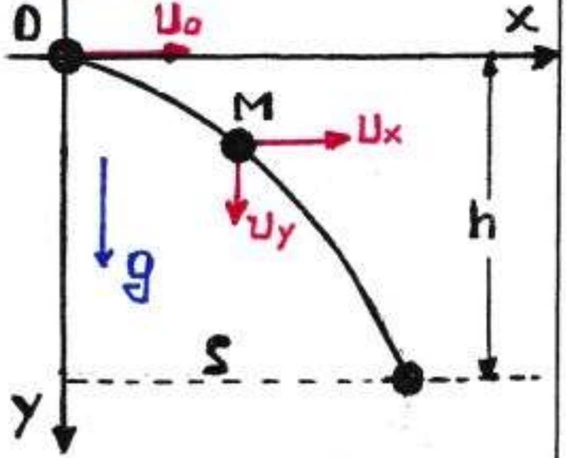
ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ
Μελέτη της κίνησης



Έστω ένα σώμα το οποίο εκτελεί οριζόντια βολή, δηλαδή βάλλεται _ εκτοξεύεται _ με οριζόντια ταχύτητα u_o από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος h.

Η κίνηση του σώματος είναι σύνθετη και προκύπτει από τη σύνθεση δύο κινήσεων:

α. μιας ευθύγραμμης και ομαλής κίνησης με ταχύτητα u_o κατά την οριζόντια διεύθυνση, και

β. μιας ελεύθερης πτώσης από ύψος h κατά την κατακόρυφο διεύθυνση.

Για να μελετήσουμε την κίνηση του σώματος εφαρμόζουμε την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων σε σύστημα αξόνων xOy το οποίο έχει ως αρχή O το σημείο από το οποίο ξεκίνησε η οριζόντια βολή του σώματος _ όπως στο σχήμα _ θεωρώντας ταυτόχρονα ως αρχή των χρόνων τη χρονική στιγμή που ξεκίνησε η κίνηση του σώματος _ $t_o=0$ _.

Έτσι,

κατά τον άξονα Ox η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη και ομαλή με ταχύτητα $u_x=u_o$, οπότε τη χρονική στιγμή t το σώμα θα βρίσκεται σε σημείο με τετμημένη $x=u_x \cdot t=u_o t$ (1), ενώ

κατά τον άξονα Oy η κίνηση του σώματος είναι ελεύθερη πτώση, οπότε τη χρονική στιγμή t το σώμα θα βρίσκεται σε σημείο με τεταγμένη $y=\frac{1}{2}gt^2$ (2) και θα έχει ταχύτητα $u_y=gt$.

Λόγω των παραπάνω κινήσεων που εκτελούνται ταυτόχρονα το σώμα, τη χρονική στιγμή t βρίσκεται στο σημείο M(x,y) και έχει ταχύτητα $υ=\sqrt{υ_x^2+υ_y^2}=\sqrt{υ_0^2+g^2t^2}$.

Α. Οι εξισώσεις (1) και (2) αποτελούν τις εξισώσεις κίνησης του σώματος που εκτελεί την οριζόντια βολή, κατά τη διεύθυνση των αξόνων Ox και Oy αντίστοιχα και επειδή $x=υ_0t \longleftrightarrow t=x/υ_0$ από τη σχέση (2) $\longrightarrow$ $y=g(x/υ_0)^2/2 \longleftrightarrow$ $\boxed{y=\frac{g}{2υ_0^2}\cdot x^2}$ που είναι και η εξίσωση της τροχιάς του σώματος.

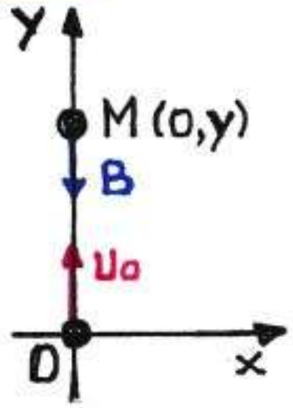
Επομένως η τροχιά του σώματος είναι τμήμα παραβολής — είναι $y=αx^2$ όπου $α=g/2υ_0^2$: σταθερ. — με $0<y<h$ και $0<x<S$, όπου S το βεληνεκές της βολής, δηλαδή η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος κατά τη βολή.

Β. Για το χρόνο κίνησης $t_κ$ ισχύει ότι: αν $t=t_κ$ τότε $y=h$, οπότε από τη (2) $\longrightarrow$ $h=gt_κ^2/2 \longleftrightarrow t_κ^2=2h/g \longleftrightarrow t_κ=\sqrt{2h/g}$

Γ. Κάθε μία από τις επιμέρους κινήσεις της σύνθετης κίνησης που εκτελεί το σώμα διαρκεί επί χρόνο $t_κ$ οπότε για το βεληνεκές (S) της βολής ισχύει ότι: αν $x=S$ τότε $t=t_κ$, οπότε από την (1) $\longrightarrow S=υ_0t_κ \longrightarrow S=υ_0\sqrt{2h/g}$.

ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΒΟΛΗ πρός τα πάνω.

Μελέτη της κίνησης



Ένα σώμα εκτελεί κατακόρυφη βολή πρός τα πάνω όταν βάλλεται — εκτοξεύεται — κατακόρυφα πρός τα πάνω με ταχύτητα $υ_0$.

Στην κατακόρυφη βολή πρός τα πάνω, στο σώμα, σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, ενεργεί μόνο η δύναμη του βάρους. Επομένως η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη με επιτάχυνση g.

Για να μελετήσουμε την κίνηση του σώματος θεωρούμε σύστημα αξόνων xOy το οποίο έχει ως αρχή O το σημείο από το οποίο βάλλεται το σώμα θεωρώντας ταυτόχρονα ότι $t_0=0$ – όπως στο σχήμα.

Αρχικά το σώμα κινείται πρός τα πάνω και αφού φτάσει σε ορισμένο ύψος h η ταχύτητά του μηδενίζεται. Στη συνέχεια το σώμα κινείται πρός τα κάτω.

Κατά την άνοδο, η κίνηση του σώματος είναι ευθ. ομαλά επιβραδυνόμενη με αρχική ταχύτητα $υ_0$ και επιβράδυνση g, ενώ κατά την κάθοδο ευθύγ. ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση g – δηλαδή ελεύθερη πτώση.

Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, δηλαδή τόσο κατά την άνοδο, όσο και κατά την κάθοδο για την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας $υ$ και της μετατόπισης y, τη χρονική στιγμή t όπου το σώμα βρίσκεται σε ένα σημείο $M(0,y)$, ισχύουν οι σχέσεις:

$$υ = υ_0 - gt \quad (1) \text{ και}$$

$$y = υ_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2),$$

οπότε με απαλειφή του χρόνου ανάμεσα στις δύο σχέσεις προκύπτει ότι $υ^2 = υ_0^2 - 2gy$ (3).

Α. Χρόνος ανόδου – $t_{αν}$ –.

Αν $t=t_{αν}$ τότε $υ=0$, οπότε από την (1) $\rightarrow$

$0 = υ_0 - g t_{αν} \longleftrightarrow t_{αν} = \frac{υ_0}{g}$.

Β. Ολικός χρόνος κίνησης – $t_{ολ}$ –.

Αν $t=t_{ολ}$ τότε $y=0$, οπότε από την (2) $\rightarrow$

$0 = υ_0 t_{ολ} - \frac{1}{2}g t_{ολ}^2 \longleftrightarrow t_{ολ}(υ_0 - \frac{1}{2}g t_{ολ}) = 0$

$\longleftrightarrow υ_0 - \frac{1}{2}g t_{ολ} = 0 \longleftrightarrow t_{ολ} = \frac{2υ_0}{g}$.

Γ. Χρόνος καθόδου – $t_κ$ –.

Είναι $t_{ολ} = t_{αν} + t_κ \longleftrightarrow t_κ = t_{ολ} - t_{αν}$.

Άρα $t_κ = \frac{2υ_0}{g} - \frac{υ_0}{g} \longleftrightarrow t_κ = \frac{υ_0}{g}$

Επομένως $t_κ = t_{αν} = \frac{υ_0}{g}$.

Δ. Ταχύτητα επανόδου στο σημείο Ο.

Το σώμα επανέρχεται στο σημείο εκκίνησης Ο με ταχύτητα $υ$ μετά από χρόνο $t = t_{ολ} = \frac{2υ_0}{g}$ οπότε από την (1) $\longrightarrow$

$$υ = υ_0 - g\frac{2υ_0}{g} \longleftrightarrow υ = υ_0 - 2υ_0 \longleftrightarrow υ = -υ_0,$$

δηλαδή το σώμα επανέρχεται στην αρχική του θέση με την ίδια ταχύτητα – κατά μέτρο – με την ταχύτητα με την οποία εκτοξεύτηκε.

2ος τρόπος

Όταν το σώμα επανέρχεται στην αρχική του θέση είναι $y = 0$, οπότε από την (3) για την ταχύτητα $υ$ ισχύει ότι $υ^2 = υ_0^2 - 2g \cdot 0 \longleftrightarrow$

$υ^2 = υ_0^2 \longleftrightarrow υ = \pm υ_0$ και επειδή το σώμα κινείται πρός τα κάτω $υ = -υ_0$.

Α. Ζαχαροπούλου