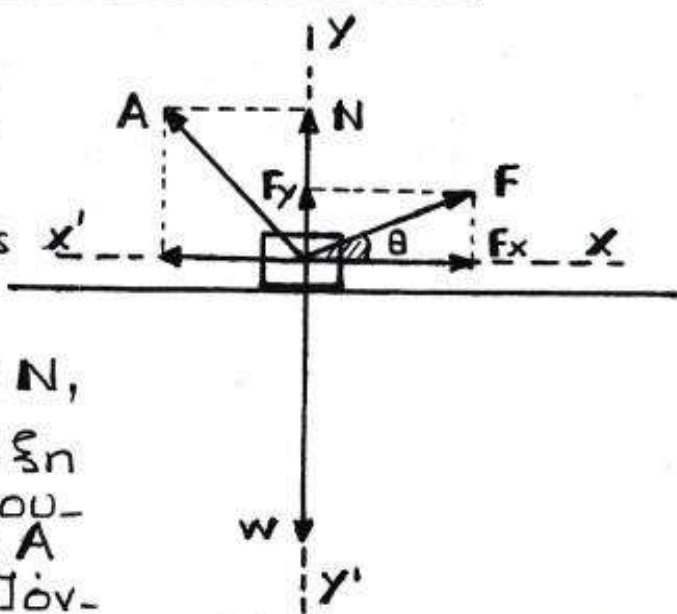
α. Δηλώνουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

Στην περίπτωση μας στο σώμα ασκούνται η δύναμη, του βάρους w , της κάθετης αντίδρασης N , της τριβής T , και η F .

Σημείωση: στην πράξη αποφεύχουμε να αναφέρουμε τη συνολική δύναμη A που ασκείται από το οριζόντιο επίπεδο στο σώμα και αναφέρουμε κατευθείαν τις συνιστώσες της N και T .

β. Κατασκευάζουμε το διανυσματικό διάγραμμα των ασκούμενων δυνάμεων αναλύοντας-όσες αναλύονται - σε συνιστώσες.

γ. Βρίσκουμε τις συνιστώσες. Είναι $F_x = F \sin \theta = \dots$, $F_y = F \cos \theta = \dots$.



δ. Γράφουμε τις σχέσεις που λοχύουν.

1. Αν το βώμα κινείται με v : σταθερή είναι:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N + F_y - w = 0 \leftrightarrow N = w - F_y = \dots$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F_x - T = 0 \leftrightarrow T = F_x = \dots \quad (1).$$

$$T = \mu \cdot N \rightarrow T = \mu \cdot (w - F_y) = \dots \quad (2).$$

2. Αν το βώμα κινείται με επιτάχυνση a είναι:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N + F_y - w = 0 \leftrightarrow N = w - F_y = \dots$$

$$\Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow F_x - T = ma \leftrightarrow T = F_x - ma = \dots \quad (1).$$

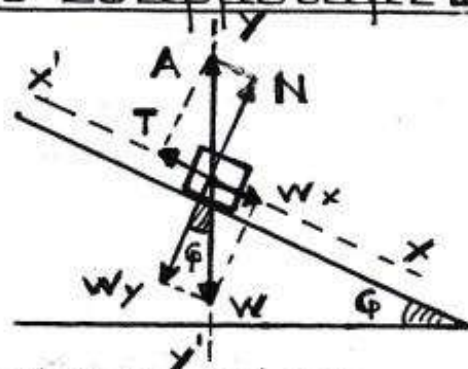
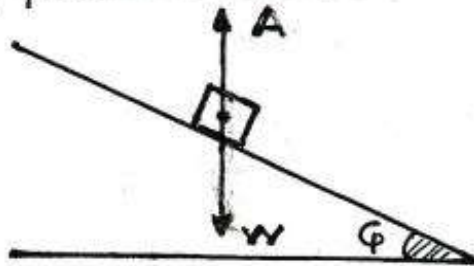
$$T = \mu \cdot N \rightarrow T = \mu (w - F_y) = \dots \quad (2).$$

Στη συνέχεια, και στις δύο περιπτώσεις, θα ερχαστούμε αξιοποιώντας τις σχέσεις (1) και (2) έχοντας βαν οδηγό το/τα ζητούμενο/να του προβλήματος.

2. Έστω πρόβλημα στο οποίο ένα βώμα βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο το οποίο σχηματίζει σχηματίζει γωνία ϕ με το οριζόντιο επίπεδο. Απολουθεί/ουν το/τα ζητούμενο/να του προβλήματος.

Σερά ερχαγίας για τη λύση.

α., β., ανάλοχη αυτής που εφαρμόσαμε στην εφαρμογή 1.



γ. Βρίσκουμε τις συνιστώσες. Είναι

$$w_x = w \cdot \eta \mu \phi = m \cdot g \eta \mu \phi = \dots$$

$$w_y = w \cdot \sigma \nu \phi = m \cdot g \sigma \nu \phi = \dots$$

δ. Γράφουμε τις σχέσεις που ισχύουν.

1. Αν το σώμα ισορροπεί (είναι ακίνητο ή ολισθαίνει με υ:σταθ.) είναι:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 &\rightarrow N - w_y = 0 \leftrightarrow N = w_y = \dots \\ \Sigma F_x = 0 &\rightarrow w_x - T = 0 \leftrightarrow T = w_x = \dots \quad (1). \\ T = \mu N &\rightarrow T = \mu \cdot w_y = \dots \quad (2). \end{aligned}$$

2. Αν το σώμα κινείται με επιτάχυνση α είναι:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 &\rightarrow N - w_y = 0 \leftrightarrow N = w_y = \dots \\ \Sigma F_x = ma &\rightarrow w_x - T = ma \quad (1). \\ T = \mu N &\rightarrow T = \mu w_y = \dots \quad (2). \end{aligned}$$

Στη συνέχεια, και στις δύο περιπτώσεις, θα ερχαστούμε αξιοποιώντας τις σχέσεις (1) και (2), έχοντας σαν οδηγό το/τα ζητούμενο/να του προβλήματος.

Σημείωση. Αν το σώμα είναι ακίνητο η τριβή T είναι στατική ενώ όταν κινείται (ολισθαίνει) είναι ολισθητική.

Παρατήρηση. Στην 1^η περίπτωση - όπου το σώμα ισορροπεί - εάν η κλίση του επιπέδου είναι μικρή το σώμα παραμένει ακίνητο διότι η τριβή - $T = w_x = mg \eta \mu \phi$ - είναι μικρότερη της οριακής τριβής, T_s . Η στατική τριβή εξουδετερώνει τη συνιστώσα w_x του βάρους και δεν επιτρέπει στο σώμα να ολισθησει προς τα κάτω.

Αν, τώρα, αρχίσουμε να αυξάνουμε προοδευτικά τη χωνία ϕ του κεκλιμένου επιπέδου, θα παρατηρήσουμε ότι, για μια ορισμένη τιμή της χωνίας ϕ το σώμα μόλις αρχίζει να ολισθαίνει και κινείται με περίπου σταθερή ταχύτητα.

Η χωνία αυτή ονομάζεται χωνία τριβής, ϕ_t . Όταν όμως η χωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με τη χωνία τριβής επειδή υ:σταθ για την τριβή ολισθητικής ισχύει ότι $T = w_x \rightarrow T = mg \eta \mu \phi_t$. Αλλά $T = \mu \cdot N = \mu mg \sigma \nu \phi_t$
Άρα $mg \eta \mu \phi_t = \mu mg \sigma \nu \phi_t \rightarrow$

$n\mu\phi\epsilon = \mu\epsilon\upsilon\nu\phi\epsilon \rightarrow \boxed{\epsilon\phi\phi\epsilon = \mu}$

Η σχέση αυτή μας παρέχει έναν εύκολο τρόπο προσδιορισμού του συντελεστή τριβής.

Αν η γωνία κλίσεως ϕ γίνει μεγαλύτερη της γωνίας τριβής $\phi\epsilon$, οι δυνάμεις $Wx = mgh\mu\phi$ και $T = \mu m g \epsilon\upsilon\nu\phi\epsilon$ δεν είναι, πλέον, δυνατόν να ισορροπούν και αυτό χιλιότι αυξανόμενης της γωνίας ϕ αυξάνεται η δύναμη Wx ενώ η δύναμη T όχι μόνο δεν αυξάνεται - αφού έχει λάβει ήδη τη μέγιστη τιμή της - αλλά ελαττώνεται, διότι η κάθετη αντίδραση $N = wy = mg\epsilon\upsilon\nu\phi$ ελαττώνεται.

Έτσι, λόγω της έλλειψης ισορροπίας το σώμα ολισθαίνει επιταχυνόμενο.